

VISIT...

LANZAROTE
Caliente.COM

ВЛ.В.УВАРОВ

**ГАЗОВЫЕ ТУРБИНЫ
И ГАЗОТУРБИННЫЕ
УСТАНОВКИ**

В. В. УВАРОВ

ГАЗОВЫЕ ТУРБИНЫ И ГАЗОТУРБИННЫЕ УСТАНОВКИ

*Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов
машиностроительных вузов и факультетов*



ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА»
Москва — 1970

Уваров В. В.

Газовые турбины и газотурбинные установки. Учеб. пособие для машиностроит. вузов и факультетов. М.: Высшая школа, 1970.

320 с. с илл.

В книге кратко рассмотрены вопросы теории, расчета и проектирования газотурбинных установок и газовых турбин, приведен анализ новых термодинамических циклов газотурбинных установок, позволяющих существенно увеличить их мощность. Рассмотрены вопросы теплообмена в газотурбинных установках и охлаждения их рабочих элементов.

Книга является учебным пособием, предназначенным для студентов машиностроительных вузов и факультетов.

6П2.24

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель данной книги — служить в первую очередь учебным пособием при дипломном проектировании по газотурбинным установкам (ГТУ), но, как надеется автор, эта книга может оказаться полезной и для инженеров-теплотехников, работающих на заводах и в исследовательских институтах. Книга является известного рода дополнением к курсам газовых турбин и предполагает наличие у читателя знаний по теории газовых турбин в объеме программ вузов.

Долгое время руководство студентами при дипломном проектировании по ГТУ, естественно, поставило перед автором много задач различного рода, решение которых не всегда можно было найти в имеющихся книгах и журналах. Как хорошо сказал академик Капица, учитель не только учит, но и учится у своих учеников, и с этой точки зрения предлагаемую книгу можно рассматривать как совместный труд автора с огромным числом его учеников, которые получили свои дипломы за более чем сорокалетний период работы его в МВТУ. Активное участие в работах наших НИИ (ВТИ, ЦИАМ), в комиссии по ГТУ АН СССР в разные периоды и совместная работа кафедры МВТУ с заводами по созданию ГТУ — Коломенским, Новским им. Ленина (НЗЛ), заводом «Экономайзер», Харьковским турбинным (ХТГЗ) — также наложило известный отпечаток на книгу. В зависимости от вопросов, которые возникали в процессе практической и учебной работы, приходилось дополнять те или иные разделы теории газовых турбин, поэтому между главами книги нет непосредственной связи. Книга в основном состоит из самостоятельных решений автора. Из них хотелось бы отметить термодинамическую часть: предложение подогревать воздух выходящими газами при некотором промежуточном давлении и уже ватреть воздух до рабочего давления, а также оценивать циклы по «техническому» оптимальму, что резко сокращает определение величин оптимальных параметров.

Особенно следует подчеркнуть, что «столбовой дорогой» расчета ГТУ автор считал и считает повышение рабочей температуры газа с одновременным повышением давления газа свыше 100 бар и с оптимизацией цикла (многократное охлаждение при сжатии воздуха и многократный подогрев при расширении) и как следствие — отказ от обычной регенерации для крупных ГТУ.

Рецензенты:

Чл. корр. АН СССР Билык А. М.
Ленинградский политехнический институт
Харьковский политехнический институт

Уваров Владимир Васильевич ГАЗОВЫЕ ТУРБИНЫ И ГАЗОТУРБИНЫЕ УСТАНОВКИ

Редактор Бурлак М. Ф.
Художественный редактор Гутин Н. К.
Технический редактор Билык А. А.
Корректор Казанова Г. А.

Т-08050 Сдано в набор 29/X 1969 г. Подп. и печать 29/IV 1970 г.
Формат 60 х 90/16. Объем 20 печ. л. Уч.-изд. л. 16,39
Изд. № Стд.—70. Тираж 9 000 экз. Вак. 740. Цена 77 коп.

Тематический план литературы для курсов и техникумов на 1969 г.
издательство «Высшая школа».

Получена 26 259

Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14,

Издательство «Высшая школа»

Московская т-ва, № 4 Газавонографическая Комитет по печати при
Совете Министров СССР
Б. Параславская, 48

Показано, что охлаждение лопаточного аппарата газовой турбины возможно при давлении свыше 100—130 бар и температуре 1500—1700° К, причем кромка профиля лопатки вовсе не обязана «следовать за температурой газа» при указанных давлениях, если ее, кромку, разумно сконструировать.

Разумеется, это не значит, что не существует «кризиса» охлаждения и конечно, вряд ли можно, по крайней мере в настоящее время, создать лопаточный аппарат для давления 500 бар и температуры 2000° К, но вполне можно уже теперь ставить вопрос о создании безрегенеративной ГТУ со степенью повышения давления 120—150, температурой газов 1500° К и коэффициентом полезного действия порядка 55—60%.

Цикл с регенеративным отбором газа, на что автор получил авторское свидетельство, позволяет существенно улучшить использование воздуха в ГТУ и довести избыток его в продуктах сгорания до 10—20% ($\alpha = 1,1 \div 1,2$), но, как и всегда в инженерной практике, в конечном счете последнее слово за конструктивным решением данного вопроса.

Достаточное внимание уделено газодинамическому расчету, главным образом, в одномерной постановке, но с учетом меридионального профиля проточной части. Полученные формулы позволяют достаточно просто оценивать качество проектируемой схемы обдувания, одновременно анализировать результаты испытаний выполненных ГТУ по минимальному количеству сведений и получать на этого анализа необходимые расчетные коэффициенты потерь — все это заметно развивает самостоятельное мышление студента в процессе дипломного проектирования.

В подготовке к печати большую помощь оказали автору сотрудники кафедры: инженеры Л. С. Черепнин, К. Л. Шмидт, И. Г. Суrowцев; техники Р. С. Белоусов и М. С. Федотова. При окончательном редактировании особенно помог канд. техн. наук В. М. Епифанов. Всем товарищам приношу сердечную благодарность.

Выражаю также свою благодарность акад. АН СССР А. М. Лытка, проф. Я. И. Шнейз, проф. И. И. Кириллову и проф. С. Н. Кантору за проведенную работу при рецензировании рукописи.

Автор

§ 1. КАРНОТИЗАЦИЯ ЦИКЛА ГТУ

Цикл Карно является тем циклом, к которому максимально должен приближаться и цикл газотурбинной установки. Невозможные гидравлические и тепловые потери или, выражаясь более общо, необратимые процессы в реальном цикле заставляют в той или иной степени отходить от классической формы цикла Карно. Если в обратимом цикле Карно $AB CDA$ (рис. 1) учесть потери, то точка C , в частности, должна переместиться в точку C' и, соответственно, давление p_2 должно уменьшиться до давления p_2' (чтобы температура в конце действительного процесса сжатия T_2' не была выше температуры верхнего теплоисточника T_3). Очевидно, что T_2 в реальных условиях будет ниже температуры горячего (звездного) источника, в чем и будет выражаться необратимость этих изотермических процессов. Но может быть не следует вообще доводить температуру в конце адиабатического (политропического) сжатия до T_2 , коль скоро мы не можем получить адиабату BC ?

Технические задачи всегда ставятся определенно: с учетом реальных условий получить максимальный эффект. Поэтому вместо процесса $AB CDA$ (рис. 1, а) рассмотрим процесс $AB CDEF$ (рис. 2), в котором мы отступаем от некоторых положений цикла Карно: подвод тепла идет не по изотерме $T_2 = \text{const}$, а по смешанному процессу — изобаре CD и изотерме DE ; отвод тепла также идет по смешанному процессу FA . Варьируя участки изобар CD и FA , мы можем в любой степени изменять изобарический подвод тепла, а цель остается одна: получить максимальный коэффициент полезного действия от цикла $AB CDEFA$ с учетом реальных процессов.

Конструктивно этот цикл можно осуществить следующим образом. Воздух сжимается в компрессоре (или компрессорах) спирально по изотерме AB (как можно приблизить процесс AB к изотермическому, разберем ниже), затем — по политропе BC без охлаждения до состояния, соответствующего точке C . Далее он поступает в камеру сгорания, куда подается газообразное или жидкое топливо. После сгорания топлива температура газов повышается с T_2 до T_3 . От точки D начинается процесс расширения в турбине с одно-

прямением подводом топлива, так что температура продуктов сгорания поддерживается постоянной (T_3). В точке E подвод топлива прекращается, и процесс расширения газов в турбине продолжается по линии EF до состояния, которое имеют газы в точке F . Затем продукты сгорания выбрасываются в атмосферу, где охлаждаются до температур T_0 .

Следует отметить, что процесс $ABCDEF$ на рис. 2 изображен достаточно условно, так как от точки C до E меняется химический состав рабочего тела, поэтому на линии EF расширяется не воздух, сжимающийся по линии BC , а заметно другой газ. Все это будем учитывать в дальнейшем, используя точные значения теплоемкостей, а пока решаем задачу приближенно.

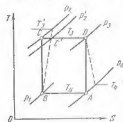


Рис. 1. Искажение цикла Карно из-за необратимости процессов

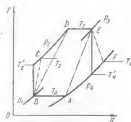


Рис. 2. Деформированный цикл Карно с учетом реальности процессов

Введем следующие обозначения:

c_p — теплоемкость на линии ABC ;
 c_p — теплоемкость на линии DEF ; $c_p c = mc_p$;
 R — газовая постоянная, примем ее одинаковой для всего цикла;

$$\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = x_1; \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = x_2; \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = x = x_1 x_2; \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k_1}} = y_1; \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k_2}} = y_2. \quad (1-1)$$

где

$$\frac{k-1}{k} = \frac{R}{c_p}; \quad \frac{k_1-1}{k_1} = \frac{R}{c_{p1}}.$$

Из равенств (1-1) получаем

$$y_1 y_2 = \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{k_1-1}{k_1}} = \left(x^{\frac{k_1-1}{k}} \right)^{\frac{k_1-1}{k_1}} = x^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (1-2)$$

Коэффициент полезного действия цикла, изображенного на рис. 2, имеет вид

$$\eta = \frac{L_r - L_k}{Q} \eta_c, \quad (1-3)$$

где L_r — работа расширения всех турбин (процесс DEF);

L_k — работа сжатия всех компрессоров (ABC);

Q — подведенное в цикл тепло (CDE);

η_c — к. п. д. камеры сгорания.

В параметрах нашего цикла все эти величины можно выразить так:

$$L_r = L_{r1} + L_{r2} = RT_3 \eta_c \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p T_3 \eta_c \left(1 - \frac{1}{y_2} \right) = c_p T_3 \left[\eta_c \left(\ln x^{\frac{1}{\alpha}} - \ln y_2 \right) + \eta_c \left(1 - \frac{1}{y_2} \right) \right]; \quad (1-4)$$

$$L_k = L_{k1} + L_{k2} = c_p T_0 \left[\frac{\ln x}{\eta_{k1}} + \frac{1}{\eta_{k2}} (x_2 - 1) \right]; \quad (1-5)$$

$$Q = c_p \left[T_3 - T_0 \left(1 + \frac{x_2 - 1}{\eta_{k2}} \right) \right] + c_p T_3 \eta_c \left(\ln x^{\frac{1}{\alpha}} - \ln y_2 \right). \quad (1-6)$$

Отметим, что в выражении для Q следовало бы подставить другую теплоемкость, но для простоты пока используем теплоемкостью c_p . Точный учет процесса сгорания разбирается в главе II. Из формул (1-4) — (1-6) следует, что η есть функция трех независимых параметров x , x_2 , y_2 ; адиабатические коэффициенты полезного действия компрессоров (η_{k1} и η_{k2}) и турбин (η_{t1} и η_{t2}) предварительно оцениваются.

Развернутое выражение для η получим на основе уравнений (1-3) — (1-6):

$$\eta = \frac{c_{p1} T_3 \left(\eta_{t1} \ln \frac{1}{y_2} + \eta_{t2} \frac{y_2 - 1}{y} \right) - c_p T_0 \left(\frac{\ln x}{\eta_{k1}} + \frac{x_2 - 1}{\eta_{k2}} \right)}{c_p T_3 \left[\eta_{t1} \ln \frac{1}{y_2} + 1 - \frac{T_0}{T_3} \left(1 + \frac{x_2 - 1}{\eta_{k2}} \right) \right]} \eta_c. \quad (1-7)$$

Если следовать обычному приему, то для определения оптимальных значений x , x_2 , y_2 нужно приравнять нулю все три частные производные: $\frac{\partial \eta}{\partial x}$, $\frac{\partial \eta}{\partial x_2}$ и $\frac{\partial \eta}{\partial y_2}$ и из этой системы уравнений найти x_1 , x_2 , y_2 . Мы поступим несколько по-другому. Обозначим буквой A числитель выражения (1-7), а B — знаменатель, тогда

$$\eta' = 0 = A' - \eta B' \text{ или } A' = \eta B', \quad (1-8)$$

где индекс означает частную производную по одному из искомым параметров.

Например, для x_2 получаем:

$$A' = \frac{\partial A}{\partial x_2} = -c_p T_a \left(\frac{1}{\eta_{a1}} - \frac{1}{\eta_{a2} x_2} \right); B' = \frac{\partial B}{\partial x_2} = -\frac{c_p T_a}{\eta_{a2}};$$

из равенства (1-8) следует:

$$-c_p T_a \left(\frac{1}{\eta_{a1}} - \frac{1}{\eta_{a2} x_2} \right) = -\eta \frac{c_p T_a}{\eta_{a2}},$$

откуда

$$x_2 = \frac{\eta_{a2}}{1 - \eta \eta_{a1}}. \quad (1-9)$$

Аналогично находим y_2 :

$$y_2 = \frac{\eta_{a2}}{1 - \eta}. \quad (1-10)$$

Производная по x обращается в нуль лишь при значении $x = \infty$, т. е. η монотонно увеличивается, асимптотически приближаясь к некоторому пределу. В конечном итоге мы имеем три уравнения: (1-7), (1-9) и (1-10). Совместно решая их при выбранном x , находим x_2 , y_2 и η .

Как будет показано ниже, точного решения этих уравнений практически не требуется: достаточно оценить величину η приближенно и определить значения x_2 и y_2 , при которых нужно подсчитать η по формуле (1-7). Полученная величина, подставленная в (1-9) и (1-10), даст искоемые значения x_2 и y_2 . В идеальных условиях $\eta_{a1} = \eta_{a2} = \eta_{a3} = \eta_{a4} = \eta_{a5} = 1,0$.

Тогда при $m = \frac{c_p T_a}{c_p} = 1$ получим из равенств (1-9) и (1-10):

$$x_2 = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{1}{1-\eta}; \quad y_2 = \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{1}{1-\eta}$$

$$\text{и } \eta = \eta_{\text{Карно}} = 1 - \frac{T_a}{T_b}.$$

По известному значению

$$x_1 = \frac{T_b}{T_a},$$

найдем $y_2 = \frac{T_b}{T_a}$.

Как видно из формулы (1-7), η зависит лишь от отношения температур T_2 к T_a , а не от их абсолютных значений; обозначим

$$\frac{T_2}{T_a} = \tau.$$

На рис. 3 дан график изменения η в функции от x для различных значений τ [Л. 1]. При увеличении x , как уже сказано, η стремится к некоторому пределу, который легко находится из уравнения (1-7), если учесть, что величина x_2 всегда конечна, как бы ни возрастало значение x . Разделив числитель и знаменатель в формуле (1-7) на $\ln x$ и приняв $x = \infty$, получим

$$\eta_{\infty} = \frac{\frac{c_p T_a}{\eta_{a1}} \frac{T_2}{T_a} \eta_{a1} - \frac{c_p T_a}{\eta_{a2}}}{\frac{c_p T_a}{\eta_{a1}} \frac{T_2}{T_a} \eta_{a1} - \frac{c_p T_a}{\eta_{a2}}} = \frac{T_2 \eta_{a1} - T_a}{T_2 \eta_{a1} - T_a} = 1 - \frac{1}{\eta_{a2} \eta_{a1}}. \quad (1-11)$$

Положим $\eta_{a1} = \eta_{a2} = \eta_{a3} = \eta_{a4} = \eta_{a5} = 1$, тогда формулы (1-9) и (1-10) примут вид

$$x_2 = \frac{1}{1 - \eta \eta_{a1}} = \frac{T_2'}{T_a}; \quad y_2 = \frac{1}{1 - \eta} = \frac{T_2}{T_a}, \quad (1-12)$$

где T_2' и T_a' см. рис. 2.

Может показаться, что x_2 и y_2 не зависят от x , но η зависит от x ; следовательно, x_2 и y_2 зависят от него.

Из формулы (1-1) следует:

$$x_1 = \frac{\eta_{a1}}{\eta_{a2}} x (1 - \eta \eta_{a1}); \quad y_1 = \frac{\eta_{a2}}{\eta_{a1}} x^{\frac{1}{\eta_{a1}}} (1 - \eta). \quad (1-13)$$

где x_1 — определяет длину отрезка AB на рис. 2, а y_1 — длину отрезка DE ;

$$S_A - S_B = R \ln \frac{p_1}{p_a} = R \ln x_1^{\frac{k-1}{k}} = c_p \ln x_1; \quad S_B - S_D = c_p \ln y_1. \quad (1-14)$$

Учитывая выражение (1-12) и принимая $m = 1$, из формул (1-13) получаем $x_1 = y_1$.

т. е.

$$S_A - S_B = S_B - S_D.$$

При других условиях ($m \neq 1$; $\eta_{a1} \neq \eta_{a2}$, и $\eta_{a3} \neq \eta_{a4}$) эти отрезки будут не равны, но все же достаточно близки по величине.

Цикл, изображенный на рис. 2, достаточно далеко отступает от цикла Карно, особенно тем, что линия BCD и AFE не эквидистантны. Если бы процесс от точек B и E к точкам D и A соответственно шел, например, по прямой линия (штрихпунктир на рис. 2) и линия

BD и EA были бы эквидистантами, то такой цикл был бы эквивалентен циклу Карно. В реальных условиях приближение к циклу Карно достигается, как известно, в регенеративных циклах (рис. 4). При этом следует учитывать, что изотермические процессы осуществляются приближенно. На рис. 4 T_4 — температура воздуха после регенератора, а T_3 — температура газов после регенератора, поверхность которого зависит от степени регенерации σ :

$$\frac{F_p}{G} = \frac{c_p \sigma}{K(1-\sigma)}; \quad \sigma = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_2}, \quad (1-15)$$

где F_p — поверхность регенератора;
 G — расход воздуха (газа) через регенератор;
 K — коэффициент теплопередачи в регенераторе;
 c_p — теплоемкость воздуха (газа) при постоянном давлении.

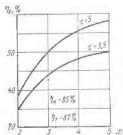


Рис. 3. График зависимости $\sigma = f(x)$ для различных K

процесс расширения газов (продуктов сгорания) также разделим на два этапа: начиная от точки E газ расширяется в турбине до давления p_6 и температуры T_{41} , затем он идет в регенератор, где охлаждается до температуры T_4 и далее поступает в последнюю турбину, где расширяется до давления p_a .

Линии таких ломаных процессов сжатия и расширения ближе подходят к эквидистантным линиям, а следовательно, весь цикл приближается к циклу Карно.

Для количественной оценки этого цикла (см. рис. 5) введем дополнительные обозначения:

Как видно из выражения (1-15), поверхность регенератора резко возрастает, если значение σ приближается к единице, а при $\sigma = 1$ $F_p = \infty$. Когда отрабатывший газ выходит в атмосферу ($p_a = 1 \text{ атм} = 0,981 \text{ бар}$), то величина K получается небольшой, что также увеличивает F_p .

Проведем приближение реального цикла к циклу Карно (так сказать, «карнотизацию» цикла) несколько по-другому (рис. 5). Процесс сжатия воздуха в компрессоре разделим на два этапа: сначала воздух сжимается до давления p_2 и температуры T_2 , а затем после нагрева в регенераторе до T_3 он дожимается до p_3 и T_3 ; при температуре T_3 воздух поступает в камеру сгорания. Процесс

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = x_2; \quad \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = x_3; \quad \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = y_3; \quad (1-16)$$

$$\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = y_2; \quad \sigma = \frac{T_3 - T_{21}}{T_{41} - T_{21}}. \quad (1-17)$$

Из теплового баланса регенератора следует

$$c_p \xi (T_{41} - T_{21}) = c_p (T_3 - T_{21}), \quad (1-17)$$

где $\xi > 1$ — коэффициент, учитывающий увеличение расхода газа за счет сгорания топлива.

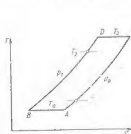


Рис. 4. Регенеративный цикл

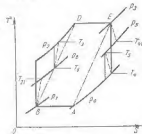


Рис. 5. Карнотизация реального цикла

Коэффициент полезного действия разбираемого цикла выражается той же формулой (1-3), но выражения для L_n , L_r и Q имеют другой вид, а именно:

$$L_r = c_p T_3 \left[\eta_{r1} \ln \frac{x_2}{y_2} + \eta_{r2} \left(1 - \frac{y_2}{y_5}\right) + \eta_{r3} \left(1 - \frac{1}{y_3}\right) \right]; \quad (1-18)$$

$$L_n = c_p T_3 \alpha \left[\frac{1}{\eta_{s1}} \ln \frac{x}{x_2} + \frac{1}{\eta_{s2}} \left(\frac{x_3}{x_2} - 1 \right) + \frac{1}{\eta_{s3}} \frac{T_3}{T_2} (x_3 - 1) \right]; \quad (1-19)$$

$$Q = c_p T_3 \left[1 - \frac{T_4}{T_3} \left(1 + \frac{x_3 - 1}{\eta_{s2}} \right) + \eta_{r1} \ln \frac{x}{y_2} \right]. \quad (1-20)$$

В формулах для L_r и Q массы вводимого топлива не учитываем. Температуры T_5 и T_6 находим, используя выражение (1-16) и уравнение теплового баланса регенератора (1-17):

$$T_6 = T_{21} + \sigma (T_{41} - T_{21}) = \sigma T_{41} + (1 - \sigma) T_{21} =$$

* В расчетах давление следует подставлять в н/м^2 ; 1 бар = 10^5 н/м^2 .

$$= \sigma T_3 \left[1 - \eta_{\tau_1} \left(1 - \frac{y_2}{y_3} \right) \right] + (1 - \sigma) T_3 \left(1 + \frac{x_2}{\eta_{\tau_2}} - 1 \right). \quad (1-21)$$

Не приводя очевидных преобразований, пишем выражение для T_3 :

$$T_3 = T_2 \left(1 - \frac{\sigma}{m_2^2} \right) \left[1 - \eta_{\tau_1} \left(1 - \frac{y_2}{y_3} \right) \right] + \frac{\sigma T_2}{m_2^2} \left(1 + \frac{x_2}{\eta_{\tau_2}} - 1 \right). \quad (1-22)$$

К. п. д. цикла зависит от x_2 , x_3 , y_2 , y_3 и x . Для нахождения оптимальных значений следует написать пять частных производных от η по всем независимым параметрам; по x , очевидно, получим прежний результат: η монотонно увеличивается по асимптотической кривой (см. рис. 3). Любая частная производная η' , приведенная нулю, принимает вид, аналогичный виду формулы (1-8):

$$(L_{\tau_2})' = L_{\eta}' = \eta' Q'. \quad (1-23)$$

Рассмотрим производные по x_2 как наиболее сложные; например:

$$(L_{\tau_2})'_{x_2} = \eta_{\tau_2} \left(1 - \frac{1}{y_2} \right) c_{p_1} T_3' = - \frac{c_{p_1} \eta_{\tau_2} \left(1 - \frac{1}{y_2} \right) \sigma T_0 x_2}{m_2^2 \eta_{\tau_2} x_2^2};$$

$$(L_{\tau_2})'_{x_3} = c_{p_1} T_3 \left[- \frac{x_2}{\eta_{\tau_2} x_2^2} + \frac{T_3}{\eta_{\tau_2} T_0} + \frac{x_2 - 1}{\eta_{\tau_2} T_2} T_0' \right].$$

Выражения для температур T_2 и T_3 и их производных подставляем из формул (1-21) и (1-22):

$$(L_{\tau_2})'_{x_2} = c_{p_1} T_3 \left[- \frac{x_2}{\eta_{\tau_2} x_2^2} + \frac{T_3}{T_0 \eta_{\tau_2}} - \frac{(x_2 - 1)(1 - \sigma) x_2}{\eta_{\tau_2} \eta_{\tau_1} x_2^2} \right];$$

$$(Q')_{x_2} = - \frac{c_{p_1} T_3}{\eta_{\tau_2}} + c_{p_1} \left(1 + \frac{x_2 - 1}{\eta_{\tau_2}} \right) \frac{T_3 (1 - \sigma)}{\eta_{\tau_1}} \cdot \frac{x_2}{x_2^2}.$$

Все полученные выражения подставляем в уравнение (1-23) и пишем его в развернутом виде:

$$\frac{T_0 x_1}{\eta_{\tau_2} x_2^2} \left[- c_{p_1} \eta_{\tau_1} \left(1 - \frac{1}{y_2} \right) \frac{\sigma}{m_2^2} + c_{p_1} + \frac{c_{p_1} (x_2 - 1)(1 - \sigma)}{\eta_{\tau_2}} - \eta_{\tau_2} c_{p_1} (1 - \sigma) \left(1 + \frac{x_2 - 1}{\eta_{\tau_2}} \right) \right] = (1 - m\eta) \frac{c_{p_1} T_0}{\eta_{\tau_2}} \times \\ \times \left\{ \sigma \left[1 - \eta_{\tau_1} \left(1 - \frac{y_2}{y_3} \right) \right] + (1 - \sigma) \left(1 + \frac{x_2}{\eta_{\tau_2}} - 1 \right) \right\}.$$

В этом выражении при приведении подобных одпочленов все члены с сомножителем x_2^{-1} взаимно уничтожаются, после чего получаем, опуская достаточно простые преобразования:

$$x_2^2 = \frac{x_1^2 \eta_{\tau_2} \left\{ \sigma \left[m\eta - \frac{\eta_{\tau_1}}{k} \frac{y_2 - 1}{y_2} \right] + (1 + m\eta) \left(1 - \frac{1 - \sigma}{\eta_{\tau_2}} \right) \right\}}{(1 - m\eta) \left\{ \sigma \eta_{\tau_1} \left[1 - \eta_{\tau_1} \left(1 - \frac{y_2}{y_3} \right) \right] - (1 - \sigma) (1 - \eta_{\tau_2}) \right\}}. \quad (1-24)$$

Аналогично находим все остальные параметры:

$$y_2^2 = \frac{y_3 \eta_{\tau_1} \left\{ \tau (1 - \eta_{\tau_1}) \left(1 - \frac{\sigma}{m_2^2} \right) + \frac{\sigma}{m_2^2} \left(1 + \frac{x_2}{\eta_{\tau_2}} - 1 \right) \right\}}{\eta_{\tau_2} \left\{ 1 - \sigma\eta + \frac{\sigma (x_2 - 1)(1 - m\eta)}{m\eta_{\tau_2}} - \eta_{\tau_1} \left(1 - \frac{\sigma}{m_2^2} \right) \right\}}; \quad (1-25)$$

$$x_2 = \frac{x_1 \frac{\eta_{\tau_2}}{\eta_{\tau_1}}}{1 - \frac{\sigma \eta_{\tau_2}}{k} \left(1 - \frac{1}{y_2} \right) + (1 - \sigma) \left[\frac{(x_2 - 1)(1 - \eta)}{\eta_{\tau_2}} - m\eta \right]}; \quad (1-26)$$

$$y_2 = \frac{y_3 \eta_{\tau_2}}{(2 - \eta) \eta_{\tau_1}} \left\{ 1 - \sigma\eta - \eta_{\tau_1} \left(1 - \frac{1}{y_2} \right) \left(1 - \frac{\sigma}{m_2^2} \right) + \frac{\sigma (x_2 - 1)(1 - m\eta)}{m\eta_{\tau_2}} \right\}. \quad (1-27)$$

Формулы (1-24)–(1-27) позволяют решить поставленную задачу, но самое решение получается довольно громоздким. Порядок решения дан на рис. 6.

Задаемся величиной η и сохраняем ее в течение следующих операций: задаемся x_{21} и рядом значений y_2 , по этим трем величинам (η , x_{21} , y_2) определяем по формулам (1-26) и (1-27) значения x_2 и y_3 , зная их, по формулам (1-24) и (1-25) подсчитываем значения x_3 и y_3 ; разумеется, последние не совпадут со значениями x_{21} и y_{21} . Обозначаем разности полученных и заданных величин

$$\Delta x_2 = x_{21} - x_2 \text{ и } \Delta y_2 = y_{21} - y_2$$

и строим две кривые: $\Delta y_2 = f_1(y_2)$ при фиксированном x_{21} , соответствующую сплошной линией на рис. 5, а и $\Delta x_2 = f_2(y_2)$, изображенную пунктирной линией на рис. 6, а.

Далее задаемся другим значением x_{21} и строим аналогичные кривые (рис. 6, б). Отметим точки N_1 (рис. 5, а) и N_2 (рис. 6, б), в которых $\Delta y_2 = 0$ (соответствующие им y_2 обозначим y_{21} и y_{22}).

Величины Δx_2 для точек N_1 и N_2 получаются разными: $\Delta x_{21} > 0$ и $\Delta x_{22} < 0$, что и изображено на рис. 5, а, б соответственно. Но может случиться, что двух преобразований не хватит (и Δx_{21}

и Δx_{22} будут одного знака и далеки от нуля). Тогда следует задаться третьим значением x_{23} и построить третий график, аналогичный двум рассмотренным и, если нужно, даже четвертый.

Получив приемлемые значения x_{23} , построим совмещенный график. По оси абсцисс отложим $x_2 \sim x_{21}, x_{22}, x_{23}$ и т. д., а по оси ординат — значения $y_2, y_{21}, y_{22}, y_{23}$ и т. д. (пунктирная линия на рис. 6, в) и $\Delta x_{21}, \Delta x_{22}, \Delta x_{23}$ (сплошная линия на рис. 6, в). Искомые значения x_{26} и y_{26} получим в точке М, для которой $\Delta x_2 = 0$.

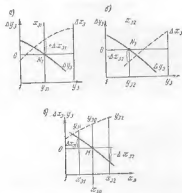


Рис. 6. Порядок решения системы уравнений $(1-24) \div (1-27)$

Имея x_{25}, y_{25} (соответственно x_{26} и y_{26}), подсчитываем η по формуле (1-3), находя L_1, L_2 и Q по формулам (1-18) — (1-20). Подсчитанное значение η , разумеется, не совпадает с принятым η , но точного совпадения и не нужно, важно иметь неравенство $\eta > \eta$, если же получится $\eta < \eta$, то расчет следует повторить. Подобно об этом сказано ниже.

§ 2. ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЦИКЛА

Рассмотрим цикл (рис. 7) сложной ГТУ с многократным охлаждением в процессе сжатия и многократным дожиманием в процессе расширения. Схема этой ГТУ представлена на рис. 8: слева — пять отсеков компрессоров, справа — пять отсеков турбин (запирхованы); число промежуточных холодильников $\xi = 3$; число допол-

нительных камер сгорания $z = 4$. Особенность цикла заключается в том, что воздух подогревается в регенераторе R от температуры T_{24} до T_2 перед последним отсеком компрессора, а затем уже он дожимается до давления p_2 и при температуре T_2 идет в первую камеру сгорания.

Установим количественные соотношения между параметрами цикла и определим их экстремальные значения. Введем следующие обозначения:

c_p — теплоемкость воздуха; примем ее постоянной для всех компрессоров;

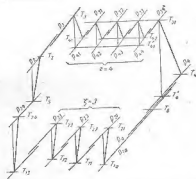


Рис. 7. Т — Схематизация схемы ГТУ с многократным охлаждением и подогревом и с регенерацией одного давления

$c_p = mc_p$ — теплоемкость продуктов сгорания, также будем считать ее постоянной для всех турбин и по ней будем определять затраченное в цикле тепло;

$k = \frac{c_p}{c_v}$ — показатель адиабаты для воздуха;

$k' = \frac{c_p}{c_v}$ — то же для газа.

Заметим, что все значения p и T относятся к заторможенным параметрам газа (воздуха).

Запишем для воздушной части:

$$\left(\frac{p_{21}}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = x_{21}; \quad \left(\frac{p_{22}}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = x_{22}; \quad \left(\frac{p_{23}}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = x_{23};$$

$$\frac{p_{2k}}{p_{2k-1}} = \left(\frac{T_{2k}}{T_{2k-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1.28)$$

Аналогично для второй части

$$\frac{p_{2k}}{p_{2k-1}} = \left(\frac{T_{2k}}{T_{2k-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1.29)$$

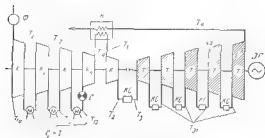


Рис. 8. Схема ГТУ с многократным охлаждением и подогревом и с регенератором низкого давления

$$\frac{p_{2k}}{p_{2k-1}} = \left(\frac{T_{2k}}{T_{2k-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1.24)$$

Известно, что

$$\frac{p_{2k}}{p_{2k-1}} = \left(\frac{T_{2k}}{T_{2k-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Если принять газовые постоянные воздуха и газа равными, то

$$\frac{p_{2k}}{p_{2k-1}} = \left(\frac{T_{2k}}{T_{2k-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Введем обозначения для степеней регенерации низкого давления в отличие от обычной регенерации и регенерации высокого давления [Л. 2]

$$\sigma = \frac{T_{2k}}{T_{2k-1}} \quad (1.30)$$

Выразим работу сжатия всех компрессоров ΣL_k в принятых обозначениях

$$\Sigma L_k = \frac{p_{2k}}{p_{2k-1}} \left(\frac{T_{2k}}{T_{2k-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1.31)$$

При этом давлений будет пять, если $\xi = 3$, и на $(\xi - 3)$ больше, если $\xi > 3$

температура после холодильников выбирается с таким расчетом, чтобы в них не выпадала влага, т. е. температуры T_{2k} и T_{2k+1} должны быть выше температур насыщения. После последнего холодильника поставлен сепаратор влаги C (см. рис. 8), по этому температура T_{2k} принята вышней, чем температура T_{2k+1} (на рис. 7 соответственно T_{16} и T_{17}). Температура T_{2k} определяется по формуле (1—30)

Независимыми переменными в формуле (1—31) следует считать x_{2k} , x_{2k+1} , x_{2k+2} , ..., $x_{2k+\xi-1}$ причем, при фиксированных температурах T_{2k} (на рис. 7 T_{2k}) и x_{2k} все x_{2k+1} , x_{2k+2} , ..., $x_{2k+\xi-1}$ находятся из условия минимальной работы сжатия в первых ξ компрессорах при условии

$$T_{2k} > T_{2k+1}; T_{2k} > T_{2k+2} \text{ и т. д.} \quad (1.32)$$

где T_{2k} , T_{2k+1} температуры насыщения в конце первого, второго и т. д. холодильников, естественно, каждая температура T_{2k} связана с тем парциальным давлением водяных паров, которое имеется в каждом холодильнике

Работу сжатия мы посчитаем позаднее, а сейчас напомним выражение для суммарной работы всех турбин ΣL_T , используя выражение (1—25)

$$\Sigma L_T = \frac{p_{2k}}{p_{2k-1}} \left(\frac{T_{2k}}{T_{2k-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1.33)$$

$$+ \frac{\pi}{6} \left(1 - \frac{\gamma_2^2}{\gamma_1^2} \right) \eta_{\tau_2} \quad (1.33)$$

Здесь независимыми переменными являются величины x и y при фиксированном z , так как $y_1 = \frac{y}{z}$ и $y_2 = \frac{y}{z}$ в члене ΣQ

Выразим теперь величину подведенного в цикл тепла ΣQ

$$\sum Q = \left(T_3 + T_3 \left[1 - \frac{\eta_2}{\eta_1 + 2} \right] + \xi T_3 - T_3 \left[1 - \eta_2 \left(1 - \frac{1}{\eta_1} \right) \right] \right) \quad (34)$$

Для камеры с вторых боковых же то горизонтальное в первой (основной) камере горизонтальное, для вторых по втор. диамет. (горизонт. и последнее следующее — в остальных (2 - 1) камерах горизонт. и последнее следующее — в остальных (2 - 1) камерах горизонт.

После приведения подобных одичленов получаем

$$\sum Q = c_0 - \xi T_2 - T_0 \left(1 + \frac{x_2}{\eta_{\text{H}_2(\text{C-2})}} \right) + T_2 \eta_{\text{H}_2} \left(1 - \frac{1}{x_2} \right) + \xi T_2 (z-1) \left(1 - \frac{1}{x_2} \right) \eta_{\text{H}_2} \quad (1.34)$$

В формулах 3.1 и 3.4 следует подставить значения Γ из формулы 3.0, а также через параметры формулы 3.1 (29)

$$T_2 = \sigma_0^2 T_0 \left[1 - \eta_1 \left(1 - \frac{y_2^2}{\xi x^2 / \pi} \right) \right] + (1 - \sigma) T_0 \left(1 + \frac{x}{n} \right) \quad (3b)$$

Коэффициент полезного действия рассматриваемого щипца имеет вид

$$\eta = \frac{\sum L_T - \sum L_T}{\sum Q} \cdot \eta_{12} \quad (1.36)$$

и п л а камер хранения, принятый одинаковым для всех
размер

[illegible]

прессорах и не учитываем в процессе статьи отвод влаги в сепараторе. Все эти данные могут внести поправку (1-3%) в сторону увеличения η , учитая механические потери и утечек, внесет поправку обратного знака примерно такой же величины. Таким образом, три ориентировочных расчета используются формулами (3), (4), (33), (34) и (36), в том виде, в котором они приведены, достаточно. Намного от этого не изменится x_1 , x_2 и η , где η с поправками будет иметь следующие производные от η :

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial x_1} = \frac{\partial \eta}{\partial x_2} = \frac{\partial \eta}{\partial x_3} = 0$$

Остановимся подробнее на первой производной

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} \sum Q + \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^n \left(\frac{Q_j}{x_i} \right) = 0$$

Разделив это выражение на $\sum Q$ и приняв $v_i = \text{const}$, получим

$$0 = \frac{\partial}{\partial x} \sum L_r - \frac{\partial}{\partial x} \sum L_s = \eta \frac{\partial}{\partial x} \sum Q \quad \frac{dn_k}{dx} \quad (1-37)$$

Из равенства (4.33) определим

$$\frac{\partial}{\partial x} \sum L_{\alpha\tau} = \frac{c_p T_2}{m+1} y_2^2 \eta_{\tau_1}$$

из формулы (1.3), —

$$\frac{\partial}{\partial X} \sum L_{II} = \frac{c_p T_{ic}}{x_A x_{AC} v_{AC}(t+)} - \frac{c_p (x_A - 1)}{v_{AC}(t+2)}$$

$$\times \left[\frac{\sigma T_A v_{AC} T_{ic}^2}{m \omega} \cdot \frac{(T_{ic} - T_A)^2}{x_A x_{AC} v_{AC}(t+1)} \right]$$

и наконец, из выражения (1.34'),

$$\eta \frac{\partial}{\partial x} \sum Q = \eta c_{\alpha} \left(1 + \frac{x_4}{\eta_{1,2}} \right) \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x} \frac{1}{m} \frac{\partial T_2}{\partial x} & (1 - \theta) T_r \\ \frac{\partial T_2}{\partial x} & x_4 x_2 \eta_{1,2} (1) \end{bmatrix}$$

Подставим все три подматрицы в 37-е место, после чего получим преобразованный отклик

$$x^{\frac{\alpha+1}{2}} = x_1^2 x_2^2 x_3^2 \eta_{1234} ; \quad T_2 = \frac{1 - \sigma\eta + \sigma(x_4 - x_1)(1 - \sigma\eta)}{\sigma\eta_{12+2}} ; \quad T_3 = \frac{\sigma_2(x_4 - x_1)}{\eta_{12+2}(1 - \sigma\eta)} ;$$

Продолжав аналогичные вычисления для остальных трех производных, найдем

$$\frac{\partial T_{\text{сг}}}{\partial T} = \frac{T_{\text{сг}}}{T} \cdot \frac{1}{\eta_{\text{сг}}} \cdot \frac{\eta_{\text{сг}}}{\eta_{\text{сг}} \eta_{\text{в}} (1-\sigma)} \left[1 - \eta_{\text{сг}} (1-\sigma) + \frac{\{k_4-1\}(1-\sigma)}{\eta_{\text{в}}(1-\sigma)} (1-\eta_{\text{сг}}) \right], \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial T_{\text{сг}}}{\partial \eta_{\text{сг}}} = \frac{x^{1/\eta_{\text{сг}}} \{1-\eta_{\text{сг}}\} [\eta_{\text{сг}} + \eta_{\text{сг}} (2-1)]}{2\eta_{\text{сг}} \left[1 - \eta_{\text{сг}} + \frac{\sigma \{k_4-1\}}{\eta_{\text{сг}} \eta_{\text{в}}} (1-\eta_{\text{сг}}) \right]}, \quad (1.40)$$

$$\frac{\partial T_{\text{сг}}}{\partial \sigma} = \frac{x \left[\eta_{\text{сг}} (1-\sigma) - (1-\sigma) \left[1 - \eta_{\text{сг}} (1-\eta_{\text{сг}}(1-\sigma)) \right] \right]}{\eta_{\text{сг}} (1-\sigma) \left[\frac{T_{\text{сг}}}{T_{\text{сг}}} \eta_{\text{сг}} (1-\sigma) - \eta_{\text{сг}} \frac{\partial T_{\text{сг}}}{\partial \sigma} \right] - (1-\sigma) (1-\eta_{\text{сг}})}, \quad (1.41)$$

Мы продифференцировали η по основной группе независимых переменных, но эта величина зависит от переменных дополнительной группы $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2(\zeta-1)}$ от них зависит лишь работа компрессора. Очевидно,

$$\left\{ \sum_{i=1}^{\zeta-1} Q_i \frac{\partial \eta_i}{\partial x_{2i}} = \frac{\partial}{\partial x_{2j}} \sum L_i \text{ при } i=1, 2, \dots, (\zeta-1) \right. \quad (1.42)$$

Как известно выше, для изобарной выходящей влаги в холодильниках необходимо выполнять условие (1.32), т.е. $T_{1j} \geq T_{\text{сг}}$, для $j=1, 2, \dots, (\zeta-1)$.

Парциальное давление паров в воздухе подсчитывается по закону Дальтона:

$$p_{\text{пар}} = p_{\text{смесь}} \frac{g_{\text{пар}}}{g_{\text{смесь}}}$$

Если давление смеси воздуха и пара при сохранении температуры влажного воздуха будет величаться и парциальное давление пара $p_{\text{пар}}$ до тех пор, пока $p_{\text{пар}}$ не достигнет давления насыщения, соответствующего сохраняемой температуре. Дальнейшее увеличение давления смеси приведет к увеличению $g_{\text{пар}}$ (увеличение доли пара в смеси), т.е. к выпадению влаги из смеси. В шлоке 2 широкодиапазонным измерением давления можно определить температуру насыщения $T_{\text{сг}}$ в зависимости от x_{21} , а следовательно, и от x_{21} , в виде прямой

$$T_{\text{сг}} = a + b(x_{21} - 1), \quad (1.43)$$

причем вначале эта зависимость строится по таблицам для пара, а затем проводится прямая (1.43)

На рис. 9 приведен такой график, где нами нанесены значения $T_{\text{сг}}$, найденные по таблицам проф. Вукаловича, а сплошной линией проведена прямая для начальной относительной влажности, равной 83%, пунктирная линия проведена для относительной влажности, равной 66%, начальная температура влажного воздуха принята равной 288° К.

Порядок нанесения точек на этот график таков. Для относительной влажности 83%, при температуре 288° К находим температуру точки росы (285° К) и давление насыщения ($p_{\text{сг}} = 0,04292 \text{ кг/см}^2 = 0,01402 \text{ бар}$) парциальное давление паров

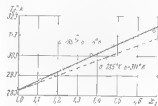


Рис. 9 Связь температуры насыщения $T_{\text{сг}}$ с параметром x_{21}

при общем давлении $p_{\text{сг}} = 1 \text{ кг/см}^2 = 0,981 \text{ бар}$. При увеличении общего давления, скажем, в два раза парциальное давление пара увеличится также в два раза, если не будет выпадать влага, что можно достигнуть соответствующим увеличением температуры (в данном случае давление $p_{\text{сг}} = 2p_{\text{сг}} = 0,02838 \text{ кг/см}^2 = 0,02804 \text{ бар}$ соответствует $T_{\text{сг}} = 296^\circ \text{ К}$). Затем находим

$$k = \frac{p_{\text{сг}}}{p_{\text{сг}}} \cdot \frac{1}{x_{21}} = 2 \cdot 1,80 = 2,2$$

принимая $k = 1,4$ что в данном случае допустимо, так как смесь пара незначительно имеет и в сторону уменьшения, чем мы предполагаем.

Таким образом, при значении $x_{21} = 1,22$ получали $T_{\text{сг}} = 296^\circ \text{ К}$, что и внесли на график.

Коэффициенты a и b зависят, конечно, от относительной влажности засасываемого воздуха. Имея равенство (1.43), дифференцируем ΣL_i по $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2(\zeta-1)}$ и приравняем эти $\left(\frac{\partial \Sigma L_i}{\partial x_{2j}} \right)$ производным нулю, таким образом, получаем совместно с уравнениями (1.38) (1.41) полную систему $[4 + (\zeta - 1)]$ уравнений

с таким же количеством неизвестных. Из выражения (1-31) для ΣL_n видно, что от x_2 , $i = 1, 2, \dots, \zeta - 1$ зависят два соседних слагаемых с индексами i и $(i+1)$. Например, от x_{22} зависят второе и третье слагаемые в выражении (1-31). Берем производную ΣL_n по x_{21} , от которого зависит два первых слагаемых, причем значения T_{11} подставляем из формулы (1-43),

$$\frac{\partial}{\partial x_{21}} \sum L_n = \frac{T_{11}}{\eta_{k1}} \cdot a \cdot b \cdot x_1 \cdot \left(\frac{x_1}{\eta_{k1} x_{21}^2} + \frac{b}{\eta_{k1} x_{21}} \right) + \dots = 0$$

После преобразования получим

$$x_{21} = \frac{x_1 \cdot T_{11}}{\eta_{k1} \cdot a \cdot b} \quad (1-44)$$

Подставляем в выражение для производной по x_{22}

$$\frac{\partial \Sigma L_n}{\partial x_{22}} = \frac{T_{12}}{\eta_{k2} x_{21}} + \frac{T_{12} x_{21}}{\eta_{k2} x_{22}^2} + \frac{b}{\eta_{k2}} \left(\frac{1}{x_{22}} - 1 \right)$$

значения T_{11} и T_{12} из уравнения (1-43), и определяем x_{22}

$$x_{22} = \frac{x_{21}^2 \eta_{k2}}{a \cdot b} \left\{ \frac{a-b}{\eta_{k2} x_{21}} + b \left(\frac{1}{\eta_{k2}} - \frac{1}{\eta_{k2} x_{21}} \right) \right\} \quad (1-45)$$

Все остальные производные от ΣL_n по x_{2j} получаем последовательным дифференцированием уравнения (1-31), считая $j \geq 2$.

$$x_{2(j+1)} = \frac{x_{2j}^2 \eta_{k(j+1)}}{a-b} \left[\frac{a-b}{\eta_{k(j+1)} x_{2j}} + b \left(\frac{1}{\eta_{k(j+1)}} - \frac{1}{\eta_{k(j+1)} x_{2j}} \right) \right] \quad (1-46)$$

Как доказывают расчеты, можно считать все η_{kj} (для $j = 1, 2, \dots, \zeta$) одинаковыми, так как степень повышения давления во всех компрессорах до сепаратора C (см. рис. 7) примерно одинакова. В этом случае формулы (1-44) и (1-46) упрощаются и формула (1-44) принимает вид

$$x_{22} = \frac{x_{21}^2 (T_{12} - b)}{a \cdot b} \quad (1-47)$$

формула (1-45) после подстановки x_{22} из выражения (1-47)

$$x_{22} = \frac{x_{21}^2 (T_{12} - b)^2}{(a-b)^2} = \frac{x_{21}^2}{x_{21}} \quad (1-48)$$

и, наконец, формула (1-46) (для $j \geq 2$)

$$x_{2(j+1)} = \frac{x_{2j}^2}{x_{2j}} = \frac{x_{2j}^2 (T_{1j} - b)^2}{a \cdot b} \quad (1-49)$$

Особенность всех формул начиная с (1-38) состоит в том, что в них фигурирует неизвестная величина η , которая может быть определена согласно уравнению (1-36) лишь после того, как будут известны все параметры, определяющие цикл. Тогда расчет нужно вести методом приближения: вначале задаться величиной η и по ней найти все x_1, x_2, x_{22}, y_2 , затем по формуле (1-36) проверить, насколько удачно задались величиной η . Но, как показывает практика расчетов, даже очень грубая, предварительная оценка величины η (например, $\eta \approx 35\%$ вместо 45%) уже дает близкие значения независимых параметров, и более двух раз менять систему (1-38) и (1-47) не требуется. Кроме того, как будет показано ниже, точного совпадения значений η принятой и полученной и не требуется. Преобразуем формулу (1-39) с учетом равенства (1-49), введя обозначение

$$\frac{\eta}{a \cdot b} = q \quad (1-50)$$

Тогда

$$x_1 \cdot x_2 \cdot i^2 = x_{22} \cdot q \cdot 2$$

и

$$\frac{\eta}{a+b(x_1 \cdot x_2 - 1)} = \eta_{k(j+1)} \cdot q \cdot x_{2j}^2 \cdot \times \left[\frac{\eta_{k(j+1)} (1-q)}{\eta_{k(j+1)} x_{2j}^2} + \frac{(1-q) x_{2j}^2}{\eta_{k(j+1)} x_{2j}^2} (1-\eta q) \right] \quad (1-51)$$

Таким образом, получили четыре уравнения (1-38), (1-49), (1-41); (1-51) с четырьмя неизвестными x_1, x_{21}, x_{22}, y_2 после замены x_{22} в формулах (1-38) и (1-41) выражением x_{22}^2 / q .

Решив эту систему, мы получим все необходимые параметры, при этом коэффициент полезного действия цикла, изображенного на рис. 7, будет максимальным, но схема установки должна быть выполнена, как показано на рис. 8, т. е. машина должна быть однобальная или, во всяком случае, при многоступенчатой схеме баллы должны быть механически связаны. При работе ГТУ по этой схеме имеется лишь единственная связь между ΣL_1 , ΣL_n и эффективной работой R_p .

$$\eta_e = \frac{\Sigma L_1}{\Sigma L_n}$$

Если же нужно иметь несколько валов, вращающихся с разными числами оборотов, то, как правило, электрические генератор располагается на каком-либо одном валу, а остальные валы свободны. В этом случае возникают дополнительные связи. Допустим, принята двухвальная схема ГТУ (рис. 10), в которой число холодильников ζ и число промежуточных камер сгорания λ та-

кое же, как в схеме, изображенной на рис. 8, во вал высокого давления свободен, что приводит к дополнительной связи

$$L_{x_1} + L_{x_2} = L_{x_3} + L_{x_4}$$

В последнее уравнение входят те же параметры x , x_{21} , x_4 , y_2 , и в общем виде эту связь можно записать так

$$F_5(x, x_{21}, x_4, y_2) = 0 \quad (1.52)$$

Независимых переменных здесь меньше, так как должно выполняться равенство (1.52). Любой из четырех параметров можно принять за зависимую переменную, и тогда η в формуле (1.36)

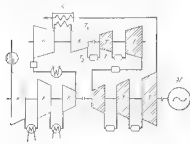


Рис. 10. Схема двухвальной ГТУ

будет зависеть от трех независимых параметров. Возьмем в качестве независимых параметров x_{21} , x_4 и y_2 . Тогда равенство (1.52) даст зависимость величины x от этих параметров, причем в общем случае эта зависимость может быть выражена в неявном виде. Для определения оптимальных значений x_{21} , x_4 и y_2 необходимо продифференцировать равенство (1.36) по x_{21} , x_4 , y_2 и приравнять производные нулю. Во все эти производные входят производные вида

$$\frac{\partial x}{\partial x_{21}}, \frac{\partial x}{\partial x_4}, \frac{\partial x}{\partial y_2}$$

которые можно найти из уравнения (1.52)

$$\frac{\partial F_5}{\partial x_{21}} + \frac{\partial F_5}{\partial x_4} \frac{\partial x}{\partial x_{21}} + \frac{\partial F_5}{\partial y_2} \frac{\partial x}{\partial y_2} = 0$$

Эти производные так же, как производные $\frac{\partial \eta}{\partial x_{21}}$, $\frac{\partial \eta}{\partial x_4}$, $\frac{\partial \eta}{\partial y_2}$ содержат все четыре параметра x , x_{21} , x_4 , y_2 . Таким образом, система уравнений

$$F_5(x, x_{21}, x_4, y_2) = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial x_{21}} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial x_4} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial y_2} = 0$$

имеет четыре неизвестных x , x_{21} , x_4 , y_2 , и ее решение будет решением нашей задачи. Но если в принципе задача вполне решена, то математические выкладки получаются очень громоздкими. Ниже

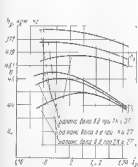


Рис. 11. Зависимость η и h_2 от x_{21} для схемы двухвальной ГТУ



Рис. 12. Процесс сжатия в первых двух компрессорах в Г-С диаграмме ГТУ с многоступенчатой осевой компрессорной и с регулируемой нагрузкой

будет разобран один конкретный случай, а сейчас отметим, что при одновальной схеме (или при связанных валах) получим максимальное возможный коэффициент полезного действия. Значит, прежде чем переходить к какой-либо схеме многовальной установки, следует посмотреть, нельзя ли сохранить параметры цикла, получаемые для одновальной схемы. Для этого придется варьировать значения x_{21} и y_2 . Так как любая функция (в нашем случае η) слабо изменяется в области экстремума, то небольшое отклонение x_{21} и y_2 от их оптимальных значений слабо уменьшит η , но позволяет выбирать более удобную схему ГТУ. На рис. 11, 12 представлен график изменения η при изменении x_{21} , $y_2 = y_2$ для $\zeta = 4$ и $z = 3$. С точки зрения величины η наиболее выгоден случай, когда на валу вы-

сокого давления находятся два компрессора (2К) и три турбины (3Т), но конструктивно же более удобный вариант (2К + 2Т), причем уменьшение величины η из-за этого незначительно.

Сделаем несколько замечаний об учете гидравлических сопротивлений в холодильниках и камерах сгорания. На рис. 12 в укрупненном масштабе представлен процесс сжатия в $T-S$ диаграмме для первых двух компрессоров и процесса охлаждения в первом холодильнике. Давление после фильтра Φ (см. рис. 8) p_{2a} меньше атмосферного давления p_a . Обозначим отношение разности этих давлений к p_a безразмерным коэффициентом

$$\delta_{2a} = \frac{p_a - p_{2a}}{p_a}$$

Давление после первого холодильника p_{21} , естественно, меньше давления после первого компрессора p_{21} . Введем обозначение для первого холодильника

$$\delta_{21} = \frac{p_{21} - p_{21}}{p_{21}}$$

и аналогично для i -го холодильника

$$\delta_{i-1} = \frac{p_i - p_{i-1}}{p_i}$$

Гидравлические сопротивления фильтра учитываются введением коэффициентов полезного действия соответствующих компрессоров, т. е. $\eta_{\Phi} < \eta_{\text{ком}}$, который имеет компрессор при работе его без фильтра. Это следует учесть в виду при использовании формулы (1-38). Нетрудно видеть, что эти две величины связаны между собой следующим образом (κ — показатель адиабаты):

$$\eta_{\Phi} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (1-53)$$

Аналогично для i -го компрессора ($i = 2, 3, \dots$)

$$\eta_{\Phi} = \frac{\kappa_{\Phi}}{\kappa_{\text{ком}}} \frac{p_{i-1} - p_i}{p_{i-1} - p_i} \quad (1-54)$$

В выражение (1-31) входят величины $\eta_{\text{тур}}$.

На рис. 13 представлен процесс в первых двух и в последней турбинах в диаграмме $T-S$.

График построен по ж. Л. С. Черепяжину

Введем обозначения (напомним, что все значения p относятся к заторможенному потоку),

$$\frac{p_2 - p_2}{p_2} = \delta_{2a}, \quad \frac{p_{21} - p_{21}}{p_{21}} = \delta_{21}, \quad \frac{p_1 - p_1}{p_1} = \delta_{1a}, \quad \frac{p_a - p_a}{p_a} = \delta_a$$

где δ_{2a} — относительное сопротивление в основной камере сгорания, оно уже учтено в формуле (1-33),

δ_{21} — то же, в первой промежуточной камере сгорания, δ_{1a} — то же, в i -й промежуточной камере сгорания,

Если $\eta_{\text{тур}}$ — КПД турбины в том случае, когда не учитывается сопротивление камеры сгорания, то получаем

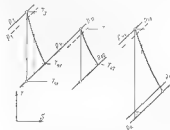


Рис. 13. Процесс расширения в первых двух и в последней турбинах в $T-S$ диаграмме в СТУ с многоступенчатым охлаждением и подогревом и с регенерацией низкого давления

$$\eta_{\text{тур}} = \frac{1 - \delta_{2a} \frac{1}{\kappa}}{1 - \delta_{2a}} \quad (1-55)$$

где $i = 1, 2, \dots$ — порядковый номер турбины.

В формулу (1-33) подставляем величину $\eta_{\text{тур}}$. Учитывая для последней турбины сопротивление на выходе δ_{1a} , получаем

$$\eta_{\text{тур}} = \frac{1 - \delta_{1a} \frac{1}{\kappa}}{1 - \delta_{1a}} \quad (1-56)$$

При выводе формул (1-53) и (1-56) учли все обозначения, введенные в предыдущей главе (рис. 12 и 13). Видно, что

$$(1 + \delta_x)^{\frac{1}{k}} \approx 1 + \frac{\delta_x}{k}$$

Выражение (1-56) имеет ту же структуру, что и формула (1-55), но только вместо $\delta_{x(1)}$ в него входит $(\delta_{x_2} + \delta_x)$.

Удобней при подсчетах на счетной линейке вместо отношения коэффициентов в уравнениях (1-53) (1-56) брать отношение их разности к $\eta_{x_1}^0$ или к $\eta_{x_2}^0$. Тогда из равенства (1-54) получаем

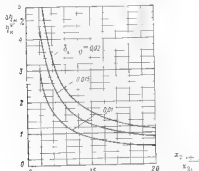


Рис. 14. Отношение коэффициентов к $\eta_{x_1}^0$ в зависимости от сопротивления для компрессора

$$\frac{\eta_{x_1}^0 \cdot \eta_{x_2}}{\eta_{x_1}^0} = \frac{x_{01} \delta_{x_2} (1 + \delta_x)^{\frac{1}{k}}}{x_{02} (1 + \delta_{x_2})^{\frac{1}{k}} - 1 + \delta_{x_2} (1 + \delta_x)^{\frac{1}{k}} \frac{x_{01}}{x_{02}}} = \frac{\Delta \eta_{x_1}}{\eta_{x_1}^0} \quad (1-57)$$

а из формулы (1-56)

$$\eta_{x_2} = \eta_{x_1} \frac{\delta_{x_2} (1 + \delta_x)^{\frac{1}{k}}}{x_{02} (1 + \delta_{x_2})^{\frac{1}{k}} - 1 + \delta_{x_2} (1 + \delta_x)^{\frac{1}{k}} \frac{x_{01}}{x_{02}}} = \frac{\Delta \eta_{x_2}}{\eta_{x_2}^0} \quad (1-58)$$

На рис. 14 и 15 даны соответственно графики функций (1-57) и (1-58) для трех значений δ_x и δ_{x_2} . Допустим, что для третьего компрессора ($j=3$) $\eta_{x_1}^0 = \eta_{x_2}^0 = 0,9$, тогда η_{x_1} будет зави-

сеть от того, каким сопротивлением δ_{x_2} обладает стоящий перед ним холодильник. Если, например, $\delta_{x_2} = 0,015$, а $\frac{x_{01}}{x_{02}} = 1,3$, то из графика (см. рис. 14) находим

$$\Delta \eta_{x_1} = 0,9 \cdot 1,83 = 1,65\%$$

Таким образом

$$\eta_{x_1} = 0,9 + 0,0165 = 0,9165$$

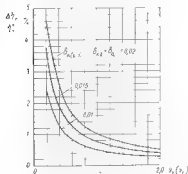


Рис. 15. Относительное уменьшение η_{x_2} в зависимости от сопротивления

Система четырех уравнений (1-38), (1-40), (1-41) и (1-51) дает возможность найти четыре независимых параметра X , x_{02} , X_{01} , y_2 , при которых величина η имеет максимум.

Числитель в уравнении (1-36) представляет собой работу, которую получим от 1 кг воздуха (газа), протекающего через установку. Обозначим эту работу

$$h_g = \sum L_{\text{г}} - \sum L_{\text{сг}} \quad (1-59)$$

От этой величины зависит расход воздуха через газотурбинную установку. Связь между секундным расходом воздуха G , мощностью N и h_g имеет вид

$$N = 4,185 h_g G \quad (1-60)$$

Таким образом, величина h_g полностью определяет расход воздуха G при заданной мощности. А расход воздуха G в значительной степени определяет размеры машины, ее вес и стоимость. Если

изобразить графически зависимость h_g и η от какого-либо одного независимого параметра, кривые отдельные кривички, то получим график типа (рис. 16), где по оси абсцисс отложен один из независимых параметров (u), а по оси ординат — h_g и η , причем кривая h_g может иметь различный характер (сплошная линия либо пунктирная). При $u = u_{opt}$ кривая η имеет математический максимум. Однако совершенно очевидно, что с технической точки зрения выгодней отступить от математического оптимума либо вправо (для h_g , изображенной сплошной линией), либо влево (для h_g ,

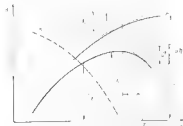


Рис. 16 Относительное расхождение кривых $\eta = F(u)$ и $h_g = \Phi(u)$

изображенной пунктирной линией), так как в обоих случаях можно заметно увеличить h_g и, следовательно, удешевить установку при совершенно незначительном уменьшении ее экономичности (η).

Количественно это положение можно представить отношением

$$\frac{\Delta h_g}{h_g} \frac{\eta}{\eta_{opt}} = n_g \quad (1-61)$$

Для $u = u_{opt}$, $n = \infty$, при $u = u_{opt} + \Delta u$ величина n становится конечной. При малой величине Δu можно считать

$$\Delta \eta = \frac{1}{2} d\eta \quad \text{и} \quad \Delta h_g = dh_g$$

Первое равенство носит геометрический характер (рис. 17)

$$\Delta \eta = R(1 - \cos \alpha), \quad d\eta = R \left(\frac{1 - \cos^3 \alpha}{\cos \alpha} \right) =$$

$$= R(1 - \cos \alpha)^{\frac{1}{2} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} \approx 2R(1 - \cos \alpha),$$

так как для малого угла $\alpha \approx 0$ 15° можно считать $\frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha} \approx 2$. Учитывая эти соотношения, получаем

$$\frac{dh_g}{h_g} = \frac{1}{2} \frac{d\eta}{\eta} \quad n_g$$

Далее

$$d\eta = d \left(\frac{h_g}{\Sigma Q} - \frac{\Sigma Q dh_g}{\eta^2 (\Sigma Q)^2} \right) = \frac{dh_g}{\eta} - \frac{h_g d\eta}{\eta^2} = \frac{dh_g}{\eta} - \frac{dh_g}{\eta} = 0$$

и для n_g получаем

$$n_g = 1 - \frac{h_g}{\Sigma Q} \frac{d \Sigma Q}{dh_g} = \frac{2}{1 - \eta \frac{d \Sigma Q}{dh_g}}$$

Окончательно имеем

$$dh_g = \frac{n_g}{n_g + 2} \eta d \Sigma Q. \quad (1-62)$$

Здесь под знаком дифференциала следует понимать частные дифференциалы типа $dh_g \frac{d \Sigma Q}{d u}$ от каждого из независимых параметров u, x, x_2, x_3, y_2 .

Предположим, что $u = x$, тогда выражение (1-62)

$$\frac{dh_g}{dx} = \frac{n_g}{n_g + 2} \eta \frac{d \Sigma Q}{dx}$$

представляет собой не что иное, как формулу (1-37) с учетом равенства (1-59), где вместо η подставлено $\eta \frac{n_g}{n_g + 2}$. Таким образом, если во все четыре уравнения (1-38), (1-40), (1-41), (1-51) вместо η поставить $\frac{n_g}{n_g + 2}$ и решить эту систему, то получим технический оптимум, т. е. мы отступим от математического оптимума в сторону увеличения h_g и уменьшения η , причем относительное увеличение h_g будет в n_g раз больше относительного уменьшения η .

Теперь проанализируем решение системы уравнений (1-38), (1-40), (1-41), (1-51) с несколько другой точки зрения, а именно задавшись совершенно произвольной величиной η , (так сказать, условный к. п. д.) в данной системе, решим ее затем



Рис. 17 Связь величин $\Delta \eta$ и $d\eta$ в окрестности экстремума η

по найденным значениям x , x_{21} , x_2 , y_2 по формуле (1-36) определяем коэффициент полезного действия η_c , который в общем случае не равен η . С большей точностью можно считать

$$\eta_c = \eta_g \frac{1}{\eta_g + 2}$$

откуда

$$\eta = \frac{\eta_c \eta_g}{1 - \eta_c \eta_g} \quad (1.63)$$

причем при $\eta_g < \eta_g^0$, $\eta_g > 0$, а при $\eta_g > \eta_g^0$, $\eta_g < 0$.

В случае $\eta_g^0 > 0$ произвольную величину η_g можно считать приемлемой в той или иной степени. При этом следует проанализировать абсолютную величину η_g .

Если получим $\eta_g < 0$, то это означает, что мы удалялись от оптимума в сторону уменьшения η_g и x_{21} , расчет следует повторить.

Если значение η_g велико (порядка 30-40 и больше), то это значит, что мы находимся почти в окрестности математического максимума. Тогда величина η_g , ранее выбранная произвольной, должна удовлетворять соотношению

$$\eta_g \approx \eta_g^0 \frac{\eta_0}{2}$$

При этом величиной η_0 следует пользоваться в экономически целесообразных пределах (примерно 6-18), а величину η_g оставить той, которая получалась из первого расчета.

Величину η_0 можно назвать «характеристикой технического оптимума». Чем меньше число часов работы ГТУ в году и чем дешевле топливо, тем меньше η_0 , и наоборот. Таким образом, для пиковых станций η_0 существенно меньше ($\eta_0 \leq 6+10$), чем для базовых ($\eta_0 \geq 12, 20$). Например, для проектируемой пиковой станции ожидаем получить $\eta_g \approx 0,35$. Тогда, принимая $\eta_g = 6$, находим, что нашу систему следует решать при $\eta_g = \eta_g^0 \cdot 0,75 \approx \approx 0,26$.

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЦИКЛА ПРИ ДВУХВАЛОВОЙ СХЕМЕ ГТУ

Ранее показано, как определять оптимальные параметры цикла с промежуточной ступенью. Теперь рассмотрим случай двухваловой машины без регенерации. В качестве дополнительной связи между параметрами можно принять работу последнего компрессора равной сумме работ двух первых турбин. Таким образом, на валу высокого давления будет находиться компрессор высокого давления и две турбины также высокого давления. Для большей свободы во выборе параметров будем считать y_1 , y_2 , y_4 независимыми ($x = 3$). Параметр x_{21} будет также независимым.

Температуру после холодильника определяем по формуле 1.44) (здесь $\eta_{\text{хл}} = 1$, а $\eta_{\text{хл}} = 1$ при $x_{21} = 1$).

$$T_{21} = x_{21} T_1$$

Из формулы (1.3) получим суммарную работу всех компрессоров $\sum L_k$ при $x_4 = 1$ (примем $\sigma = 0$)

$$\sum L_k = \frac{c_p T_1}{\eta_c} \left(T_{21} - T_1 + x_{21} T_1 - 1 \right) \sum \frac{1}{\eta_{k,c}} \quad (1.64)$$

где $x_{21} = x_{21} T_1$.

Из уравнения баланса работ на валу высокого давления

$$c_p T_1 \left(\frac{x}{21} T_1 - 1 \right) = \eta_c T_2 \left(1 - \frac{1}{\eta_{2,c}} \right) + \frac{1}{\eta_{2,c}}$$

также можно выразить x_{21} через $\eta_{2,c}$ для

$$x_{21} = \frac{1}{21} T_1 \left(\frac{1}{\eta_{2,c}} + \frac{T_2}{T_1} \right) \times \left[\frac{1}{\eta_{2,c}} + \frac{1}{\eta_{2,c}} \left(1 - \frac{1}{\eta_{2,c}} \right) \right] \quad (1.65)$$

Выражение (1.65) для суммарной работы турбин ($\sum L_{\text{т}}$) представим в виде $\sum L_{\text{т}} = \eta_{\text{т}} Q$, где

$$\sum L_{\text{т}} = \eta_{\text{т}} T_1 \left[\frac{1}{\eta_{2,c}} + \frac{T_2}{T_1} \left(1 - \frac{1}{\eta_{2,c}} \right) + \frac{1}{\eta_{2,c}} \left(1 - \frac{1}{\eta_{2,c}} \right) \right] \quad (1.66)$$

Наконец вместо формулы (1.34) для $\sum Q$ получим

$$\sum Q = \frac{c_p T_1}{\eta_c} \left(1 - \frac{1}{\eta_{2,c}} \right) T_2 + \frac{1}{\eta_{2,c}} \left(1 - \frac{1}{\eta_{2,c}} \right) T_2 + \frac{1}{\eta_{2,c}} \left(1 - \frac{1}{\eta_{2,c}} \right) T_2 \quad (1.67)$$

Коэффициент полезного действия установки η определяем по формуле (1.66). Величина η определяется по формуле (1.65) и не является независимой переменной.

Дифференцируя η по y_1, y_2, y_4 и x_{21} и приравнявая эти четыре производные нулю, получаем систему пяти уравнений (учитывая уравнение (1-65)) с пятью неизвестными x, x_{21}, y_1, y_2 и y_4 .

Наиболее громоздкой является производная по x_{21} .

$$\frac{\partial \eta}{\partial x_{21}} = \frac{\partial L_{21}}{\partial x_{21}} - \eta \frac{\partial Q}{\partial x_{21}} = 0$$

Для краткости вместо $\sum L_n$ пишем L , вместо $\sum L_n$ — L_1 , а вместо $\sum Q$ — Q . При дифференцировании следует иметь в виду, что x есть функция (формула (1-65)) x_{21}, y_1, y_2 . Предварительно преобразуем формулу (1-64), заменив в ней величину x ее выражением из уравнения (1-65),

$$\sum L_n = L, \quad \frac{\partial L}{\partial x_{21}} = \frac{\partial L_1}{\partial x_{21}} - \eta \left[T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right] = 0 \quad (1-68)$$

По формулам (1-40) и (1-49)

$$T_{1a} = \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \eta, \quad T_{1j} = \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \eta_j$$

Дифференцируем выражение для L_1 по x_{21} , от которой зависит L_1 и x .

$$\frac{\partial L_1}{\partial x_{21}} = \frac{\partial}{\partial x_{21}} \left(\frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \eta \right) = \frac{\partial}{\partial x_{21}} \left(\frac{1}{x} \right) \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \eta + \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x_{21}}$$

Преобразуем формулу (1-67), заменив величину x ее выражением из уравнения (1-65):

$$\sum Q = Q = \frac{1}{x} \left(T_{1a} + T_{1b} + (1 - m) T_{1c} \right) \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \eta + \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \eta_j + \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \eta_j \quad (1-69)$$

Здесь от x_{21} зависят T_{1a} и $x^{1/m}$. Дифференцируем уравнение (1-69)

$$\frac{\partial Q}{\partial x_{21}} = -\frac{1}{x^2} \left(T_{1a} + T_{1b} + (1 - m) T_{1c} \right) \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \eta + \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x_{21}} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x_{21}}$$

Дифференцируем также выражение для L_1 .

$$\frac{\partial L_1}{\partial x_{21}} = \frac{1}{x} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) \frac{\partial \eta}{\partial x_{21}} - \eta \frac{\partial}{\partial x_{21}} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right)$$

Из этих трех производных получаем

$$\frac{\partial \eta}{\partial x_{21}} = \frac{1}{x^2} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) \frac{\partial \eta}{\partial x_{21}} - \eta \frac{\partial}{\partial x_{21}} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) = 0$$

После деления этого равенства на η , получаем

$$\frac{1}{x^2} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) \frac{\partial \eta}{\partial x_{21}} - \eta \frac{\partial}{\partial x_{21}} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) = F_0 \quad (1-70)$$

где правая часть, приравненная F_0 , зависит только от величин x_{21} .

Найдем производную $\frac{\partial \eta}{\partial x_{21}}$, для чего продифференцируем равенство (1-65) (здесь T_{1a} зависит от x_{21})

$$\frac{\partial x}{\partial x_{21}} = \xi(x_{21} q)^{1/m} \left[1 + \frac{a-b}{x} \left(\frac{x}{x_{21} q} - 1 \right) \right] \quad (1-71)$$

где исключены величины y_1, y_2 и введена величина x .

Производная от η по y_4 — одна из простых производных, так как L_1 от y_4 не зависит, поэтому $\frac{\partial L_1}{\partial y_4} = 0$.

Возьмем производную от L_1 , причем x также не зависит от y_4 .

$$\frac{\partial L_1}{\partial y_4} = \frac{1}{x^2} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) \frac{\partial \eta}{\partial y_4} - \eta \frac{\partial}{\partial y_4} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right)$$

По уравнению (1-69) найдем производную от Q

$$\frac{\partial Q}{\partial y_4} = \frac{1}{x^2} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) \frac{\partial \eta}{\partial y_4} - \eta \frac{\partial}{\partial y_4} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right)$$

Из этих производных получим

$$\frac{\partial \eta}{\partial y_4} = \frac{1}{x^2} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) \frac{\partial \eta}{\partial y_4} - \eta \frac{\partial}{\partial y_4} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right)$$

Отсюда

$$\frac{\partial \eta}{\partial y_4} = \frac{1}{x^2} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) \frac{\partial \eta}{\partial y_4} - \eta \frac{\partial}{\partial y_4} \left(T_{1a} + q \sum_{j=1}^n T_{1j} + (x_{21} q - 1) \right) \quad (1-72)$$

Перейдем к производной по u_1

$$\frac{\partial \eta}{\partial u_1} = \frac{\partial L_7}{\partial u_1} - \frac{\partial L_8}{\partial u_1} - \eta \frac{\partial J}{\partial u_1} = 0$$

Не останавливаясь на алгебраических преобразованиях, получим

$$\eta \frac{(m-1)\eta_1}{\eta_1^2} = \frac{\eta_1 u_2 u_3 \xi}{x^{1+m}} \left\{ 1 - \frac{\eta_1}{m} \frac{\partial x}{\partial u_1} \right\} (1 - \eta) \quad (17)$$

и аналогично для производной по u_2

$$\eta \frac{(m-1)\eta_2}{\eta_2^2} = \frac{\eta_1 u_2 u_3 \xi}{x^{1+m}} \left\{ 1 - \frac{\eta_2}{m} \frac{\partial x}{\partial u_2} \right\} (1 - \eta) \quad (17a)$$

Уравнения (170) — (174) совместно с (165) образуют систему с пятью неизвестными $x, \lambda_{21}, u_1, u_2, u_3$

Приведем эту систему к более удобному виду, но сначала наведем производные $\frac{\partial x}{\partial u_1}$ и $\frac{\partial x}{\partial u_2}$, используя уравнение (165),

$$\frac{\partial x}{\partial u_1} = \frac{F_1 \eta_1}{T} \cdot \frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{\partial \eta_1}{\partial u_1} = \frac{F_1 \eta_1}{T} \cdot \frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{\partial \eta_1}{\partial u_1}$$

Из уравнений (170) и (172) получим

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial u_1} = \frac{F_1 \eta_1}{T} \cdot \frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{\partial \eta_1}{\partial u_1} \quad (17b)$$

Обозначив буквой φ выражение в фигурных скобках в формуле (165)

$$\lambda = \lambda_{21} \eta^{-1} \varphi$$

получим из равенства (173) с учетом уравнения (175) следующее выражение (u_1 в первой степени)

$$\eta \frac{(m-1)\eta_1}{\eta_1^2} = \frac{F_1 x}{T_1 \frac{\partial x}{\partial u_1}} \left\{ 1 - \frac{\eta_1}{T} \frac{\partial T}{\partial u_1} - \frac{\eta_1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right\}$$

откуда определим u_1 в явном виде

$$\eta \frac{(m-1)\eta_1}{\eta_1^2} = \frac{F_1 x}{T_1 \frac{\partial x}{\partial u_1}} \left\{ 1 - \frac{\eta_1}{T} \frac{\partial T}{\partial u_1} - \frac{\eta_1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right\} \quad (176)$$

Аналогично для u_2 получим

$$\eta \frac{(m-1)\eta_2}{\eta_2^2} = \frac{F_2 x}{T_2 \frac{\partial x}{\partial u_2}} \left\{ 1 - \frac{\eta_2}{T} \frac{\partial T}{\partial u_2} - \frac{\eta_2}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right\} \quad (177)$$

Таким образом, значения u_1 и u_2 получены в явном виде и выражены через x и λ_{21} . Заменяя уравнения (173) и (174) соответственно уравнениями (176) и (177), а остальные уравнения системы (165), (170), (172) оставим без изменений.

Обратим внимание на то, что u_1 и u_2 отличаются лишь множителем ξ , и η_1 , и η_2 , т.е. при $\eta_1 = \eta_2$

$$u_1 = u_2$$

Порядок решения нашей системы может быть таким: задаемся величинами u_1 и x в формуле (143) определяем величины λ и β ,

как указано на рис. 9, оцениваем η и $m \approx \frac{c_p}{c_p}$. Выбираем число координатных ξ , все коэффициенты η_n и η_r считаем известными, причем $\eta_n(\xi+1) < \eta_n$ и $\eta_r > \eta_r = \eta_r$

Зная все это, по формуле (171) определяем $\frac{\partial x}{\partial u_1}$ и по формуле (170) подсчитываем F_0 , затем из равенств (176) и (177) находим u_1 и u_2 и по формуле (165) проверяем, насколько удачно (для принятого λ_{21}) мы задались величинами x . Принимая несколько значений x при $\lambda_{21} = \text{const}$, находим то x , которое будет удовлетворять уравнениям (165), (176) и (177). После этого по формуле (170) проверяем второе допущение, определяя x . Так как обычно нельзя сразу выбрать x_{21} , то задаемся вторым значением x_{21} , по равенствам (165), (170) и (177) подбором находим значение x , соответствующее новому x_{21} , и вторично проверим x по формуле (170). Совпадение значений x , заданного в соответствии с исходным значением λ_{21} и рассчитанного по формуле (170), дает искомое решение системы.

Пример. Характеристика цикла температура $T_{21} = 0,23^\circ \text{K}$, $\xi = \frac{T_{21}}{T_1} = 1,0$ число холодильников $\xi = 4$, число промежуточных камер сгорания $r = 3$, степень регенерации $\beta = 0$, температура наружного воздуха $T_{20} = 285^\circ \text{K}$, $\eta_1 = 0,8$, $\eta_{n-1} = 0,88$, $\eta_n = 0,88$, $\eta_r = \eta_{r-1} = \eta_{r-2} = 0,9$,

$\eta_r = 0,92$ (за счет большого u_1), $m = 1,7$

Относительная влажность наружного воздуха примерно равна 65%, что определяет значения коэффициентов λ и β в формуле (143), согласно рис. 9 $\lambda = 285,5^\circ \text{K} \approx 286^\circ \text{K}$, $\beta = 3,1^\circ \text{K}$. По выражению (160) находим коэффициент φ

$$\varphi = \frac{T_{21}}{\lambda} = 0,8$$

Задается $x_{21} = 1,2$ по формуле (1-70) подсчитываем величину F_0

$$F_0 = \frac{1}{\pi \sigma} \left\{ T_{10} + q \left[1(a-b) + b x_{21} (1 + x_{21} q + q^2 x_{21}^2) \right] + \right. \\ \left. + (q x_{21})^2 b (1 + 2q x_{21} + 3q^2 x_{21}^2) \right\} - \\ - \pi q b \left(0,9 x_{21}^2 + 0,89 \cdot 288 + 920 + 62 \right) = -26 = 1314^\circ \text{K}$$

Далее определяем

$$T = q + b x_{21}^4 \cdot 0,2 = 10^\circ \text{K}$$

Задается рядом значений $x = 4, 4,5$ и для примера подсчитываем при

$x = 4$ производную $\frac{\partial \Delta x}{\partial x_{21}}$ по формуле (1-71)

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial x_{21}} = 7,05 \left[1 + \frac{248}{329 \sqrt{2,125}} \cdot 1 \right] = 11,75$$

После этого определяем y_1 по формуле (1-76) (в нашем примере $y_1 = y_2$)

$$y_1 = \frac{0,9 \cdot 0,03}{1 + \frac{1}{4}} \left[0,4 \cdot 0,17 \cdot 1,75 + \frac{3,4 \cdot 0,86 \cdot 2,125}{329} \right] = 1,42$$

По формуле (1-65) проверим, насколько удачно принято значение x

$$x_{21} = 2,125 \left(1 + \frac{1,17 \cdot 0,86 \cdot 1023}{329} \right) = 0,832 = 0,88$$

И деке (37) поставлен для отладки x этого параметра от предварительного принятого значения x . Разность $x_{21} - x$ обозначим

$$\Delta x_{21} = x_{21} - x$$

Таблица 1

x_{21}	x	$\partial \Delta x / \partial x_{21}$	y_1	x_{21}	Δx_{21}	F_0
1,20	4,0	11,75	1,420	5,68	1,68	13,1
	4,5	13,00	1,878	4,75	0,45	
	4,7	13,50	2,230	1,52	0,18	
1,25	5,0	13,75	1,280	4,0	0,25	13,2
	5,2	14,30	1,237	0,5	0,2	

В табл. 1 приведены результаты для трех значений x при одном и том же $x_{21} = 1,2$. Как видно, в интервале $x = 4,5 - 4,7$ величина Δx_{21} меняет знак. Следовательно, искомого значения x лежит в этом интервале. Достаточно точно можно считать, что в этом интервале все величины

Δx_{21} близки к нулю. Значит, в этом интервале $x = 4,62$

$$y_1 = y_2 = 1,25; \frac{\partial \Delta x}{\partial x_{21}} = 13,3$$

В той же таблице приведены расчеты для $x_{21} = 1,25$, в результате которых так же $x = 4,6$; $y_1 = 1,246$; $\frac{\partial \Delta x}{\partial x_{21}} = 14,2$. После этого для принятых $x_{21} = 1,20$ и $1,25$ подсчитаем y_1 и y_2 (обозначим y_1 и y_2) соответственно по формулам (1-72) и (1-70). Для $x_{21} = 1,20$ получим

$$y_1 = \frac{0,9 \cdot T_{10} \cdot T_{20} \cdot T_{30} \cdot T_{40} \cdot (1 + \frac{\eta_1}{\partial x_{21}})}{F_0} = \frac{0,9 \cdot 1023 \cdot 1 \cdot 248 \cdot 2,0 \cdot 0,6 \cdot 13,3}{1314}$$

$$y_1 = 1,5 \quad y_2 = 1,47 \quad y_3 = 1,4$$

Обозначим $\Delta x_{21} = x_{21} - x = 4,7 - 4,62 = 0,08$

Выполним так же подсчет для $x_{21} = 1,25$, получим

$$y_1 = 2,1 \quad y_2 = 1,95 \quad y_3 = 1,95 \quad y_4 = 0,4$$

Таблица 2

x	x_{21}	$\frac{\partial \Delta x}{\partial x_{21}}$	y_1	y_2	y_3	Δx_{21}
4,20	1,02	1,248	1,3	2,01	4,70	0,08
4,6	5,16	1,248	14,2	2,12	4,66	-0,2

Средим результаты расчетов в табл. 2. Считая, что изменение всех величин идет по закону $y = 1 + \Delta y$, получаем

$$x = 4,72 \quad x_{21} = 2,1 \quad y_1 = 21' \quad y_2 = 2,03$$

Таковы оптимальные параметры азидокислого цикла 3-значное

$$x = 4,72 \quad x_{21} = 2,1 \quad y_1 = 21' \quad y_2 = 2,03$$

Значит оптимальное давление цикла составляет 229 атм = 22,9 бар при $P_0 = 1$ атм = 0,981 бар, что примерно равно давлению пара азидокислоты при $t = 100^\circ \text{C}$. Значит, азидокислоты при $t = 100^\circ \text{C}$ и $P_0 = 1$ атм = 0,981 бар давлении пара равно 249 атм = 24,9 бар.

Если в системе уравнений (1-65), (1-70), (1-72), (1-76), (1-77) примем $y_1 = 1$, то число промежуточных камер сгорания сократится до $x = 2$, и из системы выпадет уравнение (1-72). Останется три независимых переменных: x_{21} , y_1 , y_2 . Возвращаясь к полученным оптимальным параметрам отметим, что степень повышения давления в последнем компрессоре составит примерно 13,8 (соответственно $x_3 = \frac{x}{x_2 \cdot q^2}$), что достаточно сложно осуществить, так как, возможно, потребуются введение поворотных спиральных лопаток и несколько перепусков (в частности, этот ком-

прессор может быть расположен на двух валах. Поэтому, видимо, целесообразно иногда отступить от оптимума и выбирать меньшее x_2 . Следовательно, возникает вопрос об ограничении величины x — задаю. Можно поставить вопрос об ограничении величины x и зафиксировать ее, тогда одну из связанных зависимостей перейдем к уравнению (1-65) можно прийти к зависимости x_2, y_1, y_2 и дальше решать по уже известному ранее общему методу решения подобных задач. Посмотрим теперь, какую величину η мы получим при изложенных выше оптимальных параметрах.

Подсчитаем значения L_p, L_n и Q соответственно по формулам (1-65), (1-68), (1-69)

$$L_p = 990 \cdot c_p, \quad L_n = 732 \cdot c_p, \quad Q = 773 \cdot c_p$$

откуда по формуле (1-36) получим η

$$\eta = \frac{\sum \tau \cdot \sum \tau}{\sum Q} \eta_1 = \tau \cdot \frac{L_p}{Q} = \frac{990}{773} = 1,28$$

Предварительно мы приняли

$$\eta_1 = 1,4$$

Оценим теперь «характеристику технического оптимума» η_2 по формуле (1-65)

$$\eta_2 = \frac{2,04}{1,4} = 1,45$$

видим, что величина η_2 находится в допустимых пределах.

Представляет интерес сравнить полученные оптимальные параметры

$$x = 4,72, \quad x_{21} = 1,25, \quad y_1 = 1,249 \quad \text{и} \quad y_2 = 2,03$$

при наличии дополнительной связи в виде формулы (1-65) с оптимальными параметрами для одновальной схемы, полученными при решении системы уравнений (1-38) (1-40) (1-41) (1-51). Для нашего случая $\sigma = 0, x_2 = 1$, т.е. уравнение (1-41) обращается в тождество, а уравнения (1-38), (1-40) и (1-51) принимают более простой вид:

$$\frac{\sigma+1}{x} = x_2^2 \cdot q^{-1} \cdot y_2^2 \cdot \eta_1 \quad \text{и} \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{x_2^2} \cdot \frac{1}{y_2^2} \cdot \frac{1}{\eta_1}$$

$$x = \frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{1}{y_2^2} \cdot \frac{1}{q^{-1}} \cdot \frac{1}{x_2^2}$$

$$x_2 = \frac{1}{q} \cdot \frac{1}{y_2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\eta_1}$$

Решая данную систему уравнений с тремя неизвестными (x, x_{21}, y_2) получаем $x = 5,6, x_{21} = 1,24; y_2 = y_1 = 1,255$

Следовательно, требуется обеспечить $\eta_1 = 4,6$, т.е. в 1,78 раз больше чем η_2 для двухвальной схемы. По формуле (1-33) находим

$$L_p = 0,75 \cdot 7 c_p$$

по формуле (1-3)

$$L_p = 854,5 c_p$$

и по формуле (1-34)

$$x = 2,28$$

откуда

$$\eta = \frac{854,5}{773} = 1,105 \quad \text{и} \quad \eta_2 = 0,474, \quad h_p = 345,7 c_p$$

Таким образом, для двухвальной схемы эти параметры обозначаются схема без дополнительных связей, описываемой уравнением (1-65),

$$x = 5,6 \quad \text{и} \quad \eta_1 = 4,6$$

вместо $x = 4,72$ и $\eta_1 = 2,04$ для двухвальной схемы значения x_{21} и $y_2 = y_1$ для этих схем отличаются сравнительно немного. Степень повышения давления в последнем компрессоре для одновальной схемы возрастает до 18,7 вместо 13,8 для двухвальной схемы. Коэффициент полезного действия $\eta = 47,4\%$ для одновальной схемы немного больше $\eta = 47\%$ для двухвальной схемы, но зато двухвальная схема имеет большую работоспособность h_p . $L_p = 854,5$ мм кг/с, в то время как $L_p = 428$ мм кг/с по сравнению с 97,3 мм кг/с 407 мм кг/с. Если бы мы определили оптимальные значения x_{21} и y_2 в одновальной схеме при $x = 4,72$ (т.е. отступили бы от оптимума), то η уменьшился бы до 47,05%, а h_p возросло до 102 мм кг/с $L_p = 427$ x_{21} и y_2 в двухвальной и y_2 в одновальной ГТУ отличаются незначительно $y_2 = 2,03$ и $y_1 = 2,04$ (хотя для одновальной схемы заметны про-

чем двухваловой и, как показано на рис. 1, условия двухваловости можно удовлетворить, включив систему (1-8), (1-14), (1-15), (1-16).

§ 3. ГТУ С РЕГЕНЕРАТИВНЫМ ОБОРОМ ГАЗА

В обычных схемах ГТУ даже при многократном охлаждении при сжатии и многократном подогреве при расширении (см. рис. 7) получаются большие избытки воздуха и в отходящих газах ($\alpha_g = 3 \div 5$, где больше величины относятся к простейшим схемам и обычным регенеративным, а меньшие — к сложным). Таким образом, неизбежно расточительный расход воздуха, что приводит к увеличению габаритов воздушных фильтров компрессоров и турбин. В теплосиловых установках стремятся к уменьшению α_g тем или иным способом.

В парогенераторной установке выбирают высокие температуры сгорания с последующим охлаждением продуктов сгорания в высоконапорном парогенераторе перед вхождением их в турбину. Иногда перед вхождением в турбину впрыскивают воду.

В обычных схемах ГТУ снижение температур газов перед входом их в турбину достигается подмешиванием воздуха, что приводит к большому α_g . Можно уменьшать α_g увеличением числа промежуточных камер сгорания с одновременным увеличением степени повышения и давления в цикле, но для $\alpha_g = 1,1$ требуется степень повышения давления π_c порядка нескольких тысяч и даже $\alpha_g = 1,5$ можно обеспечить в сложном цикле, подобном изображенному на рис. 7, лишь при $\pi_c \approx 500 \div 600$. При $\pi_c = 130$ $\alpha_g = 2,7 \div 2,9$. Коэффициент избытка воздуха α_g , теплотворная способность топлива H_u , теоретическое необходимое количество воздуха для сгорания одного килограмма топлива L_0 , коэффициент полезного действия теплосиловой установки η_u , расход воздуха G_a и мощность установки в киловаттах N связаны известным соотношением

$$\Delta = \frac{N}{G_a} = \frac{H_u \eta_u}{\alpha_g L_0} \quad (1-78)$$

из которого видно, что в сравненных ГТУ на 1 кг воздуха, протекающего через установку в одну секунду, приходится мощность, существенно меньшая, чем в других теплосиловых установках, в которых α_g значительно меньше, чем в ГТУ. Действительно, при $H_u = 10\,000$ ккал/кг = 41,850 кДж/кг, $L_0 = 15$ кг/кг, $\eta_u = 0,3$ и $\alpha_g \approx 4,0$ получим $N_g = 12,0$ кВт/сек/кг. Как видно из формулы (1-78), уменьшение α_g и увеличение η_u может сильно увеличить удельную мощность N_g . Уменьшение α_g можно достигнуть,

о предложению автора, в схеме с промежуточным отбором газа Л. З). На рис. 18 дана схема установки. Работа происходит следующим образом: воздух из атмосферы через фильтр Ф поступает в компрессор 1, где он сжимается от атмосферного давления p_a до

давления p_1 и далее проходит в холодильник 9. За холодильником воздух смешивается с продуктами сгорания, которые отбираются из турбины 7 и проходят через регенератор 14, холодильник 15 и сепаратор влаги 16. Газовоздушная смесь с давлением $p_{20} = (1,5 \div 3,0) p_a$ поступает в компрессор 2, холодильник 10, компрессор 3 и регенератор 14 и окончательно дожимается в компрессоре 4

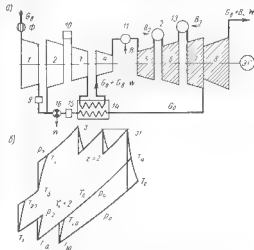


Рис. 18. ГТУ с регенеративным отбором
а — схема ГТУ, б — Т — диаграмма цикла

Далее смесь направляют в камеру сгорания 11, куда подается топливо B_u , затем продукты сгорания расширяются в турбине 6, проходят вторую промежуточную камеру сгорания 12, турбину 6, камеру сгорания 13 и турбину 7, за которой поток разделяется: часть G_a отводится в регенератор 14, а часть $G_a + (B + W)$ расширяется в турбине 8 и уходит в атмосферу (W — количество воды, отведенное из сепаратора 16).

Как видим, первый компрессор 1 и последняя турбина 8 пропускают G_a воздуха и $(G_a + B + W)$ продуктов сгорания, тогда как остальные компрессоры и турбины пропускают значительную

большее рабочего тела, примерно $G_a + G_p$ по весу, только в компрессоре 2 объемный расход почти равен объемному расходу в компрессоре 1.

Основная идея схемы состоит в том, что, с одной стороны, высокая температура сгорания снижается подмешиванием не воздуха, а продуктов сгорания, а с другой, используется регенеративный низкого давления (см. рис. 1 и 8), что позволяет уменьшить отвод тепла в холодильники 15. Рассматриваемая схема относится к типу полумембранных схем (типа схем «Зульгер», «Вестингауз»), но включающая в себя регенерацию низкого давления, имеет термодинамические и конструктивные преимущества. Как показывают расчеты, данная схема позволяет получить N_p свыше 1000 л.к. в сек. кг при четырех холодильниках ($\xi = 4$) и трех дополнительных камерах сгорания ($\alpha = 3$) при $T_3 = 0,23^\circ \text{K}$ однако общая степень повышения давления составляет 130-200.

Далее теперь количественную оценку цикла с регенеративным отбором.

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЦИКЛА С РЕГЕНЕРАТИВНЫМ ОТБОРОМ ГАЗА

Если сравнить циклы (см. рис. 18, б и 1), то цикл с отбором можно получить из регенеративного цикла низкого давления, пристроив к нему дополнительный цикл $T_{26}T_{25}T_4T_{10}$. Для удобства анализа на рис. 18, б оставлены обозначения, которые приняты на рис. 7. Введем дополнительные обозначения

$$\gamma_a = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{R}{R_0}; \quad \gamma_g = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{1}{\alpha};$$

$$\alpha_a = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{R}{R_0}; \quad \alpha_g = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{1}{\alpha};$$

где c_{p0} , c_{v0} , R_0 — теплоемкости соответственно воздуха, газовой смеси и продуктов сгорания.

R_a , R , R_g — газовые постоянные воздуха, газовой смеси и продуктов сгорания.

α_a , α , α_g — показатели адиабат соответственно воздуха, газовой смеси и продуктов сгорания.

При этом пренебрегаем массой топлива и считаем $W \rightarrow 0$. Тогда выражение для работы сжатия всех компрессоров (1-3, 5) дополняется членом, учитывающим работу сжатия первого компрессора, который входит в дополнительный цикл $T_{10}T_{26}T_4T_3T_{25}$ имеет вид

$$\sum_{i=1}^n \frac{c_p}{R_0} T_{10} \left(\frac{T_{25}}{T_{10}} \right)^{\frac{\alpha_a}{\alpha_a-1}} + \frac{c_p}{R_0} T_{25} \left(\frac{T_{26}}{T_{25}} \right)^{\frac{\alpha_a}{\alpha_a-1}} + \dots$$

$$\frac{G_a}{R_0} \left(\frac{T_{25}}{T_{10}} \right)^{\frac{\alpha_a}{\alpha_a-1}} + \frac{c_{p0} T_{25}}{R_0} \left(\frac{T_{26}}{T_{25}} \right)^{\frac{\alpha_a}{\alpha_a-1}} \quad (1.79)$$

Изменяется, выходя на работу $T_{26}T_{25}T_4T_{10}$

$$\sum_{i=1}^n \frac{c_p}{R_0} T_{25} \left(\frac{T_{26}}{T_{25}} \right)^{\frac{\alpha_a}{\alpha_a-1}} + \frac{c_{p0} T_{25}}{R_0} \left(\frac{T_{26}}{T_{25}} \right)^{\frac{\alpha_a}{\alpha_a-1}} + \dots \quad (1.80)$$

Выражения (1.34) для $\sum Q$ и (1.35) для T_3 сохранятся

$$\sum Q = c_p T_3 - T_4 \left(1 + \frac{\alpha_a - 1}{\alpha_a} \right) + T_2 \eta_{\gamma_a} \quad (1.81)$$

$$T_3 = \frac{c_p T_4}{\eta_{\gamma_a}} \left(1 + \frac{\alpha_a - 1}{\alpha_a} \right) + T_2 \eta_{\gamma_a} \quad (1.82)$$

с той разницей, что вместо индекса ξ у них поставлен $(\xi - 1)$, так как один холодильник относится к дополнительному циклу. Кроме этого, следует учитывать, что выражение для степени регенерации σ сохраняет старую форму

$$\sigma = \frac{T_{25} - T_{10}}{T_4 - T_3} \quad (1.83)$$

однако предельная величина может измениться в зависимости от отношения C_p/G_a .

Действительно, тепловой баланс регенератора в предельном случае можно выразить так

$$(G_a + G_p)(T_2 - T_{25}) = G_p c_p (T_4 - T_3)$$

где T_2^* — предельная температура подогрева газовой смеси, откуда и получаем предельную величину регенерации σ^* .

$$e^v = \frac{G_1}{G_2 + G_3} \frac{e_p}{e_n} \quad (84)$$

причем реальная величина σ всегда меньше σ^*

Для определения оптимальных параметров x_1, x_2, x_3 дифференцируем выражение для η и приравняем все частные производные к нулю, т. е. продифференцируем все три оператора, что и для получения формул (1–38), (1, 40, 41), (1, 49), (1, 5). Только в данном случае величины x_0 и G_0/G считаем постоянными, хотя и заранее анализировать неизвестны. Так как дополнительный цикл зависит лишь от значений x_1 и x_2 , то, естественно, заменим выражение только для них, и вместо вместо индекса i будет стоять индекс j —

После прообработки получим

[illegible]

$$\times \left[1 - m\eta_1(1 - \sigma) + (1 - \sigma)(k_4 - 1)(1 - \eta_2) \right] \quad (1.96)$$

$$\nu_{\beta}^{x+1} = \frac{x^{\beta+1} \left(1 - \frac{1}{x} \right) \eta_{\beta} + \left(x - 1 \right) \eta_{\beta}}{x \eta_{\beta} + \left(1 - \frac{1}{x} \right) \frac{\sigma(x, \beta)}{\sigma(x, \beta+1)}} + \frac{1}{\sigma \eta_{\beta}} \left(1 - \frac{1}{x} \right) \eta_{\beta} \quad (87)$$

$$x_4^2 = \frac{x \{ \eta_{1,1} + 1 - \frac{1}{\eta_1} (1 - \eta_1) \} + \eta_1 \{ 1 - \eta_{1,1} \}}{x_{2,1} (1 - \eta_1) \left[\sigma_2^2 \frac{1}{\eta_1} (1 - \eta_1) \right] + (1 - \eta_1) \{ 1 - \eta_{1,1} \} } \quad (8)$$

$$K_{21} = K_{12} = Q^* \quad (1.89)$$

где $g = \frac{G_p}{G_p + G}$, q — см. формулу (1.50)

Температуру на всасывания в компрессорах находим по формуле (1-43)

$$T_{ij} = T_{ji} = a + b(x_{ij} - 1) \quad (1-89)$$

Этими темпеpатуpами необходимо управлять, что осуществляется сепаратором воды 16 (рис. 18, а). Дело в том, что при малых α , в

продуктах сгорания образуется довольно большое количество водяных паров (по весу равное θ H_2 кг на каждый килограмм топлива), где H_2 — весовая доля водорода в топливе; например, метан имеет $H_2 = 0,25$, нефть среднего состава — $H_2 = 0,13-0,14$, и в холодный период 15 при достижении температуры насаждения начинает выпадать влага, причем эта температура достаточно высока (порядка $50-80^\circ\text{C}$). Если не ставить separatorа и не допускать конденсата на всасывании, то все $T_{\text{пл}}$ понижается, выходящим, что влечет увеличение работы сжатия и падение коэффициента полезного действия установки.

Для количественной оценки этого явления определим влажность в различных точках процесса в зависимости от различных факторов. Воздух, идущий в первый компрессор, несет с собой W_0 водяных паров, его абсолютная влажность d_0 в безразмерном виде выражается так:

$$d = \frac{W_0}{G_0}$$

Отбираемые продукты сгорания несут с собой W_0 водяных паров, их абсолютная влажность d_0 .

$$d_Q = \frac{W_0}{G_0}$$

Допустим, что в сепараторе отводится W кг сух. воды, тогда влажность d_1 после сепаратора S

$$d_1 = \frac{W_0 - W}{G_1 - W} = \frac{d_2}{1 - \frac{G_2}{W}} \quad (190)$$

После сепаратора продукты сгорания смешиваются с воздухом, выходящим из компрессора 1, влажность этой смеси d_2

$$\sigma_2 = \frac{W_{12} W_{11} W_{10}}{G_{12} G_{11} G_{10}} = \frac{a_2 + \frac{a_0 G_0}{G_1} - \frac{W}{G_2}}{1 + \frac{G_0}{G_1}} \quad (19)$$

Определим d_0 , зная $\dot{H}_2$ топлива, α_c и L_0 . Очевидно, что влажность уходящих газов также равна d_0 , поэтому

$$\gamma_n = \frac{W_2}{G_2} = \frac{W_2}{C_2} + \frac{G_2 B}{B} + \frac{W_2}{B} \quad \frac{d_0}{\alpha_2} \frac{2/2_2 (1 - d_2)}{\alpha_2} + \frac{G_2}{G_2} \frac{d_2}{d_2} \quad \frac{W_2}{\alpha_2}$$

учитывая, что $G_p(1-d_0) = \alpha_e L_0 B$

Решая это уравнение относительно d_0 получаем

$$d_0 = \frac{\frac{0.012}{\alpha_e} (1-d_0) - \frac{W}{G_p}}{\frac{1}{\alpha_e} - \frac{1}{\rho_s}} \quad (1.92)$$

Определим, какое количество влаги будет отведено из сепаратора 16 (рис. 1.В, а), если температура рабочего тела в сепараторе будет, как и после холодильника 15, T_{16} и давление p_a .

Если данное топливо сгорает в сухом воздухе с коэффициентом избытка α , то с учетом известными (находим по таблицам) теплоемкость c_p , $k = \frac{c_p}{c_v}$ и газовую постоянную R_g в нашей схеме состав продуктов сгорания на выходе из установок будет отличаться от табличного из-за отвода влаги в сепаратор, поэтому будут отличаться c_p , R и k , но газовая постоянная «сухой» части продуктов сгорания, т. е. продуктов сгорания без водяных паров, сохранится

$$R_{гв} = \frac{R}{1 + \frac{\alpha_e W_0}{G_0 - W_0}} \quad (1.93)$$

где $R_{гв} \approx 0.461$ кДж/кг·град — газовая постоянная водяных паров

Продукты сгорания на выходе из сепаратора состоят из «сухих» продуктов в количестве $(G_0 - W_0)$ и водяных паров в количестве $(W_0 - W)$. Газовая постоянная этой смеси R_1 определяется по общезвестной формуле

$$R_1 = \frac{(G_0 - W_0) R_{гв} + (W_0 - W) R_0}{G_0 - W} \quad (1.94)$$

Секундный объем продуктов сгорания V_1 , идущих из сепаратора, определяется по уравнению Клапейрона

$$V_1 = \frac{(G_0 - W) R_1 T_{16}}{p_a} \quad (1.95)$$

Этот же объем по закону Дальтона

$$V = \frac{(G_0 - W) R_{гв} T_{16}}{p_a p_s} \quad (1.96)$$

где p_s — давление насыщения, соответствующее температуре T_{16}

Плотность насыщенного пара ρ_s при этой температуре находим по таблицам так же, как и ρ_g . Теперь мы можем определять коли-

чество пара $W_0 - W$, которое уносится из сепаратора в ком. экс-кор 2

$$W_0 - W = \frac{(G_0 - W_0) R_{гв} T_{16}}{p_a p_s}$$

Преобразуем это равенство, введя обозначения

$$\frac{W}{G_0} = x, \quad \frac{G_0}{G_0} = \alpha_e, \quad \frac{R_{гв} T_{16}}{p_a p_s} = \rho_r$$

где x — искомая величина

ρ_r — плотность «сухих» продуктов сгорания

$$\text{Используя выражение (1.92) для } d_0, \text{ находим}$$

$$W_0 - W = G_0 d_0 - x \quad \frac{G_0}{\rho_g} \left(\frac{d_0 R_{гв} T_{16}}{p_s} - x \right) \quad (1.97)$$

После некоторых преобразований определяем d_0

$$d_0 = 1 + \frac{p_s}{p_r} x \quad \frac{p_r}{p_s} \left(\frac{d_0 R_{гв} T_{16}}{p_s} - x \right) \quad (1.97)$$

Вводя обозначения

$$1 + \frac{p_s}{p_r} x = d_0, \quad \frac{p_r}{p_s} \left(\frac{d_0 R_{гв} T_{16}}{p_s} - x \right) = \rho_r$$

из равенства (1.97) получаем квадратное уравнение относительно x

$$x^2 + (a + m)x + a_0 + (a_0 - b_0) \frac{p_s}{p_r} = 0 \quad (1.98)$$

Решение его имеет вид

$$x = \frac{-a - m \pm \sqrt{(a+m)^2 - 4(a_0 + (a_0 - b_0) \frac{p_s}{p_r})}}{2} \quad (1.99)$$

причем оставляем только знак минус перед корнем, так как знак плюса не отвечает физике нашего процесса (при нем $x > 1$). Как видно температура T_{16} влияет на это отношение $\frac{p_s}{p_r}$

Например при сжигании чистого метана, который является основой большинства газов, т. е. $\alpha_e = 1$, $d_0 = 0$, получим $d_0 = 0.25$ $d_0 = 1.05$

Примечание: $\epsilon_0 = 8 \cdot 10^{-9}$ ед; $p_0 = 2,4$ атм; $T_{\text{из}} = 3,4$ К;
по таблицам и формулам $P_5 = 0,08$ атм; $Q_5 = 0,078$ бар; $P_6 = 2,69$ атм; $P_8 =$
 $= 0,0543$ атм; $R_{\text{гп}} = 2^{\circ} 0'$, где индекс нуля — это угол с
по [1] (табл.)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3x^2-2 & 85 & 8x+0 & 25 & 0 & 2208 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 59 & & & & & \end{pmatrix} = 6$$

коэффициент $\alpha = 0,038$, т. е. в сектораторе отходится назад в количестве 3,8% от G_0 . Для начальной скорости 500 Мг/сек $G_0 = 450$ мм/сек $G_2 = 8,0$ мм/сек, α — заданное, $\beta = 30,8$ градусов, $\rho = 0,1$ м²/с. По формулам (1—52) определяем величину γ и величину отбрасываемой лавы

$$C_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5} \right) = 1$$

Находим влажность газовой смеси d_2 при входе в компрессор. 2 находим по формуле (1.7)

$$d_2 = \frac{0.01 + 0.0075}{1 + 0.0075} \times \frac{0.0038}{1 + 0.0038} = 0.0065$$

которому соответствует $T_g \approx 209^\circ \text{K}$.
Секундный рост Δ при этом равен

ζ_0 ψ X ψ m z ω ζ_1^2 δ $9.73\zeta_0$

ледует отметить, что газоподающая смесь при входе в компрессор 2 имеет состав: $\rho_{\text{в}} = 2,4 \text{ г/л}$, $\alpha = 2,36$ бар соответствует парциальное давление равное 0,6 атм, а т.е. 0,06 атм при $T_2 = 309,5^\circ \text{ К}$, т.е. смесь O_2 и $\text{H}_2 = \text{U}$ может охлаждаться ниже $3,4^\circ \text{ К}$ по температуре равной $309,5^\circ \text{ К}$, тогда она станет жидкой.

Если операторы мет. то $d_0 = d_0^* = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$, и

Газовая постоянная R_1^* определяется по формуле (1.94) (заключая из эл. 1, что выпадения влз и лет, т.е. $\mathcal{D} = \mathcal{H}$)

$$R_{\text{с}}^* = (1 - d_0) R_{\text{свх}} + d_0 R_{\text{ср}} = 30\% \quad \frac{\partial R}{\partial d} \text{ макс}$$

$$p_{\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \alpha \right) \quad \text{for } \alpha \in \mathbb{R}^n.$$

$$\rho_{\text{H}} = 0.182 \text{ g/cm}^3 = 0.436 \text{ gms} = 0.427 \text{ gms}$$

Этому давлению соответствует (на том же примере, проф. Вукалович М. П.) температура шаровых и пучковых тел разная 350°C и 3°C — для того чтобы к ним шла вода в холодильнике, вместо охлаждения бирманский газ только до температуры 1°C .

Далее, для того чтобы влаге не попала в микроскоп 2, необходимо иметь d_2^2 в соответствии T_{12}^* для высшего н.ч. пара. По формуле (1, 9), опре-

$\frac{0.8019}{2.8} = 0.2864$

TABLE 1. Results of the regression analysis of the relationship between the number of eggs per female and the number of females per nest.

$$T_C^* = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_C} + \frac{1}{T_C^*} \right)$$

С такой температурой поступала бы газосодержащая смесь в компрессор 2, тогда как при отводе влаги в сепараторе $t_{\text{сеп}} = 314^\circ \text{K}$, а при желании может быть и выше, если увеличить поверхность теплообмена. На таком образом, действительно, влажность газосодержащей смеси получается значительной и температуры T_1 , а вследствие, во всех компрессорах, кроме первого, получаются очень высокими, если вода, а также влага в этом месте. При сжигании жидкого топлива нефть, впрочем, при том же ϕ , влажность d_2 получается меньше, но $T_2 = T_1$ все равно составляет примерно 333°K вместо $34,7^\circ \text{K}$ для метана.

Вернемся теперь к определению температуры на всасывании по формуле (1-89). Величина W при $W = 0$ мы либо определяем изложенным методом, либо задаемся ею и находим влагоотвод W в сепараторе. Так как мы допускаем на всасывании в компрессор 2 относительно влажную, равную единице, то коэффициент a в формуле (1-89) равен 1. Затем по точкам строим кривую

$$T_{\mathcal{A}} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}} \mathcal{P}_{\mathcal{A}^{\perp}}$$

как изложено выше. Коэффициент b может иметь величину порядка (45 : 70), а коэффициенту $a = 1$. После определения коэффициентов a и b в формуле (-89) можно решить систему уравнений $(-85) - (-88)$ и определить оптимальные параметры цикла x , x_2 , y_1 , y_2 , задаваясь η , и оценивая характеристику технического оптимального цикла, как это изложено выше.

Известную неопределенность вносят параметры $g = \frac{G_E}{G_N} \frac{K_0}{G_N}$, по о.к. входит лишь в формулы (18), и (18'), причем даже двукратное изменение не компенсирует

$$\dot{G}^{\dagger} \eta + \left(1 - \frac{1}{x_2/m_2} \right)$$

Плотно в первом расчете можно взять этот комплекс приближенно равным (0,05 - 0,06), а затем уточнить

Величину g уточняем немедленно после нахождения оптимальных параметров, используя формулу (1-81) для ΣQ .

$$\frac{\Sigma QS}{\eta_e} = \frac{Q_g}{G_n + G_0} \cdot \frac{H_n}{\alpha_e L_e} = \frac{H_n}{\alpha_e L_e} \quad (1-100)$$

ΣQ — это тепло, которое затрачено при прохождении 1 кг газовой смеси по всем диаметрам статорной, причем проходит всего $(G_n + G_0)$ кг газовой смеси, а сжигаем $(G_n \alpha_e L_e)$ кг топлива следовательно

$$C_g + C_{st} \frac{\Sigma Q}{\eta_e} = \frac{C_n}{\alpha_e L_e}$$

откуда получаем формулу (1-100). В формуле (1-81) и, следовательно, (1-100) не учитывается масса самого топлива, о чем уже было сказано.

Из газодинамического подобия процесса всасывания в первом и втором компрессорах находим отношение p_0/p_k и

$$\tau_0 = p_0 \frac{v_0}{a_0} \frac{a_1}{a_2}$$

Действительно, если обозначим a_1 — скорость звука в воздухе перед первым компрессором, а a_2 — скорость звука в газовой смеси перед вторым компрессором, то из подобия потоков имеем

$$\frac{c_{a1}}{a_1} = \frac{c_{a2}}{a_2}, \quad \frac{D_{a1}}{a_1} = \frac{D_{a2}}{a_2}$$

где c_{a1} , c_{a2} — осевые скорости в первых ступенях компрессоров 1 и 2,

D_{a1} , D_{a2} — наружные диаметры первых ступеней компрессоров 1 и 2 (см. рис. 18).

Уравнение расхода для этих компрессоров

$$G_k = \frac{\pi D_k^2}{4} \cdot \tau_k \cdot \frac{c_{a1}}{v_1} \cdot (G_n + G_0) \frac{\pi D_{a2}^2}{4} \cdot (1 - \tau_0) \frac{c_{a2}}{v_2}$$

где $\tau_1 = \frac{R_2 T_0}{p_0}$

и $\tau_2 = \frac{R_2 T_{12}}{p_0}$ — удельные объемы воздуха и газовой смеси соответственно

Напишем выражение для g

$$g = \frac{Q_g}{G_n + G_0} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{T_{12}}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p_k} \quad \text{или} \quad \frac{p_0}{p_k} = \frac{1}{g} \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^3 \cdot \frac{T_0}{T_{12}} \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (1-101)$$

С достаточной точностью можно считать

$$\frac{p_0}{p_k} \approx \frac{1}{g} \left\{ \frac{T_0}{T_{12}} = \frac{1}{g} \frac{v_0}{v_{12}} \right\} \quad (1-102)$$

Если необходимо уменьшить это отношение, можно уменьшить второе отношение v для второго компрессора, сохранив постоянным внутренний диаметр D .

Мы определяли x_0 , рассматривая условия всасывания в компрессорах 1 и 2, но отношение p_0/p_k имеет существенное значение при конструктивном выполнении стыка между турбинами 7 и 8 (см. рис. 18). На рис. 19 представлена одна из возможных схем. Лопатки последней ступени турбины 7 выполняются двухкрысовыми. Внешние лопатки похожи на известную лопатку Баумана (см., например ПБК 200 ЛМЗ), т.е. проходящий в ней процесс

квой, и спроектирована она по другому. Действительно, в паровых турбинах и двухкрысовых лопатках давление на выходе различное для обоих крысов тогда как в приведенной схеме оно одинаково и равно p_k . Поэтому перетекание из внутреннего яруса в наружный здесь отсутствует, тогда как в лопатках Баумана оно есть. Второе отличие состоит в том, что в лопатках Баумана внутренний ярус служит в основном лишь для пуска пара, из-за чего профиль лопаток в этом месте имеет своеобразный вид, а в данной схеме внутренний ярус образует обычную ступень лишь с увеличенным углом α_1 и большей осевой скоростью $c_{a1} > c_{a2}$ (см. рис. 19). При определенных условиях допускается некоторый перепад давления по рядка 5—15% на внутреннем ярусе лопатки Баумана, однако в описании этой лопатки, данном Стодола, приводятся профили корневой части внутреннего яруса, соответствующие нулевому перепаду. Направляющий аппарат 1, особенно ступень 2, требует тщательного пространственного профилирования из-за большой входной скорости c_{a1} . Из основной прочности лопатки последней ступени турбины 7 и 8 должны быть применены одинаковы по длине, т.е.

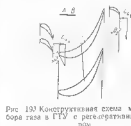
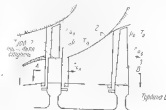


Рис. 19 Конструктивная схема места отбора газа в ГТУ с регулируемым отбором

длина лопатки l должна быть примерно равна общей длине двухъярусной лопатки. Это объясняется тем, что при температуре T_a соответствующей размеру температуре двухъярусной лопатки, еще не наблюдается заметного уменьшения прочности материала. Из которого сделана лопатка. В случае заметного снижения прочности при температуре T_a следует увеличить площадь лопаточного кольца двухъярусной лопатки ($F_4 + F_5$) делить соответственно метель.

Потери с выходной скоростью в турбинах 7 и 8

$$\xi_5 (G_0 + G_1) c_0^2 = \xi_5 [G_0 c_0^2 + G_1 c_{0n}^2] = 2h_0 (G_0 + G_1), \quad (1-103)$$

где $\xi_5 \approx 0,4 - 0,6$ — коэффициент, учитывающий качество выхода из патрубков

h_0 — усредненная потеря энергии с выходной скоростью, отнесенная к 1 кг рабочего тела

Обозначим F_0 — торцовую площадь на выходе из турбины 6, тогда

$$\xi_5 F_0 = F_4 + F_5$$

где ξ_5 — коэффициент, учитывающий уменьшение прочности лопатки при температуре T_a

Используя уравнение расхода, преобразуем последнее равенство

$$\xi_5 \frac{G_0 RT_a}{\rho_0 c_{0n}} = \frac{G_0 RT_a}{\rho_0 c_{0n}} + \frac{G_1 RT_a}{\rho_0 c_{0n}}$$

Следовательно получаем

$$\xi_5 = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{1}{c_{0n}} + \frac{1}{c_0} \right) \quad (1-104)$$

а тогда из (1-103)

$$\xi_5 \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_0} \right) = \frac{2h_0}{G_0 + G_1} \quad (1-104)$$

где $g = \frac{G_1}{G_0 + G_1}$

Формулу (1-104) преобразуем в виду

$$\xi_5 = \frac{T_a}{T_0} \sqrt{\frac{1}{g} + \frac{1}{1-g}} \quad (1-105)$$

С достаточной для нашей цели точностью можно считать

$$\frac{\rho_0}{\rho_0} = \frac{T_a}{T_0} \quad \text{и} \quad \frac{1}{g} + \frac{1}{1-g} \approx \frac{1}{g}$$

Подставив это соотношение в формулу (1-105) получим

$$\xi_5 = \frac{1}{\rho_0} \sqrt{\frac{1}{g} + \frac{1}{1-g}} \quad (1-106)$$

где $g = \frac{G_1}{G_0 + G_1}$

Найдя g по формуле (1-100) и ρ_0 по формуле (1-102), можем определять по формуле (1-106) отклонение c_{0n} для разных значений g . По формуле (1-104) определим c_{0n} и запишем уравнение расхода для торцев и площади F_4

$$F_4 = \frac{G_0 RT_a}{\rho_0 \left(\frac{c_{0n}}{c_0} \right)} \quad (1-107)$$

Значение F_4 известно из расчетов на прочность, а величину c_0 находим по формуле (1-107). Возникает вопрос, как задаваться величиной g . Как и всегда в технике, оценка g — задача экспериментальная: чем больше g , тем меньше c_{0n} и, следовательно, меньше потери с выходной скоростью, но больше g — это большая скорость c_{0n} , а значит, меньший коэффициент полезного действия турбины 8 из-за больших гидравлических сопротивлений в сопловом аппарате

Рассмотрим пример по определению оптимальных параметров

При использовании формулы (1-85) — (89) необходимо оценить желаемый коэффициент, который в начале расчета мы задавались при турбине, а затем их уточнить. В качестве примера рассмотрим диск с четырьмя охлаждаемыми ($z = 4$) тремя промежуточными камерами сгорания $z = 3$, с регистратором отбором энергии отобранный газ G_0 сжимается с воздухом после первого охлаждения

Зададимся следующими величинами

$$\begin{aligned} c_{0n} &= 0,24 \text{ км/сек} \quad T_0 = 1,46 \text{ км/сек} \quad c_0 = 0,265 \text{ км/сек} \\ &= 1,110 \text{ км/сек} \quad g = 0,275 \text{ км/сек} \quad T_a = 1,230 \text{ км/сек} \\ T_a &= 1023^\circ \text{K} \end{aligned}$$

$$\rho_0 = \rho_0 \sqrt{\frac{1}{g} + \frac{1}{1-g}} \approx \frac{1}{g} \quad \frac{\partial \rho_0}{\partial g} = \frac{1}{g^2}$$

$$H_0 = 10000 \text{ км/сек} \quad 4 \cdot 10^4 \text{ км/сек} \quad \pi = \frac{1}{4} \quad \frac{\partial \pi}{\partial g} = \frac{1}{4g^2}$$

$$\eta_{K_1} = \eta_{K_2} = 0,86, \quad \eta_{K_3} = 0,88, \quad \eta_{K_4} = 0,90$$

Температуру T_{11} определяем по формуле (1-89):

$$T_{11} = 340 + 62 \cdot x_{21} = 340$$

$$\text{Комплекс } \bar{q} q_{-1} \left(1 - \frac{1}{x_0^{1.05}} \right) = 0,05$$

Степень регенерации $\sigma = 0,55$. Эту величину нужно обосновать технико-экономическими расчетами.

$$\frac{T_1 \left(\frac{1}{1-\sigma} \right)}{T_1 (1-\sigma)} = 1,05 \text{ определяем}$$

Решим систему уравнений (1-85) (1-89) так, по произвольной величине $x = (2,5 \pm 3)$ найдем x_2 . Тогда самое меньшее определим методом проб заданную $x_2 = (1,1 \sim 1,4)$ и найдем x_1 по формуле (1-86), находим x_{21} в данном случае $x = 2,6$, $x_2 = 1,2$, и $\eta = \eta_2 = 0,37$, следовательно

$$x_{21}^1 = 1,05 \frac{2,6}{1,2} \left[1 - 1,113 \cdot 0,37 \cdot 0,45 + \frac{0,45 \cdot 0,2 \cdot 0,588}{0,86} \right] = 1,99$$

$$\text{откуда } x_{21} = 1,19, x_{21}^1 = x_{21}^2 = 1,68 = x_{21}^3$$

По формуле (1-87) находим y_2

$$y_2^1 = 0,906 \left[\frac{2,36 - 0,63 \cdot 0,88}{1 - 0,56 \cdot 0,37 + \frac{0,56 \cdot 0,2 \cdot 0,588}{1,113 - 0,86} + 0,05} \right] = \frac{1,3}{0,783} = 1,78,$$

$$y_2 = 1,59, y_2^1 = 1,03, y_2^2 = \frac{2,37}{1,53} = 1,54$$

При $\eta_2 = \eta_1$, величина x в формуле (1-87) сокращается

Определим x_{21} , y_2 и найдем x и x_2 по формуле (1-88) проверяем, насколько удачно принято значение $x_2 = 1,2$

$$x_2^2 = \frac{2,6 \cdot 0,96 \cdot 0,45 \left[1 - 1,113 \cdot 0,37 \cdot 0,45 \right]}{1,68 \cdot 0,588 \left[0,55 \frac{1023}{382} \cdot 0,66 + 1 \cdot 0,906 \cdot \frac{0,54}{1,54} + 0,063 \cdot 0,79 + 1,42 \right]} = \frac{1,3}{1,42}$$

$$x_2 = 1,92$$

$$\text{где } T_{11} (1-\sigma) = 392^\circ \text{K} = 340 + 62 (1,68 - 1)$$

Таким образом, величину x_2 мы выбрали удачно, что мы и достигли после нескольких приближений. После этого проверим x по формуле (1-88)

$$x = \frac{1}{\sigma} \left(1 - \frac{1}{x_2} \right) = \frac{1}{0,37} \left(1 - \frac{1}{1,92} \right) = 1,92, 1,68 \cdot 1,54 \cdot 0,86 \cdot 0,906 \frac{1823 \cdot 0,8114}{382 \cdot 0,876} = 5,97, x = 2,67,$$

Сопоставив полученного x с принятым значением $x = 2,6$ следует считать удачным. Таким образом, можем считать оптимальными параметрами следующие значения

$$x = 2,6; x_{21} = 1,19; x_2 = 1,19; y_2 = 1,15 = y_1$$

Зная их, находим $\eta = \frac{\sum L_{12}}{\sum Q} \cdot \eta_2$ для чего по формуле (1-82) подставляем T_2

$$T_2 = 0,56 \cdot 1023 \left[1 - 0,905 \left(1 - \frac{1}{x_2} \right) \cdot 0,1 \cdot 1,92 + \frac{0,1}{0,86} \cdot 0,45 \cdot 1,92 \right]$$

По формуле (1-81) находим $\sum Q$

$$\sum Q = 0,285 (1023 - 755 + 353) = 767 \text{ кДж/кг, } \frac{\sum Q}{\eta_2} = 780 \text{ кДж/кг,}$$

по формуле (1-84) находим $\eta = \frac{780}{1000} = 0,78$

$$\eta = \frac{\sum Q}{\eta_2} \cdot \frac{\alpha_2 L_{21}}{H_{21}} = \frac{765 \cdot 1,1 \cdot 15}{41900} = 0,34 \cdot \eta_2 = 2,9$$

где L_{21} — теоретически необходимое количество воздуха для сгорания, η_2 — избыток воздуха на выходе из турбины (см. рис. 8)

По формуле (1-80) подсчитаем суммарную работу всех турбин $\sum L_T$

$$\sum L_T = 1,25 \cdot 1023 (0,344 \cdot 0,317) + 52 = 887 \text{ кДж/кг}$$

Предварительно находим по формуле (1-82) $\frac{P_2}{P_0}$

$$\frac{P_2}{P_0} = \frac{1}{1,14} \sqrt{\frac{289}{3}} \cdot 2,7 \cdot x_2 = 2,93^{0,286} = 1,36,$$

Осуществим проверку: $\frac{P_2}{P_0} = \frac{1}{1,14} \sqrt{\frac{289}{3}} \cdot 2,7 \cdot x_2 = 1,36$

$$\frac{P_2}{P_0} = \frac{1}{1,14} \sqrt{\frac{289}{3}} \cdot 2,7 \cdot x_2 = 2,93^{0,286} = 1,36$$

Наконец, по формуле (1-79) определяем $\sum L_H$

$$\sum L_H = \frac{1,11}{0,85} (340 \cdot 0,9 + 351,8 \cdot 0,7 + 361 \cdot 0,9 + 371 \cdot 0,3 + 381 \cdot 0,7) = 0,314 \cdot 1005 \cdot 288 \cdot 0,36 = 558 + 38 = 596 \text{ кДж/кг}$$

В результате получаем работоспособность установки

$$h_x = \frac{\sum L_T}{\sum L_H} = \frac{887}{596} = 1,49 = 29, \text{ ккал/кг}$$

Коэффициент полезного действия η

$$\eta = \frac{h_x}{\sum Q} \cdot \eta_2 = \frac{29}{780} \cdot 0,78 = 37,4\%$$

Температура газов T_2 (см. рис. 8) при выходе из двухступенной установки

$$T_2 = T_1 \left(1 - \eta_2 \cdot \frac{1}{x_2} \right) = 1023 \left(1 - 0,905 \cdot \frac{1}{1,92} \right) = 700^\circ \text{K}$$

и температура газов T_0 при выходе из последней турбины

$$T_0 = T_2 \left(1 - \eta_2 \cdot \frac{1}{x_2} \right) = 700 \left(1 - 0,88 \cdot 0,317 \right) = 566^\circ \text{K}$$

Температуры T_4 и T_3 получаются достаточно высокие. Для их снижения в компрессоре можно использовать искусственный прием в формуле (1-8) в знаменателе вместо $\eta_{\text{мех}}$ брать $\eta_{\text{мех}} = 0,9$, что приведет к увеличению T_4 и T_3 на 10-15%.

Проведя все операции по условной оптимизации, получим $x = 2,8$; $x_{21} = 1,185$; $x_4 = 3$; $\eta_{\text{мех}} = 0,9$; $\eta = 37,5\%$; $T_4 = 623^\circ \text{K}$; $T_3 = 495^\circ \text{K}$.

Известно, что температура T_4 и T_3 должны быть ниже температуры окружающей среды, то можно считать, что площадь лопаточного кольца $F_{\text{л}}$ будет не больше, чем площадь лопаточного кольца $F_{\text{л}} = 0,01 \text{ м}^2$.

Определим скорости на выходе, средний показатель полинома расширения в турбине $\delta = 1,25$; $\delta = 1,3$ при $\eta_{\text{мех}} = 0,9$.

По формуле (1-106) находим $c_{\text{мех}}$, $c_{\text{мех}} = 0,27$.

Подбором получаем при $\eta_{\text{мех}} = 0,95$, так как температура T_4 также высокая.

По формуле (1-104) подсчитываем

$$c_{\text{мех}} c_{\text{мех}} = \sqrt{\frac{1 - 0,721 (c_{\text{мех}} c_{\text{мех}})^2}{0,27^2}} = 0,775$$

Возьмем для примера $c_{\text{мех}} = 1,0$ сек/м, из которого легко узнать $\eta_{\text{мех}} = 0,775$ для турбины ЛМЗ. Тогда по формуле (1-107) найдем

$$c_{\text{мех}} = \frac{R}{c_p} \frac{T_4}{T_3} = \frac{285}{9,81 \cdot 10^4} \frac{623}{495} = 135 \text{ м/сек}$$

Из $c_{\text{мех}}$ мы можем найти

$$c_{\text{мех}} = 0,075 c_{\text{мех}} = 149, \quad c_{\text{мех}} = 0,775 c_{\text{мех}} = 108, \quad c_{\text{мех}} = c_{\text{мех}} = 175 \text{ м/сек}$$

Потери с выходной скоростью в турбинах 7 и 8 составят

$$L_{\text{вых}} = L_{\text{мех}} (G_7 + G_8) \frac{c_{\text{мех}}^2}{2} \cdot 10^{-3} = 0,15500 \text{ ккал}$$

Коэффициент оцениваем примерно $\xi_{\text{мех}} = 0,6$. Тогда $L_{\text{вых}} = 9900 - 8200 \text{ ккал}$

Мощность установившейся получаем по формуле (1-78)

$$L = 150 \cdot 4 \cdot 900 \cdot 0,375 = 425000 \text{ ккал}$$

Таким образом, при мощности 425 Мвт потеря с выходной скоростью составляет 0,3 Мвт или 2,1%, при $\xi_{\text{мех}} = 0,4$ потери с выходной скоростью составят 0,5 Мвт, что тоже не является критическим.

$$\eta_{\text{мех}} = 0,95$$

фактически

$$0,279 \cdot 0,88 = 0,245$$

В поправке в формуле (1-87) практически не требуется. Наконец, по формуле (1-83), определим, чему равна характеристика технического оптимума $\eta_{\text{мех}}$

$$\eta_{\text{мех}} = \frac{2 \eta_{\text{мех}} \eta}{1 - \eta_{\text{мех}} \eta} = \frac{2 \cdot 0,37}{1 - 0,37} = 0,55$$

При расчетах величина $\eta_{\text{мех}}$ не учитывалась и д. размер стороны $\eta_{\text{мех}}$. Полученный результат свидетельствует о том, что мы находимся вблизи оптимального значения.

Следует проверить, насколько близко к оптимальному значению стенки ротора $\delta = 0,55$ от предельно возможного δ^* .

По формуле (1-84)

$$\delta^* = \frac{G_7}{G_8} \frac{c_p}{c_p} = \frac{2,58}{1,230} = 0,802$$

Отсюда получаем отношение

$$\frac{\delta}{\delta^*} = \frac{0,55}{0,802} = 0,68$$

которое так же, как и сама величина δ и δ^* , влияет на величину поверхности ротора (4 см. рис. 16).

В противоточном регенераторе его поверхность определяется формулой

$$G = K (1 - \eta_{\text{мех}}) \frac{c_{\text{мех}}}{\eta_{\text{мех}}}$$

где K — коэффициент теплопередачи от продуктов сгорания к газовой смеси.

При определении коэффициента полезного действия мы не учитывали

- 1) механические потери, примерно равных 1%.
- 2) к. п. д. электрического генератора, примерно равного 99%.
- 3) затрат на собственные нужды (главным образом, на подачу в холодильники), в целом составляющих 3-4%.

что при $\epsilon_p = 0,6$ составляет примерно 1,4% от $N_d = 445$ Мвт.

Как влияют на величины оптимальных параметров и на коэффициент полезного действия величины теплоемкости и значения условий к. п. д. η_p , показано в табл. 4, построенной для двух значений η_p (0,3 и 0,37) и теплоемкостей ($c_p = 1,080$ кдж/кг $\times$ град $c_p = 1,150$ кдж/кг $\times$ град и $c_p = 1,110$ кдж/кг $\times$ град $c_p = 1,230$ кдж/кг $\times$ град), теплоемкость воздуха принята в обоих случаях одинаковой $c_{pa} = 1,004$ кдж/кг $\times$ град. Температуры на всасывании определялись по уравнению для установки без сепаратора

$$T_{32} = 340 + 62 (\lambda_{32} - 1)$$

Из таблицы видно, что оптимальные величины параметров практически не зависят от величин теплоемкостей при одинаковых условиях к. п. д. η_p , эффективный к. п. д. $\eta_e = \eta$ η_p несколько уменьшается с уменьшением теплоемкости (аналог, теплоемкость следует учитывать точнее). Существенное влияние на оптимальные значения параметров оказывает величина η_p , хотя на эффективный к. п. д. η_e ее влияние довольно слабое: при $c_p = 1,230$ кдж/кг $\times$ град

$$\eta_e = 0,3 \text{ и } \eta_e = \eta \quad \eta_e = 37,1\%$$

а при $\eta_p = 0,37$

$$\eta_e = 37,3\%$$

Весьма существенно изменяется степень адиабатического повышения температуры после регенератора λ_2 , чем больше η_p , тем больше λ_2 и тем больше нагрев в регенераторе, работоспособность же газа λ_2 работа, получаемая с 1 кг газозоогушной смеси) заметно уменьшается (3,9 кдж/кг до 264 кдж/кг). Здесь следует отметить, что в схеме с регенеративным отбором величина λ_2 не имеет того значения, какое она имеет в обычных схемах, так как несмотря на значительное уменьшение λ_2 , мощность установки, как видно из формулы (178), даже увеличивается в результате увеличения η_p (от 37,1% до 37,3%). В то же время с уменьшением η_p установка дешевеет, как и в обычной схеме, но в несколько меньшей степени. Так, при $\eta_p = 0,3$ общий расход газа через турбины меньше, чем при $\eta_p = 0,37$, общая степень lowering давления и потери с выходной скоростью $\lambda_{\text{вых}}$ также меньше. Все это увеличивает установку, и это в известных случаях (при дешевом топливе) перекрывает ту экономию, которую дает увеличение η_p при $\eta_p = 0,37$.

§ 4. СРАВНЕНИЕ ЦИКЛОВ

Используя изложенную методику, сравним три цикла газотурбинных установок сложной схемы при следующих условиях:

1) все схемы (циклы) имеют одинаковую мощность N_d ,

2) число промежуточных холодильников одинаковое

3) число камер сгорания одинаковое

4) все схемы имеют оптимальные параметры, обеспечивающие максимальный (или близкий к нему) коэффициент полезного действия установки

5) топливо одно и то же — став японский газ,

6) полигонический к. п. д. компрессоров и турбин, одинаковый;

$$\eta_k = \eta_t = 0,9$$

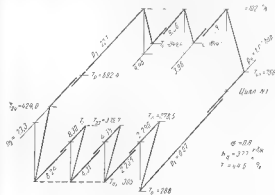


Рис. 20. T-S диаграмма цикла с обычной регенерацией

7) гидравлические сопротивления камер сгорания и холодильников (в процентах от входного давления) одинаковые

8) полнота сгорания во всех камерах одна и та же

$$\eta_p = 0,98$$

9) все схемы двухваловые и электростанция находится на валу низкого давления

Рассмотрим следующие циклы

1 — цикл с регенерацией после сжатия со степенью регенерации $\sigma_1 = 0,8$.

2 — цикл с регенерацией в процессе сжатия при $\sigma_2 = 0,4$

3 — цикл без регенерации

На рис. 20, 21, 22 приведены T-S диаграммы всех трех циклов со всеми характеристическими величинами, причем все циклы имеют примерно одну и ту же величину λ_2 . По этой причине пришлось

точного кольца ЛД_{ср1} что соответствует одинаковому напряжению в лопатках) и одной и той же осевой скорости газа в цикле 1 можно пропустить в $\sqrt[3]{3.36} = 1.5$ раз меньше газа, чем в цикле 2. Но это значит, что при одинаковых A_2 мощность ГТУ, работающей по циклу 1, будет в 3.66 раз меньше мощности ГТУ, работающей по циклу 2. Здесь необходимо сделать небольшое уточнение: если уменьшить количество газа в цикле 1, то скорость c_2 на выходе из последней ступени этой турбины станет меньше, чем в цикле 2. За счет этого можно увеличить осевую скорость c_0 в первой ступени турбины и тем самым увеличить возможный расход газа в цикле 1, причем соотношение мощностей составит примерно 3,2 : 3,3. Таким образом, мощность ГТУ, работающей по циклу 2, будет в 3,2-3,3 раза больше мощности ГТУ, выполненной по циклу 1. Следует также отметить, что последняя ступень турбины находится в более благоприятных условиях в цикле 2 чем в цикле 1. Действительно, температура на выходе из последней турбины T_{22} составляет 756,87° К в цикле 1, а в цикле 2 — только 567° К. В результате расход газа (соотносительно и мощности) при одинаковых площадях лопаточных колец в цикле 2 в $\frac{756.87}{567} = 1.33$ раза больше, чем в цикле 1. Однако практически это невозможно осуществить, так как более высокая температура газа T_{22} в цикле 1 требует уменьшения допустимых напряжений в лопатках последних ступеней, что вызывает пропорциональное уменьшение площади лопаточного кольца и, следовательно, расхода газа и мощности установки.

Так, для сталей 1Х13 и 2Х13 соотношение между длительными прочностями при 100 000 ч работы с температурой 753° К и примерно 579° К составляет около 2, т. е. эти стали в условиях работы по циклу 1 должны иметь допустимые напряжения, в два раза меньшие, чем в условиях работы по циклу 2. В результате получим, что последняя ступень ГТУ, выполненной по циклу 1, пропустит в 2.136-2.72 раза меньше газа, чем ГТУ, работающая по циклу 2.

Таким образом, в любых условиях ГТУ, осуществляющая по циклу 1, будет иметь предельную мощность в 2.5-3.2 раза меньшую, чем ГТУ, выполненная по циклу 2.

Отсюда видна бесперспективность обычной регенеративной схемы для крупной энергетики.

Теперь сравним циклы с точки зрения металлоемкости. Коль скоро первые ступени всех трех турбин в цикле 1 при равных (как в цикле 2) площадях лопаточных колец пропустят примерно в три раза меньше газа, то удельный расход аустенитной стали на 1 кВт мощности будет существенно (примерно в 1.7 раз) больше в ГТУ, работающей по циклу 1. Особенно велика металлоемкость регенератора. Как уже указывалось, поверхность F_R получается в 6 раз больше для цикла 1, чем для цикла 2. В конкретных цифрах вес

регенератора составляет для $A = 2$ м² $M_{\text{рег}} G_n \sim 24\,000$ кг $F_R = 4\,000$ м². Считая вес 1 м² поверхности равным примерно 10 кг, получим, что регенератор в цикле 1 будет из жидкой регенераторной стали, на 300 м, или в удельных расходах на 1 кВт 3 десятитонных стальных деталей еще больше, чем в цикле 2. Однако в цикле 2 опасность хо-охлаждения между ком. регенератор будет примерно на 10% больше, и работа сжатия газа также будет больше, приближаясь к 1.7-2.1) даже на краткий килограмм засасываемого воздуха. Если учесть, что в условиях топки с регенератором расход топлива по такой же схеме, как и в цикле 1, указывалось, мы примысли эти сопротивления несколько произвольными для цикла 2).

Если рассмотреть ГТД, работающую по циклу 9 (см. рис. 27), где нет регенератора, то, по сравнению с циклом 2, мы имеем более компактный ГТД с меньшими коэффициентами полезного действия, а именно 43,43% по сравнению с 44,32% (см. рис. 21). Предельная мощность ГТД такой схемы выше, но незначительная (примерно на 8-10% меньше) по сравнению с циклом 2. При этом удельный расход топлива на 1 кВт мощности ГТД в цикле 2 если только сравнить по порядкам, наоборот, при действующей точке, конечно, разность цикла 1 не только в 40 раз, а если имеется существенная разница в стоимости топлива.

Приведенный анализ показывает, что цикл с регенератором и давлением абсолютно превосходит классический регенеративный цикл в плане экономичности и безрегенеративному циклу.

ТЕПЛОТВОРНАЯ СПОСОБНОСТЬ ТОПЛИВА И УРАВНЕНИЕ СГОРАНИЯ

§ 1. ТЕПЛОТВОРНАЯ СПОСОБНОСТЬ ТОПЛИВА

В сложных являх при многотратном сжигании топлива в промежуточных камерах сгорания приходится вести сгорание при высоких начальных температурах (T_{21} , T_{42} на рис. 7). В этом случае теплотворная способность топлива несколько уменьшается (на $2 \pm 4\%$).

Как известно, теплотворной способностью топлива, сжигаемого при постоянном давлении и данной начальной температуре, называют количество тепла, которое выделяется в калориметре при охлаждении продуктов сгорания, полученных на 1 кг топлива, до начальной температуры.

До процесса сгорания имеется 1 кг топлива и воздух (как правило, в избыточном количестве). Пусть объем этой смеси равен v_0 . После сгорания получаются продукты сгорания, объем которых после охлаждения до начальной температуры T_0 составляет v_1 (в общем случае $v_1 \neq v_0$).

Обозначим символом U_0 внутреннюю энергию смеси до сгорания, а U_1 — внутреннюю энергию продуктов сгорания, охлажденных до начальной температуры. Тогда, согласно первому началу термодинамики, получим выражение для теплотворной способности топлива H_n .

$$H_n = U_0 - U_1 + p(v_0 - v_1) \quad (2-1)$$

Поскольку мы имеем дело со сложной материальной системой, а не с идеальным газом, то

$$U_0 = c_p T_0$$

Теперь рассмотрим процесс сгорания, но без охлаждения. Пусть U_2 — внутренняя энергия продуктов сгорания после завершения реакции. Согласно первому началу термодинамики,

$$Q = U_2 - U_0 + p(v_2 - v_0)$$

Определим отсюда U_2 и подставим его значение в равенство (2-1)

$$U_2 - U_0 + p(v_2 - v_0) = U_0 - U_1 + p(v_0 - v_1) \quad (2-2)$$

где $U_2 = U_0 + p v_0$

и $U_1 = U_0 + p v_1$ — теплосодержание продуктов сгорания соответственно в конце сгорания и в конце охлаждения.

Смесь исходных продуктов (топливо и воздух) уже не фигурирует в формуле (2-2).

Определим теперь, как H_n зависит от температуры реакции. Рассмотрим схему, представленную на рис. 23 от точки 0 до точки 1. В точке 0 имеется 1 кг топлива и L кг воздуха, причем $L > L_0$, где L_0 — теоретически необходимое количество воздуха для сжигания 1 кг топлива. Температура топлива и воздуха одна и та же T_0 . В точке 2 имеется 1 кг топлива при температуре T_1 и 1 кг воздуха при температуре T_2 . Для того чтобы из точки 0 попасть в точку 2, нужно затратить тепло Q .



Рис. 23 Схема теплового бабблеса

$$Q = c_{p0} T_0 - c_{p1} T_1 + c_{p2} T_2 - c_{p3} T_3$$

где c_{p0} — теплоемкость воздуха при постоянном давлении, c_{p1} — теплоемкость топлива.

На участке 2-3 (см. рис. 23) проходит реакция горения и в точке 3 получаются продукты сгорания при температуре T_1 . Для того чтобы из точки 3 попасть в точку 1, продукты сгорания нужно охладить от температуры T_1 до T_0 , за счет чего выделяется тепло в количестве Q_1 .

Общее количество тепла на пути 0-1-2 равно H_n , так как исходные и конечные продукты одинаковы на пути 0-1 и на пути 0-2-3-1, а изменение внутренней энергии не зависит от пути. Таким образом,

$$H_n = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

причем

$$Q_1 = c_{p0} (1 + L_1) (T_1 - T_0)$$

где c_{p0} — теплоемкость продуктов сгорания в интервале температур $T_1 - T_0$.

Находим H_a — теплотворную способность при температуре T_1 для воздуха и при температуре T_a — для топлива

$$H_a = H_0 + q_1 - q_2 = H_0 + c_{p0} (T_1 - T_0) L_0 + c_p (T_a - T_0) \cdot c_{p0} (1 + L) (T_1 - T_0), \quad (2-3)$$

Продукты сгорания состоят из так называемых «частых» продуктов сгорания, ч. п. с. и избытка воздуха

Как обычно обозначим

$$\alpha = \alpha_0 \quad (2-4)$$

Тогда

$$c_{p0} (1 + L) = c_{p0} (1 + \alpha L_0) = (1 + L_0 c_{p0} + L_0 (\alpha - 1) c_{p0}) \quad (2-4')$$

Подставим это выражение в уравнение (2-3)

$$H_a = H_0 + c_p (T_a - T_0) - (T_1 - T_0) \cdot [(1 + L_0 c_{p0} - L_0 c_{p0})], \quad (2-5)$$

где c_{p0} — теплоемкость ч. п. с.

Обычно формула (2-5) записывается для $T_1 = T_1$, но поскольку на практике часто $T_a \neq T_1$, то можно представить выражение (2-5) в более общем виде. По аналогии с уравнением (2-2) можно записать

$$H_{a1} = J_1 - J_2 = c_{p0} (T_a - T_1) (1 + L). \quad (2-6)$$

Применим формулы (2-5) и (2-6) для конкретного случая определения расхода топлива в первой (основной) камере сгорания.

Пусть температура воздуха равна T_a , температура входа сгорания — T_1 , температура подаваемого топлива — T_2 , теплотворная способность при температуре T_2 , обычно равной примерно 293° К — H_2 . Найдем коэффициент избытка воздуха α_0 (индексом 0 обозначаем основную камеру сгорания).

Из формул (2-5) и (2-6) имеем

$$H_a + c_p (T_a - T_0) - (T_1 - T_0) (1 + L_0 c_{p0} - L_0 c_{p0}) = c_{p0} (1 + \alpha_0 L_0) (T_a - T_1).$$

Используя уравнение (2-4'), получаем

$$\alpha_0 = \frac{\eta_2 \cdot H_a + c_p (T_a - T_0) \cdot (T_1 - T_0) [(1 + L_0) c_{p0} - L_0 c_{p0}]}{L_0 c_{p0} (T_a - T_1)}, \quad (2-7)$$

где η_2 — коэффициент, учитывающий ч. п. д. камеры сгорания. Расход топлива на 1 кг воздуха в основной камере сгорания

$$B_0 = \frac{1}{\alpha_0 L_0}, \quad (2-8)$$

При многокамерном сжигании продукты сгорания из основной камеры поступают после расщепления в первой турбине в первую промежуточную камеру сгорания. При входе в нее их температура равна T_{21} , а после сгорания дополнительного топлива B_1 кг на каждый килограмм топлива, сжиганного в основной камере сгорания температура повышается до T_{31} . Определим B_1 . Теплотворную способность этой порции топлива найдем по формуле (2-5)

$$H_1 = H_0 + c_p (T_a - T_0) - (T_{31} - T_0) [(1 + L_0) c_{p0} - L_0 c_{p0}], \quad (2-9)$$

т.е. температура топлива T_2 может быть отлична от температуры топлива T_1 в первой камере

Тепловой баланс этой камеры запишется так

$$H_1 B_1 = (1 + B_1 + \alpha_0 L_0 c_{p0} (T_{31} - T_{21})) \quad (2-10)$$

где c_{p0} — теплоемкость продуктов сгорания при выходе из рассматриваемой камеры сгорания в интервале температур $T_{21} - T_{31}$

Весовое количество продуктов сгорания $(1 + B_1 + \alpha_0 L_0)$ при выходе из камеры состоит из $(1 + B_1)$ кг ч. п. с. и $L_0 (1 + B_1)$ кг чистого воздуха

По правилу определения теплоемкости смеси аналогично выражению (2-4) имеем

$$1 + B_1 + \alpha_0 L_0 c_{p0} = (1 + B_1) (1 + L_0) c_{p0} + L_0 (\alpha_0 (1 + B_1) c_{p0}) \quad (2-11)$$

Из равенств (2-9) — (2-11) после алгебраических преобразований получаем

$$B_1 = \frac{\gamma_2 \cdot H_1 + c_p (T_a - T_0) [(1 + L_0) c_{p0} + (\alpha_0 - 1) L_0 c_{p0}]}{\eta_1 H_a + c_p (T_a - T_0) - (T_{31} - T_{21}) [(1 + L_0) c_{p0} - L_0 c_{p0}]}, \quad (2-12)$$

В выражении (2-12) входит только теплоемкость ч. п. с. c_{p0} , одинаковая для всех камер сгорания (разумеется, с учетом интервала температур, т.е. значения c_{p0} в числителе формулы, конечно, не равно значению c_{p0} , входящему в знаменатель, но они определяются по одной и той же кривой $c_p = F(T)$, и теплоемкость чистого воздуха c_{p0} . Коэффициент избытка воздуха при выходе из первой промежуточной камеры (α_1) находим из очевидного соотношения

$$\alpha = \frac{\alpha_0 (1 + B_0)}{1 + B_0} \quad (2-13)$$

Совершенство сгорания можно учесть в формулах (2-7) и (2-12), введя коэффициент η_2 при H_a , где η_2 — ч. п. д. камеры сгорания. Таким образом, вместо H_a в формулу (2-7) будет входить $H_a \eta_2$.

в формулу (2-12) — $H_n \eta_{z1}$. Такой учет не строг, так как сомножитель η_{z1} следует (по физике явления) вводить при H_{z1} и H_{z2} , но допускаемая неточность очень мала, а формулы получаются существенно проще.

Определим теперь расход топлива B_2 во второй промежуточной камере сгорания. Тепловой баланс для нее

$$H_{z1} B_2 = (1 + B_1 + B_2 + \alpha_0 L_0) \tilde{c}_{p2} (T_{z2} - T_{z1}), \quad (2-4)$$

где

$$H_{z1} = H_n \eta_{z1} + c_p (T_{z1} - T_0) - (T_{z2} - T_0) [(1 + L_0) c_{p0} - L_0 \tilde{c}_{p0}],$$

т. е. к. и д. η_{z1} второй промежуточной камеры уже учтен.

Выражение, аналогичное (2-11), имеет вид

$$(1 + B_1 + B_2 + \alpha_0 L_0) \tilde{c}_{p2} = (1 + B_1 + B_2) (1 + L_0) c_{p2} + L_0 \alpha_0 - (1 + B_1 + B_2) c_{p0}$$

Подставляем выведенные выше соотношения в формулу (2-4) и, учитывая равенство (2-13), получаем

$$B_2 = \frac{(T_{z2} - T_{z1}) [(1 + L_0) c_{p2} + (\alpha_0 - 1) L_0 \tilde{c}_{p2}] (1 + B_1)}{H_n \eta_{z1} + c_p (T_{z1} - T_0) - (T_{z2} - T_0) [(1 + L_0) c_{p2} - L_0 \tilde{c}_{p2}]} \quad (2-15)$$

Коэффициент избытка воздуха α_0 при выходе из второй промежуточной камеры

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_2}{1 + B_1 + B_2} \quad (2-16)$$

Определим расход топлива для третьей промежуточной камеры сгорания.

$$B_3 = \frac{(T_{z3} - T_{z2}) [(1 + L_0) c_{p3} + (\alpha_0 - 1) L_0 \tilde{c}_{p3}] (1 + B_1 + B_2)}{H_n \eta_{z2} + c_p (T_{z2} - T_0) - (T_{z3} - T_0) [(1 + L_0) c_{p3} - L_0 \tilde{c}_{p3}]} \quad (2-17)$$

и в общем случае — для n -й камеры сгорания

$$B_n = \frac{(T_{zn} - T_{z(n-1)}) [(1 + L_0) c_{pn} + (\alpha_0 - 1) L_0 \tilde{c}_{pn}] (1 + B_1 + \dots + B_{n-1})}{H_n \eta_{zn} + c_p (T_{zn} - T_0) - (T_{zn} - T_0) [(1 + L_0) c_{pn} - L_0 \tilde{c}_{pn}]} \quad (2-18)$$

Коэффициент избытка воздуха и уходящих газов

$$\alpha_n = \frac{\alpha_2}{1 + B_1 + B_2 + \dots + B_n} \quad (2-19)$$

Расход топлива во всех камерах сгорания на 1 кг воздуха обозначим

$$B_n = \frac{B_1}{\alpha_0 L_0} \frac{B_n}{L_0} \quad (2-20)$$

Зная расход воздуха (G), идущего в камеры сгорания, получаем секундный расход топлива B_0

$$B_0 = \sum B_n \quad (2-21)$$

§ 2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕПЛОВОГО РАСЧЕТА КОМПРЕССОРА И ТУРБИНЫ

При детальном расчете ГТУ необходимо учитывать зависимость теплоемкости c_p от температуры, а в некоторых случаях — от давления. При расчете для адиабатических теплопередающих приходится пользоваться усредненными теплоемкостями, причем [Л 6, усреднение ведется двумя способами: среднее значение c_p в интервале температур и среднее значение c_p в интервале логарифмов температур. Для адиабатного (изэнтропийного) процесса имеем

$$J = dJ = c_p dT = RT \frac{dP}{P}$$

откуда

$$\frac{dP}{P} = \frac{c_p}{R} \frac{dT}{T}$$

Интегрируем это равенство, принимая $R = \text{const}$

$$\ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{R} \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = \frac{\bar{c}_p}{R} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

что $\bar{c}_p = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c_p dT$, определяем по теореме о среднем значении функции

как арифметический радиус

$$\bar{c}_p = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = c_p(T_2 - T_1)$$

где $c_p = c_p(T_2 - T_1)$

причем c_p — истинная теплоемкость

Выразим теплоперепад $\bar{h}$ через отношение p_2/p_1 и c_p

$$\bar{h} = c_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = c_p T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{c_p}} - 1 \right] \quad (2-21)$$

в результате неправомерного от деления значения T_2 и T_{41} спот вестственно. Очевидно, что ошибка будет тем больше, чем больше η_1 и η_2 от единицы. Оценим погрешность, которая получается при определении T_2 по формуле (2—22). Проведем в турбине проход при $T_4 = 1100^\circ\text{K}$ и $T_2 = 700^\circ\text{K}$. Температуры T_2 при условии $c_p = c_{p0}$ находим по формуле ($\eta_2 = 0,9$)

$$\eta_2 = \frac{T_4 - T_2}{T_4} = 0,9; T_2^* = T - \eta_2(T - T_2') = 740^\circ\text{K}$$

Если считать, что c_p и c_{p0} по равенству
 $c_p = c_{p0} + b(T - T_0) = 2,08 + 0,47$

$$c_p = 2,55 \quad b(T - T_0) = 1,182 \text{ кДж/кг} \cdot ^\circ\text{град}$$

$$c_{p0} = 2,08 \quad b(T_0 - T_0) = 0 \text{ кДж/кг} \cdot ^\circ\text{град}$$

и по формуле (2-22) получаем

$$\frac{T_2}{T_4} = \frac{1,182}{2,55} = 0,464 \quad 0,9 = 0,896, \quad T_{22} = 741,6^\circ\text{K}$$

где T_{22} — действительная температура рабочего тела в конце расширения как видно, погрешность, пропорциональная разности $T_4 - T_2$, составляет примерно 0,4% от нее. Значит для интервала $T_4 - T_2 = 100^\circ$ погрешность будет равна примерно 0,1%, т.е. ничтожной. Но для интервала $T_4 - T_2 = 600 \sim 700^\circ$ ее следует учитывать.

Следует обратить внимание и на изменение количества рабочего тела по газовойдульному тракту. Особенно заметно влияние этого обстоятельства в сложных ГТУ с многократным подогревом газа в промежуточных камерах сгорания, когда в последней турбине расход газа превышает расход воздуха в последнем компрессоре на 2—3% и больше.

Согласно формуле (2-8), на каждый килограмм воздуха, входящего в основную камеру сгорания, сжигается $B_0 = \frac{1}{\alpha_0 \alpha_0}$ кг топлива, таким образом, в первом отсеке турбины работает $G_1 + \frac{1}{\alpha_0 \alpha_0}$ кг продуктов сгорания с избытком воздуха α_0 . Из предельного анализа цикла известно, что $y_1 = \frac{T_4}{T_1}$. По диаграмме

или таблицам для теплоемкости определяем c_p для α_0 в интервале температур $T_4 - T_{41}$. Обычно принимают значение истинной

теплоемкости по закону прямой. Тогда, обозначая c_{p0} истинную теплоемкость при температуре T_4 , а c_{p41} — истинную теплоемкость при T_{41} , можем получить усредненные значения теплоемкости $\bar{c}_p$ и $\bar{c}_{p0}$, необходимые для подсчета рассматриваемого теплопередача

$$\bar{c}_p = \frac{c_{p0} T_4 + c_{p41} T_{41}}{T_4 + T_{41}}, \quad \bar{c}_{p0} = \frac{c_{p0} T_4 + c_{p41} T_{41}}{T_4 + T_{41}}$$

По формуле (2-21) находим уточненное отношение давлений, для чего подставляем в нее значение T_2 вместо T_2' , T_{41} вместо T_2' , $\bar{c}_p$ вместо $\bar{c}_p$ и $\bar{c}_{p41}$ вместо $\bar{c}_{p0}$. Кроме того, нужно изменить знак

$$c_p(T_4 - T_{41}) = c_{p0} T_4 \left[1 - \frac{\bar{c}_{p0}}{\bar{c}_p} \right] \left(\frac{T_4}{T_{41}} - 1 \right)$$

Отсюда следует

$$\frac{T_4}{T_{41}} = \frac{\bar{c}_{p0}}{\bar{c}_p} \left(\frac{T_4}{T_{41}} - 1 \right) + 1$$

Далее по формуле (2-22) находим действительную температуру газов T_{41} в конце первого отсека турбины (на входе в первую промежуточную камеру сгорания), оценив коэффициент полезного действия η_1 по рис. 15 и задавшись предварительно $b_{01} = 1 - 0,5\%$

$$\frac{T_4}{T_{41}} = \frac{c_{p0}}{c_p} \eta_1 + T_{41} \left(1 - \frac{c_{p0}}{c_p} \eta_1 \right)$$

Детская работа первой турбины выразится так

$$h_{01} = C_p \left(T_4 - \frac{1}{\alpha_0 \alpha_0} \right) c_p T_4 \frac{y_1 - 1}{y_2} \eta_1 \quad (2-23)$$

Зная из предварительного анализа цикла температуры T_{41} и T_{41} по формуле (2-12) определяем расход топлива в первой промежуточной камере сгорания

$$B_1 = \frac{(T_4 - T_{41})[(1 + L_0)c_{p0} + (\alpha_0 - 1)L_0 c_p]}{H_{01} T_4 + c_p(T_4 - T_{41}) - (T_{41} - T_4)[(1 + L_0)c_{p0} - L_0 c_p]}$$

Напомним, что B_1 — это количество топлива, сжигаемое в первой промежуточной камере сгорания при $B_0 = \dots$, количество же топлива сжигаемого на 1 кг воздуха, поступающего в основную камеру сгорания,

$$B_1 = \frac{1}{\alpha_1 L_0}$$

что следует из формулы (2-20), так как $B_0 = \frac{1}{\alpha_0 L_0}$.

Далее определяем работу второго отсека турбины, имея значение g_2 из анализа цикла и давление $p_{21} = p_{21}$ (коль скоро гидравлическое сопротивление δ_{h_1} первой промежуточной камеры сгорания уже учтено в величине η_{r_1} см рис 22). Зная расход топлива B_1 , по формуле (2-13) определяем коэффициент избытка воздуха в первой промежуточной камере

$$\alpha_1 = \frac{1}{1 + B_1}$$

По интервалу температур $T_{21} \sim T_{21}$ (см рис. 17, причем $T'_{21} = T_{21}$) и коэффициенту избытка воздуха α_1 , пользуясь таблицами аналогично тому, как это было сделано для первого отсека турбины, подсчитываем c_{p_2} и c_{p_2}

$$c_{p_2} = \left\{ \frac{T_{21} - T_{21}}{T_{21} - T_{21}} \cdot \frac{c_{p_2} - c_{p_2}}{T_{21} - T_{21}} \right\} \quad (2-23)$$

где $c_{p_{21}}$ — истинная теплоемкость при T_{21} ,

$c_{p_{21}}$ — то же, при T'_{21} .

Индекс α_1 свидетельствует о том, что все значения теплоемкости в скобках определяются для α_1 .

В более общем случае температура T'_{21} отходящих газов второй турбины может не равняться аналогичному параметру первой турбины. Уточненное значение p_{22} находим из равенства

$$v_2 \left(\frac{p_{21}}{p_{22}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{T_{21}}{T_{21}} \quad (2-24)$$

Действительную работу второго отсека турбины определяем по выражению

$$h_{r_2} = G \left(1 + \frac{1 + B_1}{\alpha_1 L_0} \right) c_{p_2} T_{21} \frac{y_2 - 1}{y_2} \eta_{r_2} \quad (2-25)$$

где η_{r_2} — коэффициент полезного действия второго отсека с учетом гидравлического сопротивления δ_{h_2} второй промежуточной камеры.

По формуле (2-22) находим уточненное значение T_{22} (при анализе цикла вполне допустимо было считать T_{22} тем для всех турбин, кроме первой)

$$T_{22} = T_{21} + \frac{1}{\eta_{r_2}} \left(\frac{c_{p_2}}{c_{p_2}} \right) \eta_{r_2} \quad (2-26)$$

Зная T_{22} и имея T'_{22} из анализа цикла (обычно $T'_{22} = T_{21}$), находим по формуле (2-15) расход топлива во второй промежуточной камере

$$B_2 = \frac{1 - T_{22} \left(1 + \frac{c_{p_2}}{c_{p_2}} \right) + \alpha_2 \left(1 + L_0 \right) \left(1 + B_1 \right)}{c_{p_2} \left(T_{22} - T_{21} \right) \left(1 + L_0 \right) \left(1 + B_1 \right) - c_{p_2} \left(T_{22} - T_{21} \right)}$$

Напомним, что c_{p_2} — теплоемкость «истинных» продуктов сгорания, c_{p_2} — теплоемкость «чистого» воздуха, α_2 — коэффициент при T_{22} .

В третьем отсеке турбины будет работать $G \left(1 + \frac{1 + B_1 + B_2}{\alpha_1 L_0} \right)$ кг

продуктов сгорания с избытком воздуха $\alpha_2 = \frac{1}{1 + B_1 + B_2}$.

Далее повторяем все операции, как и для второй турбины. Находим h_{r_3}

$$h_{r_3} = G \left(1 + \frac{1 + B_1 + B_2}{\alpha_1 L_0} \right) c_{p_3} T_{31} \frac{y_3 - 1}{y_3} \eta_{r_3} \quad (2-27)$$

где g_3 не отличается от g_2 для второй турбины, хотя в более общем случае может иметь другое значение, то же можно сказать и о значении η_{r_3} .

Наконец, выражение для работы последнего отсека турбины имеет вид

$$h_{r_{z+1}} = G \left(1 + \frac{1 + B_1 + B_2}{\alpha_1 L_0} \right) c_{p_{z+1}} T_{z1} \frac{y_{z+1} - 1}{y_{z+1}} \eta_{r_{z+1}} \quad (2-28)$$

Суммарная работа всех турбинных отсеков представляется суммой подобных выражений, т.е. Σh_i , где z — число промежуточных камер сгорания.

Суммарная затрата топлива определяется выражением (2-20), причем работа и расход топлива относятся к G кг всасываемого воздуха. Для определения коэффициента полезного действия газотурбинной установки необходимо подсчитать работу всех компрессоров. Достаточно точно можно считать работу сжатия отсеков компрессоров для $\pi_n \leq 2:3$ при $c_{px} = 1,004 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$ и $k = 1,4$. Но для $\pi_n > 3$ следует учитывать изменение c_{px} от температуры. Так, в расчетах ГТУ, имеющих $\pi_n = 7$, ошибка при допущении

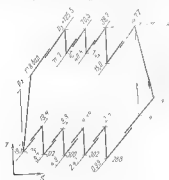


Рис 25 T-S диаграмма ГТУ (в примере расчета)

$c_{px} = 1,004 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$ может достигать примерно 0,4% в сторону увеличения, по сравнению с расчетом при $c_{px} = \text{const}$. Естественно, что такую разницу следует учитывать.

Особенно заметно изменение температуры рабочего тела в конце сжатия так, при $\pi_n = 7$ и $c_p = 1,004 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$ температура рабочего тела в конце сжатия составляет приблизительно 523° К (при начальной температуре 300° К), при $c_p = 1,043 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$, что соответствует данному интервалу температур, конечная температура будет 518° К. Эта разница температур заметно влияет на расход топлива и основной параметр экономичности.

В качестве примера рассмотрим цикл, приведенный на рис 25, где нанесены все значения давления и начальной температур. Поскольку предполагается наличие сепаратора - отвода влаги после второго компрессора, то температура после второго компрессора $T_{22} = 300^\circ \text{К}$ и температура $T_{11} = 302^\circ \text{К}$ (последняя принята повышенной по сравнению с температурой

нахождения паров для сохранения полухлеста первого компрессора, его исследователю выплата (второму) на рис 25 дан один из вариантов цикла для ГТУ мощностью 200 МВт, газотурбинный ХВЗ с компрессором газотурбинной установки и компрессором ХВЗ по схеме МВТЗ из Бумана. Так как схема двухступенчатая, то должен быть обеспечен баланс мощностей компрессора высокого давления и двух первых турбин.

Оценим политротный коэффициент π и π всех компрессоров величины $\pi_1 = 0,9$ К и π первого компрессора принимаем равным $\pi_1 = 0,85$. Тогда получим следующие адiabатические π и π остальных компрессоров $\pi_2 = \pi_1 \cdot \pi_1 = 0,89$, $\pi_3 = 0,85$ (и, приняв некое минимальное $\pi_4 = 0,85$, считая из расчета, при $\pi_5 = 0,9$, Очевидно политротный коэффициент π и π всех турбин величины $\pi_1 = 0,89$, и, учитывая следующие адiabатические π и π всех турбин $\pi_2 = 0,85$, $\pi_3 = 0,901$ и $\pi_4 = 0,92$. Только старопромышленный газ с характеристиками $L_g = 15,8 \text{ кг/кг}$, $H_g = 48700 \text{ кДж/кг}$ при 293° К.

По гидравлическим потерям на досим на рис 1 - коэффициент полезного действия камер сгорания оценим величину $\eta_{\text{сг}} = 0,985$. Определим работу действия всех компрессоров отсчитывая от G кг воздуха поступающего в установку.

$$L_{p1} = 1,004 \cdot 288 \left[\frac{2,45}{0,97} - 1 \right] \cdot 1 = 0,2 \text{ кДж/кг}$$

$$L_{p2} = 1,004 \cdot 302 \left[\frac{4,85}{2,42} - 1 \right] \cdot 1 = 74,9 \text{ кДж/кг}$$

$$L_{p3} = 1,043 \cdot 400 \left[\frac{7,63}{4,81} - 1 \right] \cdot 1 = 71,6 \text{ кДж/кг}$$

$$L_{p4} = 1,004 \cdot 312 \left[\frac{7,63}{4,81} - 1 \right] \cdot 1 = 77,4 \text{ кДж/кг}$$

$$\sum L_{pi} = 150,1 \text{ кДж/кг}$$

При этом не учитываем значение c_{px} в зависимости от температуры, считая ее постоянной величиной $c_{px} = 1,004 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$. Такова суммарная работа первых четырех компрессоров рассчитанных на вдувание воздуха с числом оборотов 3000 об/мин. На этом же вдувании расположено второе сепаратор.

При расчете пятого компрессора высокого давления (ВВД) учтем зависимость c_{px} от температуры. Сначала определим температуру (при $c_{px} = 1,004 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$) определим температуру воздуха адiabатического сжатия

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{125}{18,85} = 325,17 = 560^\circ \text{К}$$

Исходя из теплоемкости при этой температуре $c_p = 1,042 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$ используем формулы (2-23), получим

$$c_p = \frac{560}{18,85} = 29,7$$

$$c_p = 29,7$$

$$L_{p5} = 1,042 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$$

Значения $\bar{c}_{p0}$ и $\bar{c}_{p0}$ различаются настолько insignificantly, что учитывать $\bar{c}_{p0}$ не имеет смысла. Но равным между $\bar{c}_{p0} = 1,024 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град}$ и $\bar{c}_{p0} = 1,004 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град}$ уже ощутима.

При этом

$$(L_{\text{вх}})_{\bar{c}_{p0}} = 1,024 \cdot 3,25 \left[\left(\frac{125,5}{14,85} \right)^{0,28} - 1 \right] \frac{1}{0,80} = 271,5 \text{ кдж/кг}$$

$$T_2 = 325,7 - 553 \text{ }^\circ\text{K}, (L_{\text{вх}})_{\bar{c}_{p0}} = 274,0 \text{ кдж/кг}$$

Действительная температура конца сжатия воздуха в пятом компрессоре составит

$$T_2 = 325 + \frac{553,5}{86} = 589^\circ\text{K}$$

Общая работа сжатия всех компрессоров равна

$$328,0 + 271,5 = 600,4 \text{ кдж/кг}$$

Перейдем теперь к определению расхода топлива и работы всех турбин. В приложениях даны таблицы диаграмм истинных теплотемператур и показателей адиабаты для статоровского газа в зависимости от температуры рабочего тела и коэффициента избытка воздуха. Имея температуры T_3 и T_4 по формуле (2) находим коэффициент избытка воздуха α_2 в основной камере сгорания

$$\alpha_2 = \frac{1,040 \cdot 1,985 - (1023 - 230) \cdot 17,84 \cdot 10^{-3}}{16,1(1023 - 589,0) \bar{c}_{p0}} = 5,65$$

По диаграмме находим $\bar{c}_{p0}$ (теплотемпература $\bar{c}$ и $\bar{c}$ для средней температуры $1023 + 230$ — 558°K , $\bar{c}_{p0} = 0,280 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град} = 1,269 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град}$ и для

той же температуры $\bar{c}_{p0} = 0,254 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град} = 0,62 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град}$, для

средней температуры $T_{\text{ср}} = \frac{1023 + 589,0}{2} = 806^\circ\text{K}$, $\bar{c}_{p0} = 0,263 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град} =$

$= 10, \text{ кдж/кг} \cdot \text{град}$ По этим величинам и подставляем $\alpha_2 = 5,65$

Расход топлива на 1 кг воздуха подсчитываем по формуле (2-8)

$$B_2 = \frac{1}{\alpha_2 \bar{c}_{p0}} = \frac{1}{5,65 \cdot 16,1} = 0,01053 \text{ кг/кг}$$

Величину работы первой турбины найдем методом последовательных приближений зная $p_1 = 125,5 \text{ бар}$ и $p_4 = 71,7 \text{ кПа}$ — $= 70,4 \text{ бар}$ без задания ориентировочно величинной поправки адиабаты $k = 1,33$ при $\alpha_2 = 5,65$ в интервале температур $1023 - 909^\circ\text{K}$, находим

$$T_4 = T_3 \left(\frac{70,4}{125,5} \right)^{\frac{0,33}{1,33}} = \frac{1023}{1,15} = 890^\circ\text{K}$$

В данном случае уже первое приближение достаточно удовлетворительно и

$p_1 = 1,15$. По температуре $T_{\text{ср}} = \frac{1023 + 890}{2} = 956^\circ\text{K}$ находим для $\alpha_2 =$

$= 5,65$

$\bar{c}_{p0} = 0,28 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град} = 1,172 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град}$

и работу первой турбины

$$h_{T_1} = 0,895 \cdot 1,172 (1 + 0,0,053) (1023 - 890) = 141,2 \text{ К}$$

При этом мы не используем $\bar{c}_{p0}$, так как поправка insignificantly

Определяем действительную температуру газов в камере расширения

$$T_{41} = T_4 \left[1 - \eta_{T1} \frac{p_4 - 1}{p_1} \right] = 1023 \left(1 - 0,895 \frac{0,15}{1,15} \right) = 903,3^\circ\text{K}$$

По формуле (2-12) подсчитываем расход топлива B_1 в первой промежуточной камере сгорания с учетом отсчета, что значительна в формуле (2-21) равен числителю в формуле (2-7) для α_2

$$B_1 = \frac{(1023 - 903,3) [1,7 \cdot 8 \bar{c}_{p0} + (\alpha_2 - 1) 16,8 \bar{c}_{p0}]}{16815} = 0,284 \text{ кг/кг}$$

Значения $\bar{c}_{p0}$ и $\bar{c}_{p0}$ определяем по диаграмме для $T_{\text{ср}} = \frac{1063 + 903,3}{2} = 983^\circ\text{K}$

по формуле (2-13) находим коэффициент избытка воздуха после второй камеры сгорания

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} = 4,35$$

Так как интервал температур во второй турбине мало отличается от интервала температур в первой (1023°K и 890°K), то принимаем показатель адиабаты $k = 1,326$ при $\alpha_1 = 4,35$ и $T_{\text{ср}} = 956^\circ\text{K}$. По этим значениям определяем T_{42}

$$T_{42} = T_{41} \left(\frac{p_{42}}{p_4} \right)^{\frac{1}{k}} = 1023 \left(\frac{1}{1,15} \right)^{\frac{1}{1,326}} = 893^\circ\text{K}$$

По $T_{\text{ср}} = \frac{1023 + 893}{2} = 958^\circ\text{K}$ находим $\bar{c}_{p0} = 0,283 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град} = 1,185 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град}$, и по формуле (2-25) подсчитываем работу второй турбины

$$h_{T_2} = 0 \left(1 + \frac{1,294}{95} \right) 1,185 \cdot 1023 \frac{0,17}{1,147} = 0,856 = 141,2 \text{ К}$$

Значение температуры $T_{42} = 908^\circ\text{K}$ получаем так же, как и значение T_{41} при $p_4 = 1,147$

Далее находим B_2 , причем в формуле (2-5) изменяется только второе слагаемое в квадратных скобках числителя — $(\alpha_2 - 1) L_{\text{ср}} \bar{c}_{p0}$, а теплотемпературы $\bar{c}_{p0}$ и $\bar{c}_{p0}$ практически остаются без изменения, а с ними и интервал температур

$$B_2 = \frac{1,5 [5,65 + 3,35 \frac{16,8}{0,27} + \frac{1,294}{16815}]}{16815} = 0,286 \text{ кг/кг}$$

Определяем α_2

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{B_1 - B_2} = \frac{4,35}{1,15 - 0,286} = 7,5$$

§ 1. ЛОПАТОЧНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ

При расчете турбины, особенно при больших теплоперепадах на ступень, необходимо рассматривать отдельно каждый ряд лопаток, как направляющих, так и рабочих.

На рис. 26 представлен такой ряд лопаток. Для расчета немаловажно, какие лопатки рассматриваются, рабочие или направляющие. Относительная скорость входа потока в ступень составляет c_0 (для ряда направляющих лопаток это будет одновременно и абсолютная скорость), относительная скорость выхода — c_1 , углы наклона векторов скоростей α_0 и α_1 (угол α_1 всегда меньше 90°) этим определяется направление отсчета угла α_0 .

Площадь лопаточного кольца на входе

$$l_0 = \pi D_0 l_0' / \pi D_{11}$$

Процесс расширения газа в межлопаточных каналах представлен на рис. 27 в $T-S$ диаграмме, где p_0, T_0, v_0 — соответственно давление, абсолютная температура и удельный объем на входе, p_1, T_1, v_1 — то же, на выходе. Значения со звездочкой соответствуют параметрам при адиабатическом торможении, например

$$T_0^* = T_0 + \frac{c_0^2}{2g}$$

где c_0 — средняя теплоемкость в интервале температур $T_0 \rightarrow T_0^*$.

Конструктивным углом выхода α_{1K} (рис. 28) будем называть угол между направлением отсчета и касательной к средней линии профиля в точке схода. Средняя линия профиля — геометрическое место центров окружностей, вписанных в профиль.

Очень часто можно принимать

$$\alpha_1 = \alpha_{1K}$$

особенно для густых решеток, где $l_0 < 0.5$ (см. рис. 26), но при теплоперепадах, больших, чем критические,

$$\alpha_1 > \alpha_{1K}$$

Такое же соотношение ($\alpha_1 > \alpha_{1K}$) получается и для редких решеток, где $l_0 > 0.6 > 0.7$.

При докритических теплоперепадах достаточно точный результат дает формула

$$\eta_{\text{лп}} = \frac{d}{l}$$

где d — минимальный диаметр окружности, которая вписывается в межлопаточный канал (см. рис. 26).

Вопрос же определения угла потока α_1 есть задача гидродинамическая, и подробно она рассмотрена в литературе [Л 6].

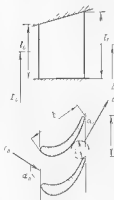


Рис. 26. Геометрические параметры турбинной решетки



Рис. 27. Процесс расширения в турбинной решетке в $T-S$ диаграмме

Отклонение линий расширения от адиабаты будем, как принято в теории турбин, характеризовать коэффициентом скорости φ

$$\varphi = \frac{c_1}{c_1'}$$

где c_1' — теоретическая скорость истечения из лопаточного канала, т.е. такая скорость, которая получилась бы при адиабатическом течении процесса в канале.

Значения скоростей c_1 и c_1' подсчитываются по формулам

$$\frac{c_1'^2 - c_0^2}{2} = c_p (T_0 - T_1), \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 T}{dx^2} = -\epsilon_p (T_0 - T) \quad (3.2)$$

где ϵ_p — некоторая средняя теплоемкость в интервале температур $T_0 - T_1$.

Уточнение значений теплоемкости ϵ_p , входящей в формулы (3-1) и (3-2), связано с определением φ . Примем значения ϵ_p одинаковыми в обеих формулах, так как неточность в практическом определении φ значительно больше, чем различие значений ϵ_p в этих условиях.

Напишем уравнение расхода рабочего тела для входа и выхода из канала

$$G = c_0 \frac{\sin \alpha_0}{r_0} = c_1 \frac{\sin \alpha_1}{r_1} \quad (3.3)$$

Из формул (3-1) и (3-3) получим

$$\left[\frac{v_1 \sin \alpha_0}{v_0 \sin \alpha_1} \right]^2 = 1 + \frac{2RT_0}{K} \left(1 - \frac{T_1}{T_0} \right) \quad (3.4)$$

Рис. 28. Определение конструктивного угла выхода из канала

где R — газовая постоянная

Введем обозначения

$$\frac{v_1}{v_0} = y, \quad \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \xi, \quad \frac{T_0 - T_1}{T_0} = \tau, \quad (3.4')$$

Тогда уравнение (3.4) примет вид

$$y^2 \left(\frac{\xi^2}{1 - \tau} \right) = 1 + \frac{2RT_0}{K} \tau \quad (3.4'')$$

где $M_0 = \frac{v_0}{a_0}$,

a_0 — скорость звука при температуре T_0

$$a_0 = \sqrt{\gamma R T_0}$$

Из уравнения адиабаты найдем

$$\frac{p_1}{p_0} = (1 - \tau)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad (3.5)$$

Преобразуем формулу (3-3)

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 T}{dx^2} = M_0^2 \frac{v_0^2}{r_0^2} \left(1 - \frac{T_1}{T_0} \right) \tau \quad (3.6)$$

Решим совместно уравнения (3-4) и (3-6) и выразим значение ξ через τ

$$\xi = \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_0^2 \tau} \quad (3.7)$$

$$1 - \frac{k}{2} M_0^2 (1 - \tau^2) - \tau^2 \xi^2 = 0 \quad (3.8)$$

Для фиксированных значений φ и M_0 получим кривую $\xi = \xi(\tau)$, форма которой будет изменяться в зависимости от величины k

На рис. 29 даны кривые $\tau = \tau(\xi)$ для трех значений φ при $M_0 = 0.4$ и $k = \frac{4}{3}$.

Все кривые имеют экстремум ξ при некотором значении τ . Найдем это значение τ . Так как из посредственное дифференцирование функции (3-7) приводит к громоздким выражениям, то вместо τ за независимую переменную выберем другое выражение из уравнения расхода следует

$$\xi_p = \frac{v_0 \sin \alpha_0}{r_0} = c_0 \quad (3.9)$$

Значит,

$$\frac{k-1}{2} M_0^2 \tau^2 + \frac{k-1}{2} \left(\frac{c_1}{a_0} \right)^2 = m_1$$

Примем величину m_1 за независимую переменную, связь m_1 с τ выражается формулой (3-4)

$$\frac{m_1}{a_0} = m_1 \tau \quad (3.10)$$

где

$$m_1 = \frac{k-1}{2} M_0^2$$

Далее,

$$1 - \tau = m_1 \frac{a_1}{a_0^2} \left(\tau^2 + m_1 \right) = m_1 \frac{1}{\tau^2} \left(1 + m_1 \right), \quad (3.11)$$

где $n = \tau^2 (1 + m_1)$

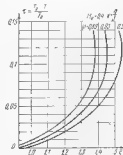


Рис. 29. Относительное падение температуры (τ) в зависимости от изменения площади канала (ξ)

числитель формулы (3-8) преобразуем следующим образом

$$1 + m_1(1 - \varphi^2) - \varphi^2 k = 1 + m_1(1 - \varphi^2) + m_1 \varphi^2 - m_1 = \\ = 1 - m_1 + m_1 = \frac{m_1}{\varphi^2} - m_1$$

Выразим ξ из формул (3-7) и (3-8) через новую переменную m_1 :

$$\xi = \frac{\varphi \sqrt{1 + \frac{\tau}{m_1}(1 - \varphi^2)^{\frac{k-1}{k}}}}{1 + m_1(1 - \varphi^2) - \varphi^2 k} = \\ = \frac{1}{1 + m_1 \varphi^2} \frac{\sqrt{m_1 \left(1 - \frac{m_1}{\varphi^2}\right)^{\frac{k-1}{k}}}}{\frac{m_1}{\varphi^2} - m_1} \quad (3-12)$$

В правой части равенства переменная величина является только m_1 , остальные величины постоянны

Возьмем теперь производную $\frac{d\xi}{dm_1}$ и приравняем ее нулю. После дифференцирования и очевидных преобразований получим

$$m_1^2(q-2) + m_1 \left(1 - \frac{m_1}{\varphi^2}\right) + \frac{\tau^2}{\varphi^2} = 0,$$

где

$$q = \frac{2k}{k-1}$$

Решение этого уравнения относительно m_1 имеет вид

$$m_1 = \frac{\tau}{2} \left(\frac{c_1}{a_0} \right)^2 = \frac{\tau}{2} \frac{1}{k+1} \left[(q - \varphi^2) + \sqrt{(q - \varphi^2)^2 + 4\varphi^2(q-2)} \right],$$

где величина τ заменена ее выражением через m .

Сократив это равенство на $\frac{k-1}{2}$, найдем

$$a_0^2 = \frac{m_1}{\varphi^2} \cdot \frac{1}{1} \cdot Q, \quad (3-13)$$

где

$$Q = q - \varphi^2 \pm \sqrt{(q - \varphi^2)^2 - 4\varphi^2(q-2)}. \quad (3-14)$$

Из формул (3-10) и (3-14) определяем значение $\tau_{\text{крит}}$, при котором величина ξ имеет экстремум

$$\tau_{\text{крит}} = \frac{k-1}{2\varphi^2} \cdot \frac{Q}{k+1} \cdot \frac{1}{2\varphi^2} \cdot m_1 \quad (3-15)$$

Так как $\tau_{\text{крит}} < \tau$

$$\frac{1}{a_0} < \frac{1}{2\varphi^2} < 1,$$

то $\tau_{\text{крит}}$ уменьшается с увеличением m :

$$m = \frac{k-1}{2} M_0^2$$

Следовательно, при $\varphi=1$ и $k=1,4$

$$Q=2$$

и

$$\left(\frac{c}{a_0} \right)^2 = \frac{2}{k+1} (m+1) \quad (3-15)$$

Здесь вместо c_1 поставлена величина теоретической скорости течения c_1 , так как при $\varphi=1$ имеет место теоретический, точнее, идеальный поток

Определим $(c_1')^2$ из формулы (3-15), подставив вместо m и a_0^2 их значения

$$(c_1')^2 = \frac{2}{k+1} \left[a_0^2 + \frac{k-1}{2} c_0^2 \right] = \frac{2}{k+1} \left[kRT_0 + \frac{k-1}{2} c_0^2 \right] = \\ = \frac{2k}{k+1} R \left[T_0 + \frac{k-1}{2kR} c_0^2 \right] = \frac{2k}{k+1} R \left[T_0 + \frac{c_0^2}{2c_p} \right] = \\ = \frac{2k}{k+1} R T_0 \cdot a_{\text{кр}}^2$$

Таким образом, при идеальном течении экстремальное значение ξ имеет место при критической скорости течения, соответствующей температуре торможения T_0^* , или, что то же самое, местной скорости звука

При $\varphi < 1$ и $k=1,4$ получаются следующие значения Q для дорля со впадом «выпуск» перед радиалом в решении квадратного уравнения (подсчитано на счетной линейке)

φ^2	1	0,90	0,8	0,700
Q	2	1,75	1,5	1,275

Очевидно, что критическая скорость не зависит от φ , так как она является одним из физических параметров газа; поэтому при $\varphi < 1$ скорость c_1 будет всегда меньше $a_{\text{кр}}$, что следует из формулы (3-13). Но так как критическая скорость течения всегда равна местной скорости звука (по определению), то, следовательно, в экстремальной точке кривой $\xi = \xi(\tau)$ скорость c будет всегда меньше местной звуковой скорости; соответственно m и τ будут меньше, по сравнению со случаем $\varphi=1$.

Как указано выше, величина ξ представляет собой отношение площади канала на входе (где скорость c_0) к площади на выходе (где скорость c_1)

$$\xi = \frac{f_0}{f_1} = \frac{\rho_0}{\rho_1} \frac{c_1}{c_0}$$

Если возьмем какую-либо кривую $\xi = \xi(\tau)$ для определенного $M_0 = \text{const}$, соответствующего скорости c_0 (что соответствует постоянству расхода газа через канал), то увеличение ξ будет соответствовать уменьшению площади выхода при постоянном расходе

газа, что повлечет за собой увеличение $\tau = \frac{T_0 - T_1}{T_0}$, т. е. увеличение теплоперепада, срабатываемого в канале, которое возможно лишь до определенного предела. Дальнейшее увеличение τ не позволит сохранить расход газа соответствующим числу M_0 , и он начнет уменьшаться.

Как известно, для увеличения τ за акстремальной точкой необходимо снова уменьшать ξ , т. е. увеличивать выходную площадь, и канал в этом случае, как видно из рис. 29, получается с перехватом.

Уравнение расхода для одномерного течения в дифференциальной форме запишется следующим образом

$$df + \frac{dc}{c} = \frac{dv}{v} \quad (3-16)$$

Минимальное сечение канала характеризуется равенством

$$df = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dc}{c} = \frac{dv}{v} \quad (3-17)$$

которое действительно для любого процесса, идеального и реального, если рассматривать течение одномерное.

Из уравнения (3-17) и уравнения Эйлера для идеальной жидкости получим

$$c \frac{dc}{c^2} = \frac{dv}{v}, \quad c \, dc = -\frac{dp}{\rho} = -v \, dp$$

Из этих двух равенств следует

$$-v^2 \, dp = c^2 \, dv,$$

откуда

$$c^2 = -v^2 \frac{dp}{dv} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (3-18)$$

т. е. скорость течения в минимальном сечении канала равна местной скорости звука (о в формуле (3-18) ρ — плотность $\rho = \frac{1}{v}$)

Для реального течения формула Эйлера уже не годится. Пренебрежем выражение (3-17), имея в виду, что

$$c = \sqrt{2h} = 1,415 \sqrt{T_0}$$

где h — теплоперепад, отсчитываемый от температур T_0^* на T_1 — S-диаграмме (рис. 30, точка B).

Тогда

$$dc = 1,415 \frac{dT_0}{2\sqrt{T_0}}$$

и формула (3-17) примет вид

$$\frac{dh}{2h} = \frac{dv}{v} \quad (3-19)$$

Эта формула действительна для идеального и реального течения в области минимального сечения канала. Если в T-S-диаграмме (см. рис. 30) проведем две изохоры v и $v + dv$ и изотерму T_0^* , то линии $v = \text{const}$ и $T_0^* = \text{const}$ будут

прямой

$$\frac{dh}{2h} = \frac{dv}{v}$$

Для точек B и B₁, лежащих на линии $\varphi = \text{const}$ (реальный процесс), отношение $\frac{dv}{v}$ сохраняет прежнее значение, а величина $\frac{dh}{2h}$ будет меняться. В частности, для точек E и E₁, лежащих на линии $\varphi = \text{const}$, которая эквидистантна линии BB₂, $dh < dh_{sp}$.

Для $\varphi < 1$ всегда

$$dh < dh_{sp}$$

Следовательно, никакой реальный процесс ($\varphi < 1$) не может удовлетворять равенству (3-19) в области точек EE₁.

Равенство (3-19) может быть удовлетворено лишь в области точек BB₂, т. е.

$$T_1 \rightarrow T_0^*$$

Отсюда следует, что скорость потока при реальном процессе ($\varphi < 1$) не может быть получена равной местной скорости звука в минимальном сечении.

Формула (3-8) дает уравнение кривой $\varphi = \text{const}$ в координатах v и τ , параметрами которой являются значения c_0 , T_0^* и M_0 . Преобразуем формулу (3-8) при $c_0 = 0$, $T_0^* = T_0$, $\rho_0 = \rho_0^*$ и $t_0 = 0$

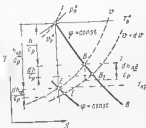


Рис. 30. T-S-диаграмма процесса расширения в сопле

$$\frac{v}{v_0} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{v^2}{c^2}} \quad (3-20)$$

$$\text{где } \frac{v}{v_0} = \frac{T_0}{T_1} \frac{P_1}{P_0} = 1 + \frac{P_1}{P_0} \frac{A}{A_0}$$

P_1, v_1 — текущие координаты

$$\frac{v}{v_0} = \frac{P_0}{P_1} \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (3-20')$$

или при использовании известных соотношений $P_1 v_1 = RT_1$ и $P_0 v_0 = RT_0$

$$T_1 = T_0 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (3-20'')$$

Из последнего уравнения следует, что кривые $\varphi = \text{const}$ эквивалентны в плоскости втройной диаграммы, т. е. в координатах $T - S$.

Все три формулы (3-20'), (3-20) и (3-20'') описывают кривую $\varphi = \text{const}$ в различных координатах. Эта кривая проходит через точку P_0, v_0, T_0 (при этом, разумеется, независимыми являются лишь две величины). Задавая разные значения этим параметрам, получим семейство кривых $\varphi = \text{const}$.

Интересно рассмотреть эту кривую в $T-S$ диаграмме. Пусть газ, характеризующийся параметрами P_0, T_0 (точка O на рис. 31), течет со скоростью c_0 , адиабатически заторможенный, он будет характеризоваться параметрами P_0^*, T_0^* (точка O^*).

Линия $\varphi = \text{const}$ (O^*B на рис. 31) есть геометрическое место точек, для которых соблюдается условие

$$\frac{P}{P_0^*} = \frac{v}{v_0^*}$$

Как видим, эта линия не проходит через точку O , следовательно, нельзя изображать процесс $\varphi = \text{const}$ идущим через начальную точку процесса O . Если газ имеет состояние, соответствующее точке O_1 , но его состояние торможения останется тем же (O^*), то и кривая $\varphi = \text{const}$ сохранит свое положение.

Линия O^*B есть линия конечных параметров возможных процессов расширения, идущих из точки O (например, OB_2 или, как предельный, процесс OB_2 изобарический, обычный для активных решеток). Процессы сжатия с помощью кривой $\varphi = \text{const}$ не рассматриваются.

Возвращаясь к уравнениям (3-7) и (3-8), следует сказать, что уравнение (3-7) описывает известную кривую Фанно, а урав-

нение (3-8), как уже сказано, — кривую $\varphi = \text{const}$, проходящую через точку с координатами T_0^*, P_0^* .

Обе кривые изображены на рис. 32. В точке B кривой Фанно имеем звуковую скорость и критическую температуру T_{cr} . В точке E , где обе кривые касаются, имеем

$$\frac{dv}{v} = \frac{dc}{c}$$

Напомним, что кривая Фанно есть геометрическое место точек, характеризующих состояние газа при его течи в цилиндрической трубе (реальное течение) при определенном отношении G/F , где G — расход газа, F — площадь сечения трубы.

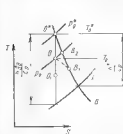


Рис. 31 Линия $\varphi = \text{const}$ в $T-S$ диаграмме



Рис. 32 Кривые Фанно и $\varphi = \text{const}$ в $T-S$ диаграмме

Напишем уравнение расхода (3-3) в газодинамических функциях

$$\frac{G}{v_0} = \frac{c_1}{v_1} \frac{\lambda_0}{v_0} \frac{a_{cr}}{v_0} \frac{\lambda_1}{v_1} \frac{v_1}{v_0} \frac{P_1}{P_0} \quad (3-21)$$

где

a_{cr} — критическая скорость

$$a_{cr} = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_0^*}$$

$$\lambda(\lambda_0) = \frac{P}{P_0^*} \frac{v}{v_0^*} \quad \text{— газодинамическая функция}$$

Значение v_1 возьмем из формулы (3-20), заменив в ней отношение P_1/P_0 его выражением через газодинамическую функцию

$$\lambda\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right) = \frac{P_1}{P_0}$$

$$\tau = \tau_0 \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda} \right) \quad \text{или} \quad \tau = \tau_0 \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)$$

где $\tau(\lambda_0)$ — газодинамическая функция
Отсюда получим

$$\tau = \frac{\lambda_0 \pi}{v_1} = \frac{\lambda_0 \pi}{v_2} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \frac{v_1}{v_2}$$

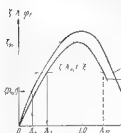


Рис. 33. Диаграмма к определению скорости выхода (v_1) по расчету по ξ и φ

Подставляем это выражение в равенство (3-2), и определяем ξ

$$\xi = \frac{\lambda_0 \pi}{\tau(\lambda_0)} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{v_1}{v_2}$$

Введем функцию $y(\lambda)$

$$y(\lambda) = \frac{\lambda_0 \pi}{\tau(\lambda_0)} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{v_1}{v_2}$$

$$y(\lambda) = \frac{\lambda_0 \pi}{\tau(\lambda_0)} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{v_1}{v_2}$$

$$\xi = \frac{\lambda_0 \pi}{\tau(\lambda_0)} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{v_1}{v_2}$$

$$\xi = \frac{\lambda_0 \pi}{\tau(\lambda_0)} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{v_1}{v_2}$$

Обозначим

$$\lambda_0 \pi (\lambda_0) = \frac{\lambda_0 \pi (\lambda_0)}{\tau(\lambda_0)}$$

$$\xi(\lambda_0, \varphi) = y(\lambda) \pi \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \quad (3-23)$$

Тогда из формулы (3-22) получим

$$\xi = \frac{\xi(\lambda_0, \varphi)}{\xi(\lambda_0, 1)} \quad (3-24)$$

По формуле (3-23) строим семейство кривых (рис. 33) для разных φ и определенного $k = 1,4$

Имея такую диаграмму, легко находим λ_1 по заданным ξ, λ_0, φ по λ_0 для $\varphi = 1$ определяем $\xi(\lambda_0, 1)$, эту величину умножаем на ξ , получаем $\xi(\lambda_0, \varphi)$ и по этой величине на кривой $\varphi = \text{const}$ находим два значения λ_1 (λ_1 и $\lambda_{1,2}$ — соответственно) на восходящей и нис-

ходящей ветвях кривой $\varphi = \text{const}$. Максимальное значение ξ_{max} на кривой $\varphi = \text{const}$ позволяет определить минимальное значение площади канала (его горловину)

$$F_{\text{min}} = \frac{\xi(\lambda_0, 1)}{\xi_{\text{max}}(\lambda_0, \varphi)}$$

Разумеется, для различных k будут различные диаграммы, являющиеся представленной на рис. 33, которая в какой-то степени является известной «Ф» диаграммой Стодола для расчета многоступенчатых турбин. Но представленная диаграмма является более универсальной, так как пригодна для ступеней с любой реактивностью, тогда как «Ф»-диаграммы наиболее подходит к ступеням со степенной реактивностью, примерно равной 0,5

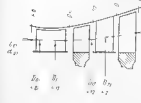


Рис. 34. Схема двухступенчатой турбины к примеру расчета

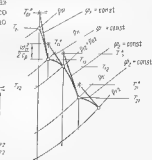


Рис. 35. T-S диаграмма (к схеме двухступенчатой турбины)

Покажем на примере расчета двухступенчатой турбины (рис. 34) порядок расчета с использованием диаграммы (см. рис. 33). Расчет проводим в рамках одномерного потока, все скорости относим к среднему диаметру

Очевидно, такой расчет носит ориентировочный характер и допустим как окончательный лишь для лопаток небольшой длины ($l/D \leq 1/7$)

На рис. 35 для процесса расширения газа в T-S-диаграмме, где звездочками показаны состояния адиабатически заторможенного газа, φ_1, φ_2 — коэффициенты скорости сопловых решеток первой и второй ступени, φ_1, φ_2 — то же для рабочих решеток

На рис. 36 даны треугольники скоростей для первой ступени, для второй ступени следует все вторые пары в индексах заменить цифрой 2, т. е., например, вместо c_{11} будет c_{22} , вместо w_{21} — w_{22} и т. д.

Так же, как в « ρ^2 -методе» Стодола, предполагается, что все геометрические размеры обеих ступеней известны, требуется найти параметры процесса, зная расход газа G , давление и температуру заторможенного потока на входе в турбину p_0^* , T_0^* .

Уравнение расхода в общем случае имеет вид

$$G = F_0 \frac{p_0^*}{v_0^*} \frac{1}{k+1} \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \xi(\lambda_{01}, \varphi_0) = F_0 m \frac{p_0^*}{\sqrt{T_0^*}} \cdot \xi(\lambda_{01}, \varphi_0), \quad (3-25)$$

где φ_0 — коэффициент скорости в патрубке, подводимом газ к сопловому аппарату первой ступени

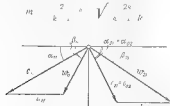


Рис. 36. Треугольнн скорости

Газодинамическая функция $\xi(\lambda_{01}, \varphi_0)$ при $\varphi_0 = 1$ обращается в газодинамическую функцию расхода $q(\lambda_0) = \xi(\lambda_{01}, 1)$.

В нашем случае значения p_0^* и T_0^* заданы, и формула (3-25) принимает вид

$$G = F_{01} m \frac{p_0^*}{\sqrt{T_0^*}} \xi(\lambda_{01}, 1).$$

Из уравнения расхода находим $\xi(\lambda_{01}, 1)$, и по этой величине по кривой (см. рис. 33) определяем $\lambda_{01} = \frac{c_{01}}{u_{01}}$.

Имея λ_{01} , по таблицам для $\tau(\lambda)$ находим

$$T_{01} = T_0^* \cdot \tau(\lambda_{01}),$$

а по таблицам для $\pi(\lambda)$ — p_{01}

$$p_{01} = p_0^* \cdot \pi(\lambda_{01}).$$

Подсчитываем отношение площадей

$$\frac{F_{01}}{F_{02}} = \frac{\pi D_{01}^2}{\pi D_{02}^2} \frac{1}{\sin \alpha_{01}}$$

По диаграмме находим $\xi(\lambda_{01}, 1)$ и умножаем эту величину на ξ_{11}

$$\xi_{11} \cdot \xi(\lambda_{01}, 1) = \xi(\lambda_{11}, \varphi_1).$$

по значению $\xi(\lambda_{11}, \varphi_1)$ на диаграмме (см. рис. 33) определяем:

$$\lambda_{11} = \frac{c_{11}}{u_{11}}, \quad u_{11} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_0^*}$$

Строим треугольник скоростей на входе в ступень и по тригонометрическим соотношениям или по рис. 36 получаем скорость w_1 .

Одновременно по газодинамической функции давления $\pi(\frac{\lambda_{11}}{\varphi_1})$ подсчитываем давление p_{11}

$$p_{11} = p_0^* \cdot \frac{\lambda_{11}}{\varphi_1}$$

Коэффициент скорости φ_1 необходимо оценить.

По газодинамической функции температуры $\tau(\lambda_{11})$ находим T_{11} .

$$T_{11} = T_0^* \tau(\lambda_{11}).$$

Зная w_1 и T_{11} , подсчитываем температуру заторможенного потока в относительном движении

$$T_1^* = T_{11} \frac{w_1^2}{2 \cdot c_p}$$

По значениям T_{11} и T_1^* определяем

$$\tau(\tilde{\lambda}_{11}) = \frac{T_{11}}{T_1^*},$$

где $\tilde{\lambda}_{11}$ — приведенная скорость в относительном движении

$$\tilde{\lambda}_{11} = \frac{w_{11}}{c_{11}} = \frac{w_{11}}{\sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1^*}}$$

По таблицам для $\tau(\lambda)$, имея $\tau(\tilde{\lambda}_{11})$, находим $\tilde{\lambda}_{11}$, а по ней в таблице для $\pi(\lambda)$ определяем p_{11}

$$p_{11} = \frac{p_{01}}{\pi(\tilde{\lambda}_{11})}$$

Далее подсчитываем отклонение площадей ξ_{12}

$$\xi_{12} = \frac{\pi D_{11}^2 \cdot \sin \alpha_{11}}{\pi D_{12}^2 \cdot \sin \alpha_{12}}$$

По диаграмме (см рис 33) определяем $\zeta(\bar{\lambda}_{11}, 1)$ и, умножая эту величину на ξ_{12} , получаем по формуле (3-24)

$$\xi_{12} \zeta(\bar{\lambda}_{11}, 1) = \zeta(\bar{\lambda}_{21}, \psi_1).$$

где $\bar{\lambda}_{21} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{20}}$ определяем по той же диаграмме, имея $\zeta(\lambda_{21}, \psi_1)$ и оценивая ψ_1

Зная $\bar{\lambda}_{21}$, по таблицам для $\tau(\lambda)$ находим T_{12}

$$T_{12} = \tau(\lambda_{21}) T^*.$$

а по таблицам для $\pi(\lambda) = \rho_{12}$

$$\rho_{12} = \pi \left(\frac{\bar{\lambda}_{21}}{\psi_1} \right) T^*.$$

Таким образом, мы определяли значения ρ_{12} , T_{12} , характеризующие термодинамическое состояние газа на выходе из рабочей лопатки

Зная скорость ω_{21} и угол β_{21} , строим треугольник скоростей на выходе из рабочей решетки первой ступени, откуда находим c_2 . Подсчитываем температуру торможения газа, выходящего из рабочих лопаток первой ступени

$$T_{21}^* = T_2 \cdot \frac{c_2^2}{2c_p} = T_{21} \cdot \frac{c_{21}^2}{2c_p}$$

а затем

$$\tau(\lambda_{21}) = \frac{T_{21}^*}{T^*}.$$

По этому отношению находим λ_{21} , а по известному T_{21}^* — критическую скорость для сопловой решетки второй ступени

$$a_{21}^* = 2 \sqrt{\frac{k}{k-1} R T_{21}^*}.$$

Зная λ_{21} по таблицам для $\tau(\lambda)$ находим ρ_{12}^* , ρ_{02}^*

$$\rho_{02}^* = \frac{\rho_{12}}{\pi(\lambda_{02})} = \rho_{12}^*.$$

Состояние (ρ_{12}, T_{12}) или (ρ_{12}^*, T_{12}^*) является исходным для рабочего процесса второй ступени, и расчеты для нее аналогичны приведенным выше. Определим так называемый коэффициент полезного действия первой ступени η_{1st}

$$\eta_{1st} = \frac{T_{01} - T_{12}}{T_{01} - T_{12}^*} \quad (3-26)$$

который учитывает только потери в соплах (ψ) и работах лопаток (χ)

,00

Для подсчетов по формуле (3-26) также используем газодинамические функции

$$\left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{12}^*}{T_{01}} = \tau(\lambda_{12}),$$

где T_{12} — температура конца адиабатического расширения (рис. 35),

λ_{12} — условная приведенная скорость

Зная отношение ρ_{12}/ρ_{01} , определяем

$$\frac{\rho_{12}}{\rho_{01}} = \pi(\lambda_{12})$$

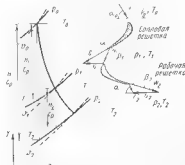


Рис 37 Т- S диаграмма процесса в ступени турбины

По таблицам для $\pi(\lambda)$ найдем λ_{12} , а по таблицам для $\tau(\lambda)$

$$\frac{T_{12}}{T_{01}} = \tau(\lambda_{12})$$

Тогда формула (3-26) запишется так

$$\eta_{1st} = \frac{T_{01} - T_{12}}{T_{01} - T_{12}^*} \quad (3-26)$$

Иногда бывает удобнее определить лопаточный КПД чисто аналитически, не прибегая к диаграммам и таблицам

По эскизу проточной части турбины (например, см. рис 34) можно определить отношение площадей кольцевых решеток

$$F_0 = \pi D_{01} l_{01}, \quad F_1 = \pi D_{11} l_{11}, \quad F_2 = \pi D_{12} l_{12}$$

,01

Тогда

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{P_1}{P_0} \cdot I_2$$

Предполагая, что известны число ступеней в турбине и теплоперепад на ступень, использовать который будем при известной окружной скорости u . Иными словами, известными считаем

- 1) окружную скорость u ,
- 2) адиабатический теплоперепад
- 3) значения p_2 и T_2 (рис. 37),
- 4) углы потока α_1 , β_2 и α_2 ,
- 5) коэффициенты скорости φ и ψ .

На рис. 37 изображен процесс расширения рабочего тела в $T-S$ диаграмме, из которого следует

$$Hm = H_1 + H_2 = m \frac{c_p^2}{2},$$

где m — коэффициент, близкий к единице, учитывает отношение

$$c_p(T_2 - T_1) < 1,$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} c_1^2 & \frac{1}{2} c_1^2 \\ \frac{1}{2} c_1^2 & \frac{1}{2} c_1^2 \end{bmatrix} \frac{1}{2}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} c_2^2 & \frac{1}{2} c_2^2 \\ \frac{1}{2} c_2^2 & \frac{1}{2} c_2^2 \end{bmatrix} \frac{1}{2}$$

Выражение $\eta_{\text{пол}}$ а также $\eta_{\text{пол}}$ имеет вид

$$\eta_{\text{пол}} = \frac{c_1^2 - c_2^2 + \frac{1}{2} \omega^2 - \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2} u^2}{c_1^2} \quad (3-27)$$

В дальнейшем предполагаем $u = u_1 = u_2$. Степенью реактивности ступени назовем отношение

$$\rho = \frac{H_1}{H_2} = \frac{H_1}{m H_2}$$

С большой точностью величину ρ можно определить из уравнения

$$1 - \frac{1}{\rho} = \frac{1 - \frac{c_0}{v_1}}{1 - \frac{c_0}{v_2}} \quad (3-28)$$

Заменяем H_1 и H_2 отрезками до изохор v_1 и v_2 соответственно, см. рис. 37)

Из уравнения расхода для F_2 и F_1 имеем

$$F_1 c_1 \sin \alpha_1 = F_2 c_2 \sin \beta_2$$

и

$$\frac{F_1 c_1}{v_1} = \frac{m_2 c_2 \sin \beta_2}{v_2} = \mu_2$$

Учитывая это выражение, из треугольника скоростей на входе в ступень получаем из равенства (3-27)

$$\left[\frac{\frac{1}{2} c_1^2 \sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \beta_2} - c_0^2 - u^2 + 2 u c_1 \cos \alpha_1 \right] \frac{1}{c_0^2} = \eta_{\text{пол}} \quad (3-28)$$

Определяем скорость c_1 через c_0 и ρ

$$c_1^2 = \varphi^2 [m(1-\rho)c_0^2 + c_0^2] \quad (3-29)$$

Преобразуем это равенство

$$c_1^2 = \varphi^2 c_0^2 [m(1-\rho) + \left(\frac{c_0}{c_1}\right)^2] = \varphi^2 c_0^2 s, \quad (3-30)$$

где $s = [m(1-\rho) + \left(\frac{c_0}{c_1}\right)^2]$

Выразим отношение u/c_0 через полученные соотношения, для этого изведем выражение для ρ через скорости

$$\rho = \frac{\left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2 - \frac{1}{2} \omega^2}{\frac{1}{2} \omega^2} = \frac{1}{\frac{1}{2} \omega^2} \left[\frac{c_1^2 \sin^2 \alpha_1}{\varphi^2 \sin^2 \beta_2} - c_0^2 - u^2 + 2 u c_1 \cos \alpha_1 \right],$$

где c_1^2 подставляем из формулы (3-30)

Получим квадратное уравнение

$$\left(\frac{u}{c_0}\right)^2 - 2 \frac{u}{c_0} \varphi \sqrt{s} \cos \alpha_1 + \varphi^2 s \left(1 - \frac{\frac{1}{2} \omega^2 \sin^2 \alpha_1}{\varphi^2 \sin^2 \beta_2}\right) + \rho m = 0, \quad (3-31)$$

после решения которого определим u/c_0

$$\frac{u}{c_0} = \varphi \sqrt{s} \cos \alpha_1 \pm \sqrt{\varphi^2 s \sin^2 \alpha_1 \left(\frac{\frac{1}{2} \omega^2}{\varphi^2 \sin^2 \beta_2} - 1\right) - \rho m} \quad (3-31)$$

Наконец, найдем $\eta_{\text{пол}}$ по формуле (3-28). Из уравнения расхода

$$c_1 F_1 \sin \alpha_1 = c_2 F_2 \sin \beta_2$$

получим с учетом равенства (3-30)

$$\frac{c_1^2}{c_0^2} = \frac{F_2}{F_1} \frac{c_0^2 \sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = \varphi^2 [m(1-\rho) + \left(\frac{c_0}{c_1}\right)^2]$$

То что при $\alpha = \alpha_{\text{кр}}, \beta = 90^\circ$, означает, согласно равенству (3-31),

$$\frac{v}{c_1} = \cos \alpha_1 \text{ и } \frac{u}{c_0} = \varphi \sqrt{\cos \alpha_1}$$

По формуле (3-32) находим c_0/c_1 , зная $u_0/v_1 = \lambda$, а по формуле (3-33) — $\eta_{\text{доп}}$.

Как показано ниже, влияние коэффициента φ на величину $\eta_{\text{доп}}$ значительное и расчет при $\varphi = \cos \alpha_1$ дает неправильное представление. Поэтому зададимся величиной угла β_1 , затем, зная β_2 , определим по графику (см. рис. 38) значение φ и при нем подсчитаем

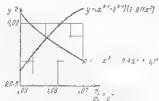


Рис. 39. Схема графического решения уравнения (3-35)

$\eta_{\text{доп}}$. Отметим, что выражение для $\eta_{\text{доп}}$ и для всех других параметров можно привести к виду явной зависимости от $x = \frac{v_0}{v_1}$, как в формуле (3-36). Пределаем все эти преобразования.

Из треугольников скоростей на входе в ступень (см. рис. 3С) имеем:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{x \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1}}$$

Согласно равенству (3-30)

$$c_1 = \varphi c_0 \sqrt{\lambda},$$

тогда

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{x \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1 - \frac{u/c_0}{\varphi \sqrt{\lambda}}} = \frac{\varphi \sqrt{\lambda} \sin \alpha_1}{\varphi \sqrt{\lambda} \cos \alpha_1 - \frac{u}{c_0}}$$

Значение $\frac{u}{c_0}$ подставляем из выражения (3-31)

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\varphi \sqrt{\lambda} \sin \alpha_1}{\varphi \sqrt{\cos^2 \alpha_1 - \lambda^2 \left(\frac{k_2^2}{\varphi^2 \sin^2 \beta_2} - 1 \right)}} \quad (3-37)$$

Предварительно выражаем k_2 и λ через x . Из формул (3-28), (3-30) и (3-32) следует

$$\lambda = \frac{u}{v_1} = \frac{u}{v_0} \cdot \frac{v_0}{v_1} = \frac{u}{v_0} \cdot \frac{c_0}{c_1} \cdot \frac{c_1}{v_1} \quad (3-38)$$

Для k_2 с учетом равенства (3-36) получаем

$$k_2 = f_2 \frac{v_2}{v_1} = f_2 \frac{v_2}{v_0} \cdot \frac{v_0}{v_1} = \frac{f_2 x}{b} \quad (3-39)$$

Найденные значения λ и k_2 подставляем в выражение (3-37)

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\varphi \sqrt{\lambda} \sin \alpha_1}{\varphi \sqrt{\cos^2 \alpha_1 - \lambda^2 \left(\frac{k_2^2}{\varphi^2 \sin^2 \beta_2} - 1 \right)}} = \frac{\varphi \sqrt{\lambda} \sin \alpha_1}{\varphi \sqrt{\cos^2 \alpha_1 - \lambda^2 \left(\frac{f_2^2 x^2}{b^2 \sin^2 \beta_2} - 1 \right)}} \quad (3-40)$$

Преобразуем это выражение: возведем его в квадрат и члены, не содержащие x , перенесем вправо:

$$\left(\frac{\varphi \sqrt{\lambda} \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1}} \right)^2 x^2 = \frac{\lambda^2}{\cos^2 \alpha_1} \left[1 - \frac{\varphi^2 \sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \beta_2} \left(\frac{f_2^2 x^2}{b^2} - 1 \right) \right] \quad (3-41)$$

Получаем зависимость x и β_2 от α_1 , все другие величины, входящие в формулу (3-41), известны. Обращаем внимание на то, что φ входит лишь в левую часть формулы (3-41). Введем обозначения, разделив предварительно уравнение (3-41) на φ^2

$$A = \left(\frac{f_2 \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1}} \right)^2; \quad B = \left(\frac{f_2 \sin \alpha_1}{\sin \beta_2} \right)^2 \quad (3-42)$$

Тогда выражение (3-41) примет вид

$$A x^2 = \left(\frac{1}{1 - \frac{u^2}{c_1^2}} - 1 \right) \left(\frac{1}{\varphi^2} - B x^2 \right) = \frac{u^2 \sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \beta_2} \quad (3-41')$$

коэффициенты A и B здесь известны. Задавшись углом β_1 , по сумме $\beta_1 + \beta_2$ определяем коэффициент φ (см. рис. 38) и по формулам (3-41), (3-41') найдем величину x . Эту операцию следует проводить графически или подбором, для этого обозначим

$$A_1^* = \gamma_1 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = 1 \quad \text{и} \quad B_1^* = 1 \quad (3.43)$$

Тогда формула (3.41) примет вид

$$\eta = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (3.44)$$

От величины η зависит только значение μ , а от ψ — только λ . Это обстоятельство упрощает варьирование коэффициентами η и ψ .

Выразим теперь $\eta_{\text{доп}}$ в зависимости от λ .

Из формул (3—30) и (3—33) получим, исключая $\frac{u}{c_0}$

$$\eta_{\text{доп}} = \frac{K_2^2 \varphi^2 \sin^2 \alpha}{2 \sin^2 \beta_2} = \left(\frac{c_2}{c_0} \right)^2 + \varphi^2 \left(1 - \frac{K_2^2 \sin^2 \alpha}{\varphi^2 \sin^2 \beta_2} \right) \quad \text{и} \quad \mu$$

Сделаем некоторые преобразования

$$\eta_{\text{доп}} = \frac{K_2^2 \varphi^2 \sin^2 \alpha}{2 \sin^2 \beta_2} \left(1 - \frac{1}{\varphi^2} + \frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{\varphi^2} + \mu \right)$$

Значение $\left(\frac{c_2}{c_0} \right)^2$ подставляем из расчета (3.30), в формулу (3.44)

$$\left(\frac{c_2}{c_0} \right)^2 = 1 - \mu + \mu^2$$

тогда

$$\eta_{\text{доп}} = \frac{K_2^2 \varphi^2 \sin^2 \alpha}{2 \sin^2 \beta_2} \left(1 - \frac{1}{\varphi^2} \right) + \mu^2 \quad \text{и} \quad \mu$$

Из формул (3.38) и (3.39) подставляем значения μ и K_2

$$\eta_{\text{доп}} = \mu \left[1 - \frac{1}{\varphi^2} + \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) \frac{I_2 \varphi \sin \alpha_1}{\sin \beta_2} \right] \quad (3.44)$$

Если в формуле (3.44) заменить $\sin \beta_2$ его выражением из формулы (3.41), то

$$\eta_{\text{доп}} = \mu \left[1 - \mu + \mu^2 - (1 - \mu) \frac{\varphi^2 \sin^2 \alpha_1}{1 - \frac{\varphi^2 \sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \beta_2}} \right] \quad (3.45)$$

где, согласно формуле (3.28),

$$1 - \mu = \frac{1}{\varphi^2}$$

Посмотрим теперь, как влияет изменение коэффициента ψ на величину $\eta_{\text{доп}}$. Определим ψ в зависимости только от суммы углов $\beta_1 + \beta_2$ (см. рис. 3.6).

Форма кривой $\psi = f(\beta_1 + \beta_2)$ будет меняться в зависимости от густоты решетки и ее угла наклона, а также от приведенной скорости $\lambda_{\text{пр}}$ и числа Рейнольдса.

Построим график $\eta_{\text{доп}} = f\left(\frac{\lambda}{c_1}\right)$ для $\lambda = 0.5$ и $\lambda = 1.2$ при $\beta_1 = 90^\circ$ и $\psi = 0.963$, а теперь мы будем изменять значения $\frac{\lambda}{c_2}$ от 0.4 до 1.2.

Разберем случай $\lambda = 0.4$.

Находим угол β_2

$$\lg \beta_2 = \frac{\lg \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \frac{\lg 0.4}{0.4} = -0.634$$

Откуда $\beta_2 = 32.20^\circ$

По сумме $\beta_1 + \beta_2 = 52.20^\circ$ определяем $\psi = 0.916$. Подсчитываем величину A и B по формуле (3.42)

$$A = \left(\frac{0.875 \cdot 0.342}{0.916 \cdot 0.865 \cdot 0.342} \right)^2 = 1.2.8,$$

$$B = \left(\frac{0.104}{\sin \alpha_1} \right)^2 = \left(\frac{0.342}{1.0} \right)^2 = 0.117$$

Формула (3.41) при суммировании дает

$$21 \sin^2 \left(\frac{1}{x^2} \right) = 0.117 \cdot x^2 = 1 - \frac{1}{x^2} \cdot \beta_2$$

При $\beta = 36^\circ$, $\varphi = 0.7$ и $\lambda = 0.4$ мы имеем от уравнения

$$0.216 x^2 - \frac{0.045}{x^2} = 1.063 \quad \dots x^4 = 4$$

Следует заметить, что для всех вычислений точности логарифмической линейки хватало 6 разрядов. При этом, когда отсчет по логарифмической линейке, в результате чего резко повышается точность вычислений. Он равносильствует тому, что логарифм в десятичном масштабе (7 в цифру 0.1 считаем за 0.01, цифру 0.2 — за 0.02). Сделав на бумаге рисунок так, чтобы φ и $\sin \alpha_1$ совпадали с углами боковой сантиметровой шкалы, тогда отметка спав в единицу, и совмещая отметку с цифрами логарифмической шкалы, опустив риску делаем циркулем черточку на сантиметровой шкале. Примем диффуз, увеличивающие сантиметры, почти совпадают с цифрами чисел, логарифмы которых определяются цифрой 10 из

1.46			0.5		
x	y	$1-x^{2.355}$	x	$y-x$	
0.80	1.041	0.0534	0.892	0.182	
0.85	1.015	0.0291	0.531	0.484	
0.865	1.004	0.0254	0.751	0.278	
1.000	0.5	0.0273	0.640	0.365	

считываемой шкалы (рис. 40, вставка 1), цифра 1 даст 1, цифра 5 — 0,5 и т. д., т. е. висит до десятичной запятой на шкале не требуется. Разбив материал 0.01 на пять частей, получим десятичную шкалу для нахождения логарифмов по числам, или наоборот.

На такой счетной линейке и проведены приведенные расчеты. Возвращаемся к нашему расчету.

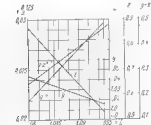


Рис. 40 Схема графического решения уравнения (3-41)

чем $x = \frac{1}{\sqrt{0.912}}$ и подсчитываем $\eta_{\text{доп}}$ по формуле (3-44)

$$\eta_{\text{доп}} = \eta \left(1 + \frac{x^2}{0.045} + \frac{1}{1 - 0.11x^2} \right) 0.96x^2$$

в котором η и x изменяются в функции от α_1

На рис. 41 приведен сводный график всех зависимостей, необходимых для определения $\eta_{\text{доп}}$. Особенно бросается в глаза различ-

ное течение кривых $\eta_{\text{доп}} = F(\alpha_1)$ для $\psi = \text{var}$ и для $\psi = 0.944 =$

const. Это обстоятельство до сих пор игнорируется, хотя на это было указано давно, Л. 7. Особенно важен точный учет ψ для газовых турбин, так как различие в величине $\eta_{\text{доп}}$, равное 2-3%, уже существенно для оценки экономичности ГТУ.

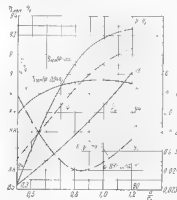


Рис. 41 Изменение $\eta_{\text{доп}}$ в функции от α_1 для $\psi = \text{const}$ и $\psi = \text{var}$

Далее следует обратить внимание на то, что кривые $1-x^{b-1} = F(\alpha_1)$ и $\eta = F(\alpha_1)$ отличаются лишь масштабом, так как сомножителем

$$1 - \eta \eta_0 \frac{1 - \alpha_1}{1 - \alpha_0} + x^2$$

в том случае слабо зависит от x , поэтому эти кривые практически совпадают.

Кривая $\frac{\eta}{\eta_0} = F\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)$ дает возможность определить физическую скорость α , если известен теплоперепад. В нашем примере при $\eta_0 = \eta = 0.865$ и $k = 1.325$, $\frac{P_0}{P_0} = 1.21$, $H = 54.4$ кДж/кг, $T_0 = 0.023^\circ \text{K}$.

Построить кривую $\eta_{\text{пол}} = F \frac{1}{c_1}$ для случая $\psi = \text{const} = 0,944$, естественно, проще, чем для случая $\psi = \text{var}$. При $\psi = \text{const}$ в формуле (34.) коэффициенты A и B будут постоянными, и кривая $y = z = F \left\{ \frac{1}{x} \right\}$ будет одна для всех β .

Из анализа графиков (см рис 41) вытекает и то обстоятельство, что оптимальная величина c_1 в случае $\psi = \text{var}$ сдвигается сильно в сторону ее увеличения, по сравнению с расчетом для $\psi = \text{const}$. Не приходится встречать рекомендаций использовать $\eta_1 \left(\frac{u}{c_1} \right) > 1$. Наши лучшие первые турбины работают с u/c_1 не более 0,6, а в среднем по ступеням — не выше 0,4—0,45; переход на $u/c_1 \approx 0,8 : 0,9$, очевидно, вызовет при сохранении окружной скорости резкое увеличение числа ступеней и увеличение длины лопаток, т. е. габариты машины значительно возрастут. Видно, такое решение (переход на высоте $\frac{u}{c_1}$) экономически нецелесообразно для паровых турбин.

Этот вывод автоматически переносится на газовые турбины, так как обычно число ступеней в турбине значительно меньше, чем в компрессоре ГТУ. А ведь известно, что экономичность ПТУ и ГТУ по-разному зависит от $\eta_{\text{пол}}$ и влияние этого к. п. д. ГТУ примерно в 2—3 раза больше, чем в ПТУ, т. е. если увеличить $\eta_{\text{пол}}$ на 2%, то в ПТУ мы получим экономии топлива также на 2%, а в ГТУ экономия в топливе составит 4—6%. Эти цифры заставляют по-другому смотреть на дополнительные затраты, связанные с повышением $\eta_{\text{пол}}$.

Для суждения о работе следующей ступени надо знать угол α_2 (см. рис 37), который играет для второй ступени ту же роль, что и угол α_0 для первой ступени.

Из треугольника скоростей на выходе из ступени имеем

$$\text{tg } \alpha_2 = \frac{w_2 \sin \beta_2}{w_2 \cos \beta_2 - w_1}$$

Из уравнения расхода получаем

$$F_2 \sin \alpha_2 \cdot \beta_2 = F_1 \frac{c_1 \sin \alpha_1}{c_2}$$

откуда

$$w_2 \sin \beta_2 = \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{c_1}{c_2} \cdot \eta_1 = \frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{c_1}{c_2} \sin \alpha_1,$$

а также

$$w_2 \cos \beta_2 = \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{c_1 \sin \alpha_1}{\beta_2}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \frac{F_2}{F_1} &= \frac{c_1}{c_2} \\ \text{tg } \alpha_2 &= \frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\beta_2} \\ \frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{c_1}{c_2} &= \frac{0,346}{0,944} \cdot \frac{1}{0,45} \end{aligned} \quad (34b)$$

Для нашего примера

На рис 42 приведен график изменения угла α_2 , β_1 и величины $\frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{c_1}{c_2}$ в зависимости от отношения u/c_1 . Кстати сказать, расчетные точки на кривой $\frac{1}{\eta_1} \cdot \frac{c_1}{c_2} = F \left(\frac{u}{c_1} \right)$ ложатся очень плавно, что является доказательством удовлетворительной точности расчетов проведенных на усовершенствованной счетной линейке.

На рис. 42 дана кривая изменения степеней реактивности p от $\frac{u}{c_1}$, мак-

симальное ее значение не соответствует $\beta_1 = 90^\circ$ что имеет место если не учитывать переменность величины ψ .

Если взять большую площадь лопаточного колеса f_2 (соответственно меньшее f_1), то коэффициент A в формулах (34, 41) изменится ($y = z$) в формуле (34—41) уменьшится, т. е., согласно графику, изображенному на рис 40, уменьшится величина $x = \frac{u}{c_1}$ и степень реактивности.

Изменение угла α_0 на выходе из ступени влияет на работу второй ступени. Если на выходе из второй ступени будет задано с наименьшим значением ψ (в действительности в нашем примере $\alpha_0 = 90^\circ$ и $\psi = 0,97$, а в соответствии с кривой см. рис 38) $\psi = F(\alpha_0 + \alpha_2)$ следовало бы задать $\varphi = 0,9635$ или угол $\alpha_0 = 111^\circ$ (т. е. $\sin \alpha_0 = 0,935$, а не 1,0).

Учет $\alpha_0 = 111^\circ$ даст увеличение x от $\frac{1}{0,935}$ до $\frac{1}{0,895}$. При $\frac{u}{c_1} \cdot \frac{1}{\sin \beta_1} = 0,41$, что внесет изменение в величину $\eta_{\text{пол}}$ лишь на 0,1%.

5 Зак 746

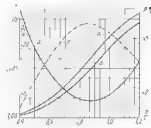


Рис 42. Зависимости основных параметров ступени от отношения u/c_1 .

Имея графики (см. рис. 33, 34, 35) можно быстро определить различные вариации параметров (например, φ , f , f_2). Так, если мы уменьшим f_2 до 0,7 (было 0,875), то для $\beta_1 = 90^\circ$ получим $\lambda = \frac{1}{1,0877}$, $\rho = 0,407$; $\eta_{\text{теор}} = 0,935$ (вместо 0,9272), увеличение $\eta_{\text{теор}}$ естественно, получим за счет уменьшения скорости c_2 , но отношение

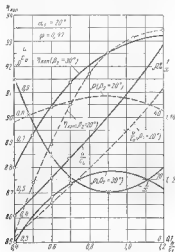


Рис. 43 Изменение β_2 , ρ и α в функции от β_1 для разных f_2

$\epsilon_a = 0,736$ (вместо 0,7) увеличилось, т. е. увеличение $\eta_{\text{теор}}$ достигнуто за счет увеличения F_2 и за счет увеличения окружной скорости. Стоит ли идти на такое усложнение машины и выигрывать около 0,95% (относительных) в к. п. д. $\eta_{\text{теор}}$ (или около 2—2,5% экономия топлива), решает технико-экономический анализ.

Разумеется, такой анализ можно проводить лишь после окончательной проработки всей машины, но часто уже по результатам расчета можно оценить тот или иной вариант

При сохранении величин f_2 , F_2 постоянными, что соответствует постоянному меридиональному профилю облопачивания, увеличение угла β_2 скажется на уменьшении степени реактивности ступени ρ . Уменьшение степени реактивности благоприятно в конструктивном отношении, так как уменьшается разность давлений ($p_1 - p_2$) с двух сторон рабочей решетки (см. рис. 37), а следовательно, и изгибающий момент на лопатках. На рис. 43 представлены результаты расчетов для $\beta_2 = 30^\circ$, сюда же перенесены кривые (пунктирные) с рис. 4, для $\beta_2 = 20^\circ$. Поскольку величину теплоперепада определяет величина c_2 , то сравнение следует производить при равных c_2 , так как в этом случае при равных λ и получим равные c_2 и H (см. рис. 37). На рис. 44 кривые $\eta_{\text{теор}}$ перестроены в функции от α как видим, при угле $\beta_2 = 20^\circ$ получается более высокое значение $\eta_{\text{теор}}$ чем при $\beta_2 = 30^\circ$, но не намного: около 0,7% (абсолютных) при $\alpha \approx 0,8$. При

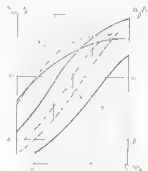


Рис. 44 Изменение $\eta_{\text{теор}}$ в функции от α для разных β_2

$\alpha = 1,0$ значения $\eta_{\text{теор}}$ становятся почти одинаковыми. По формуле (31) считываем угол α_2 для $\beta_2 = 30^\circ$

$$\lg \alpha_2 = \frac{346}{0,692} \approx 500$$

Эти кривые, так же как и кривые для β_1 , представлены на рис. 44 сплошной линией — для $\beta_2 = 30^\circ$ и пунктиром — для $\beta_2 = 20^\circ$.

Если ориентироваться на $\frac{u}{c_2}$ в окрестности $(\eta_{\text{теор}})_{\text{макс}}$, т. е. $\frac{u}{c_2} \approx 0,8, 1,0$, то получим углы β_1 и α_2 , заметно большие 90° , и лопатки с малой кривизной. Действительно, для $\frac{u}{c_2} = 0,9$ (см. рис. 44) имеем

$$\begin{aligned} \text{при } \beta_2 = 20^\circ \quad \alpha_2 = 134^\circ \quad \text{и} \quad \beta_1 = 129^\circ \\ \text{при } \beta_2 = 30^\circ \quad \alpha_2 = 141^\circ \quad \beta_1 = 103^\circ, \quad t_1 = 27 \end{aligned}$$

Естественно допустить, особенно в многоступенчатой конструкции, что углы $\alpha_2 \approx \alpha_1$. Тогда при $\beta_2 = 20^\circ$

$$\alpha_1 + \alpha_0 = 154^\circ,$$

т. е. изгиб профиля сопловой лопатки составляет только $\theta_1 = 80^\circ - 54^\circ = 26^\circ$, для рабочей лопатки $\beta_1 + \beta_2 = 149^\circ$ и $\theta_2 = 31^\circ$, при $\beta_2 = 90^\circ$ изгиб сопловой и рабочей лопаток соответственно составляет $\theta_1 = 9^\circ$ и $\theta_2 = 47^\circ$. Для быстрой оценки возможной величины $\eta_{\text{аэо}}$ и теплоперепада удобно пользоваться формулой, которую приводит Стодола при анализе реактивной турбины. Обозначим $\eta_{\text{аэо}}$ — к. п. д. одного ряда лопаток. Для решетчатых рабочих лопаток эта величина выражается так. [Л. 7]

$$\eta_{\text{аэо}} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\psi} = \frac{1}{\psi} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right) \quad (3-46)$$

$$z = \frac{1}{\cos \alpha_1} \quad \text{или} \quad z^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha_1}$$

где $z = \frac{1}{\cos \alpha_1}$

а функция $\psi = F(\beta_1 + \beta_2)$ при $z = 1$ переходит в формулу Стодола. Для сопловой решетки

$$\eta_{\text{аэо}} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{\psi} = \frac{1}{\psi} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right)$$

$$z = \frac{1}{\cos \beta_1} \quad \text{или} \quad z^2 = \frac{1}{\cos^2 \beta_1}$$

где $z = \frac{c_1}{c_2}$;

$$\psi = F(\alpha_0 + \alpha_1),$$

$\omega_{\text{аэо}}$ — относительная скорость выхода из предшествующей рабочей решетки

Если обозначить рабочие и сопловые решетки и понимать под z отношение относительной скорости выхода из рассматриваемой решетки к таковой из предшествующей решетки, а под c_1 отношение относительной окружной скорости между рассматриваемой и предшествующей решетками к относительной скорости выхода газа из предшествующей решетки, то формула (3-46) будет годиться для любой решетки. Задаваясь величиной $\frac{\omega}{c_1}$ и α_1 , находим ψ , считая, что $\beta_2 = \alpha_2$ и $\alpha_0 = \beta_1$, и по формуле (3-46) находим $\eta_{\text{аэо}}$.

На рис. 45 приведены кривые $\eta_{\text{аэо}} = F\left(\frac{\omega}{c_1}\right)$ для двух углов $\alpha_1 = \beta_2 = 20^\circ$ (сплошные кривые) и $\alpha_1 = \beta_2 = 15^\circ$ (пунктирные), причем одна пара кривых для $\psi = \text{const} = 0.944$, а другая пара — для $\psi = \text{var}$. Опять, так же как и на графиках, изображенных на рис. 41, наблюдается резкое возрастание $\eta_{\text{аэо}}$ от $\frac{\omega}{c_1}$ при $\psi = \text{var}$,

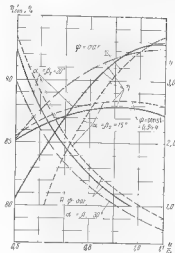


Рис. 45 $\eta_{\text{аэо}}$ в функции от ω/c_1 по формуле Стодола для одного ряда лопаток

тогда как при $\psi = \text{const}$ кривая $\eta_{\text{аэо}} = F\left(\frac{\omega}{c_1}\right)$ имеет очень пологий максимум при $\frac{\omega}{c_1} = \cos \alpha_1$, что следует из формулы (3-46)

Преобразовав выражение для $H_2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\omega^2}{\psi} \right) - \omega^2 \right]$, подставив значение $\eta_{\text{аэо}}$ из треугольника скоростей на входе

$$\omega_1^2 = \omega^2 + c^2 - 2\omega c \cos \alpha_1,$$

с учетом отношения $\frac{v_2}{v_1}$ и получим формулу для адиабатического теплопереноса в рабочей решетке (см. рис. 3а)

$$H_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{2 \cos \alpha_1}{\epsilon_1} - \left(\frac{2}{\epsilon_1} \right)^2 - 1 \right] \quad (47)$$

Формула (3—47) годится для рабочей и сопловой решеток при тех же условиях, что и формула (3—46)

Назовем отклонение от теплопереноса H отклонение

$$H = \frac{1}{\epsilon_1^2} \frac{\cos \alpha_1}{\epsilon_1} \quad (48)$$

Эта кривая показана на рис. 45

При $H = 1$ коэффициенты $\eta_{\text{ади}}$ будут равны и для $\alpha_1 = \beta_2 = 20^\circ$, и для $\alpha_1 = \beta_2 = 15^\circ$, этому положению соответствует значение $\frac{v_2}{v_1} \approx 1,0$, но при $H = 2 \quad \frac{v_2}{v_1} \approx 0,7 \quad \eta_{\text{ади}} = 86,6\%$ для α_1

$\alpha_1 = 20^\circ$ и $84,8\%$ — для $\alpha_1 = 15^\circ$, в этом следует предпочесть решетку с $\alpha_1 = \beta_2 = 20^\circ$. На рис. 45 построены кривые $\eta_{\text{ади}}$ и H для угла $\alpha_1 = \beta_2 = 30^\circ$ (пятих-шестиугольные решетки), которые свидетельствуют, что при $H = 2 \quad \eta_{\text{ади}} = 84,4\%$, т. е. величина более высокая, чем $\eta_{\text{ади}}$ при $\alpha_1 = \beta_2 = 20^\circ$. Кривая $\eta_{\text{ади}}$ для $\psi = \text{const}$ при $\alpha_1 = \beta_2 = 30^\circ$ не построена, она пройдет ниже, чем кривая для 20° . Эти кривые наглядно показывают, насколько далеко мы уходим от действительности, когда считаем $\psi \approx \phi = \text{const}$

Формулы (3—46) и (3—47) предельно упрощены так называемых конгруэнтных допущений ($\epsilon = \epsilon_1 = \beta_2$ и $\beta_1 = \alpha_2$), при этом $\epsilon = 1$ соответствует степени реактивности $\rho = 0,5$

Коэффициент $\epsilon = \frac{v_2}{v_1}$ можно выразить через объем v_2 и v_1 (см. рис. 37)

$$\epsilon = \frac{v_2}{v_1} = \frac{z^2}{1 - z^2} \quad (49)$$

Для определенных геометрических размеров ступени коэффициент ϵ прямо пропорционален отношению $\frac{v_2}{v_1}$

Таким образом из формулы (3—46) следует, что дополнительный коэффициент полезного действия $\eta_{\text{ади}}$ зависит не только от отношения $\frac{v_2}{v_1}$, но и от другой величины, связанной с пределами рабочего процесса ступени, а в частности, от

1,8

где m — коэффициент пропорциональности. На эту двойную зависимость $\eta_{\text{ади}}$ было указано в 1929 г. [Л. 7]. В настоящее время этот факт является общезвестным и можно указать целый ряд параметров, от которых зависит $\eta_{\text{ади}}$ и H [Л. 8]. Изучению данного вопроса способствовало развитие теории подобия

§ 2. ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТОВ η И ψ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ УСТАНОВКИ ГТН-9-750

Применим изложенную методику для оценки скоростных коэффициентов η и ψ по результатам испытаний ГТУ. Опубликованы данные по испытаниям установки ГТН 9-750 ЛМЗ, полученные на заводском стенде в условиях, очень близких к условиям эксплуатации на стационарных газопроводах. Ниже приведены опытные данные, которые понадобятся для анализа турбины низкого давления (ТНД) по ГТУ № 2 [Л. 9]

Барометрическое давление, кг/см ² (бар)	1,033
Давление перед ТВД, кг/см ²	0,8
Наружная температура, °К	290
Средняя температура газа, °К	4,11
Температура перед ТВД, °К	0,023
Расход воздуха $G_{\text{в}}$, кг/сек	8,8
Температура газа перед ТВД (по параметрам турбины)	88
Средняя температура газа перед ТВД и за диффузором	22-27
Угол α_1 сопловой аппаратуры	32-28
Угол β_2 рабочей решетки	4-10
Внутренняя мощность ТВД, кВт	0,01
Внутренняя мощность ТНД, кВт	0,01
К. п. д. ТНД, %	15,7
К. п. д. ТВД, %	6
К. п. д. диффузора после ТНД	0,2
Число оборотов ТВД, об/мин	4,84
Число оборотов ТНД, об/мин	1,0
Скорость за ТНД, м/сек	1,33
Скорость за ТВД, м/сек	1,44
Угол α_1 I ступени ТВД	17-19
Угол α_2 II ступени ТВД	4-12
Угол β_1 I ступени ТВД	28
Угол β_2 II ступени ТВД	30-30
Степень реактивности $\rho_{\text{вд}}$ I ступени ТВД	0,22
Степень реактивности $\rho_{\text{вд}}$ II ступени ТВД	0,23

На рис. 46 представлен рабочий процесс этой турбины в I—S-диаграмме. Соотношения торцевых площадок при выходе из турбины высокого давления ГВД, при входе в ГНД (после диффузора между ГВД и ГНД), при выходе из ГНД и при выходе из диффузора после ГНД определяем по чертежу продольного разреза [Л. 9], причем нам интересуют только отклонения этих площадок.

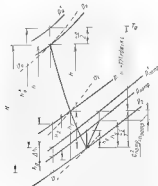


Рис. 46 Процесс ГНД ГТУ ГТН 9.750 ЛМЗ в
I. S. анализе

Скорость на выходе из ТВД задана (160 м/сек), диффузор между ТВД и ГИД имеет отношение площадей 1/35, следовательно

$$\epsilon_0 = \frac{160}{1,35} = 118,5 \text{ н, с/к и } \frac{\epsilon_0^2}{2} = 7,0 \text{ км/сек км;}$$

при этом сложившаяся не у нивелируется

Далее оцениваем по точный х. в. д., который мы определяем по Сто-

$$\pi_{\text{ann}} = h_1, h_2 = \frac{h_1^2}{2} + \frac{c_0^2}{2} \quad , 210 + 1975 = 70$$

Величину k'_g находим, зная отношение площадей диффузора после ТНД

[2,8] Скорость потока в конце диффузора равна примерно $\frac{90}{28}=7$, м/сек

Огсн.28

H_L	9.4°	7.1°	3.7 to 25.0° at
θ	θ		

По известному из опыта значению $\eta_{\text{с}} = 0,58$ определяем

$$n_g = 0.58 - 0.725 = 10.0 \text{ knots/km}$$

Величина $A_{\text{д}}$, очевидно, меньше $A_{\text{д}}$; с достаточной точностью примем, что впоследствии можно проверить) $A_{\text{д}} = 10,0$ мм/с. Скорость потока за патрубком «спер» должна быть меньше его скорости за диффузором, т. е. $W_{\text{спер}} < W_{\text{диф}}$, но для надежности берем $W_{\text{спер}} = 0,8 W_{\text{диф}}$.

По приведенным опытным данным о предельном $\eta_{\text{доп}}$, причем заранее можно предполагать, что расчетное значение $\eta_{\text{доп}}$ будет несколько занижено.

$$V_{\text{fict}} = 133,7 - \frac{133,7 - 147,6}{147,6} \cdot 147,6 = 147,6 \text{ a.} \quad 0,0915$$

$$\eta_{\text{app}} = 0,9055, \quad c_0 = 1,415 \sqrt{47,6 \cdot 10^3} = 543 \text{ } \mu\text{, sec}$$

формы на нем возмозжает на световой линейке получить четвертую аналогичную цифру) этот коэффициент учитывается перемножением через разныйный заклз у рабочих листов, который, по мнению авторов статьи, слишком велик. Оценка его величины $\pm 2\%$ от $D_{\text{излучения}}$.

В статье [Л. 9] не приведены значения температуры, кроме максимальной температуры дна (1023°K). В принципе их можно определить по коэффициенту избытка воздуха, но для этого нужно знать состав топлива.

Мы будем решать этот вопрос по-другому. Температуры H и H_0 и др. нам известны с достаточной точностью; очевидно, что все они не зависят от уровня температуры (см. рис. 4б), за исключением соотношений типа $\frac{b}{\lambda_c}$. Но также очевидно, что возможная ошибка в определении H_0 пренебрежимо мала при оценке φ и ψ . Поэтому мы создадим расчетную «вышку» — возьмем несколько значений величины $b = \frac{v_0}{v_2}$. Эта величина конечно, будет зависеть от T_0 , но от нее будет зависеть и λ_2 — скорость на выходе из ИНД, которую нам известна из опыта.

Разумеется, расчет для нескольких значений b занимает много времени, но, определение состава продуктов сгорания, особенно без учета знания коэффициента избытка воздуха (в статье указано 4,5—5,0), также задача не менее громоздкая. Задаваясь различными ϕ и κ , получаем различные $\eta_{\text{доп}}$, здесь также имеем расчеты.

125

облавывания, их уточнен не безусловно скажется на точности расчета, но основное влияние имеет величина η^* , и от этой величины существенно зависят значения φ и ψ . В наших расчетах имеются расхождения с расчетными параметрами ГИ-9-750. Например, степень реактивности на среднем диаметре $\rho_{0\phi}$ (а может быть, и вообще средневзвешенная величина, в статье не указана) составляет 0,86, а по нашим расчетам — 0,985. Но если стремиться к совпадению $\rho_{0\phi}$, то нельзя получить совпадения по $c_2 = 0,99$ м/сек. А так как скорость c_2 — величина измеренная, а $\rho_{0\phi}$ — расчет-

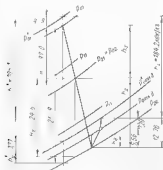


Рис. 48. Пронес ГТД (двухступенчатой) ГТУ ГИ-9-750 ЛМЗ в β - δ -дизграме

ная, то мы и стремимся к совпадению измеренных величин скорости потока c_2 . Мы брали угол α_2 . В β по данным [Л. 9], т. е. геометрические углы привращения гидравлическим, но различие между ними не скажется на величине $\eta_{\text{полн}}$ точнее, оно находится в пределах $\pm 0,001$.

Подобный же анализ был проведен для ГТД. На рис. 48 дан пронес двухступенчатой ГТД в β - δ -дизграме. К п. д. его основным параметрам $\eta_{\text{полн}}$ выбрао 90% (как получено авторами статьи на ГТУ № 4), причем этот к. п. д. по данным статьи, увеличился главным образом за счет снижения паразитных утечек, а следовательно, гидравлические коэффициенты облавывания φ , ψ очевидно, сохранились. Нас, естественно, интересуют эти коэффициенты так как «паразитные» утечки обычно устраняют.

Далее, к. п. д. диффузора между ГИД и ГИД примет равный 0,68, но сколько степень его расширения заметно меньше, тоже в расчетных диффузорах ГИД к. п. д. которого, по данным авторов составляет 0,58.

По рис. 48 мы можем определить лопаточный к. п. д. ГТД.

$$\eta_{\text{л}} = \frac{h}{\Delta h} = \frac{h_1 + 12,77 - 4,19}{205,1 + 7,20 + 3,77 - 4,19} = \frac{192,78}{211,88} = 0,907,$$

где $\eta_{\text{л}}$ — лопаточный к. п. д. с учетом перетечек через рахнальный зазор в рабочих лопатках и в боковых ослах таковой имеется

$$\text{Величина } \frac{1}{100} = 12,77 \text{ кДж/кг где } 60 \text{ м/сек — скорость потока на ГИД}$$

измеренная величина 7,20 кДж/кг — это скоростная энергия потока перед соплом ГИД, т. е. в конце диффузора между ГИД и ГИД $h_2 = 3,77$ кДж/кг — полная энергия в диффузоре, величина $h_2 = h_1$ см. рис. 48.

Там необходимо отметить теперь $\eta_{\text{л}}$ для первой и второй ступеней турбины, для чего следует учесть влияние коэффициента возмрата тепла. Очевидно, наибольшее влияние этого коэффициента будет при разных тепловых перепадах на первой и второй ступенях турбины, который может быть равным 1,0047 кДж/кг отсюда

$$\eta_1 = 0,93$$

и к

$$\eta = \frac{0,907}{1,0047} \approx 0,904$$

и

$$\eta_{\text{л}} = 0,905$$

Такой порядок расчета дает возможность получить высокую точность при помощи простой ланейки.

Далее возникает вопрос, как рассчитать тепловспредел H между ступенями турбины. Ответ получаем по известной скорости второй ступени c_{21} , которая получается из опыта и равна 160 м/сек. Варьируя H_1 , мы будем получать различные (c_{21}) , причем соотношение площадей, смежных лопаткам будем ориентировать по из чертежа [Л. 9]. В частности для первой ступени

$$c_1 = 0 \text{ и } c_{21} = 1,08,$$

а для второй —

$$f_1 = 1,08, f_2 = 0,90$$

Далее продолжим расчеты в той же последовательности, что и для ГИД. Результаты сводим в табл. 6. Из таблицы видно, что

Таблица 6

Ступень	β	δ	α	β_1	δ_1	α_1	ψ
I	$\frac{1}{1,98}$	$\frac{1}{1,2}$	1,325	0,258	16°0	92,0	0,975 0,965
II	$\frac{1}{1,465}$	$\frac{1}{1,335}$	1,333	0,254	13°30	120,8	0,975 0,965

	ζ	$\gamma = \text{CO}_2$	C_2	C_3	C_4	C_5	ϵ_{H_2}	ϵ_{H_2}	η_{H_2}	ϵ	δ
1			332.0	0.224	124.0	98750	0.9250	0.00	0.98		
2			428.5	0.245	158.2	84	0.9243	1.06	0.99		

Προβλεπόμενη Αγορά € 5

Группы	α	$\sin \alpha$	D_{cp}	τ	δ	φ_{90}	γ_{93}
I	280	0	1,70	180	1,60	0,004	0,005
II	282	0,987	1,180	173	1,62	0,009*	0,003

* Так как во втором случае ТДН вынужден загореться со своим аппаратом, то востребован также способ обеспечения радиации 2.0 5, а не 2.0 3 как сказано для второго случая.

степень реакции почти опять не сходится с $0,47$ (та же данность), а скорость c_2 получилась достаточно близкой, причем подчеркнем, что измененная c_2 от 63 к сек до 155 к сек влияет на $\pi_{\text{полн}}$ лишь в пределах $\pm 0,001$.

Из табл. 8 вытекает, что коэффициенты ϕ и ϕ' для ТВД имеют большие значения, чем для ТНД, что трудно допустить. Видно, зазоры δ в ТНД действительно были больше, чем мы приложили, почему и получили $\phi = 0,47$, тогда как в ТВД $\phi = 0,975$.

По результатам анализа можно сделать вывод, что профилерова не ретонот, которое принимает ЛМЗ дает при $\alpha_1 = 8-23^\circ$ и значении φ не менее $9,4^\circ$ не менее 0,56 при $(\beta_1 + \beta_2) = 75-100^\circ$ и числа M до 0,75.

Другими словами, если рассчитать турбину по валовому методу и принять $\varphi = 0,975$ и $\psi = 0,96$ в приведенном диапазоне углов и скоростей и удельная теплота, то можно получить хорошее совпадение с соответствующими параметрами реальных машин.

§ 3. ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТОВ φ И ψ ПО ИСПЫТАНИЯМ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ТУРБИН

Как видно из проведенного анализа результатов испытаний установок ГТН 9 750, оценка коэффициентов Φ и δ для ТВД, находящихся всего две ступени, требует много времени. При большом числе ступеней (6-8) такой анализ будет крайне громоздким, поэтому желательно упростить методики, что и сделано ниже. Конечно, нельзя предъявлять слишком высоких требований к точности величин, которые можно определить по суммарным характеристикам, получаемым при испытании многоступенчатых турбин. Но ценность этих характеристик в том, что они получены на реальной модели. Значит, они включают все дефекты сборки и эксплуатации. Таким образом, эти величины наиболее надежны.

Таблица 7

А	Б	В	Г
Средний Диаметр, мм	1,74—1,177	1,87—1,257	1,291—1,564
Длина лопатки, мм	97—120	102—202	242—300
Расстояние от ступицы, бор	7,06—11,20	9,04—4,55	3,46—1,20
Температура на входе, °K	534—474	496—357	332—216
Масса лопатки теплопередачи, кг	74,5—74,5	67,5—76,7	75,7—98,7
Степень реактивности на среднем диаметре, %	20,3—24,0	24,5—34,4	37,5—51,8
Отношение скоростей $w_{0,2}$	0,47—0,48	0,503—0,597	0,523—0,518
Расчетный η п. д., %	80,8—84,5	85,7—89,2	86,8—87,8
Внутренняя мощность, Мвт	8,15—8,51	7,48—8,05	8,11—10,4

Для примера рассмотрим цилиндр среднего давления (ЦСД) паровой турбины с ДМ 4 мм, $n_{\text{об}} = 3000$ об/мин, $\sigma_{\text{доп}} = 1,2 \sigma_{\text{ст}} = 360$ МПа.

В двух опытах внутренней относительный к и л П.Д. был получен 91,7 и 92,3%. Возьмем среднюю цифру $n_1 = 92\%$ (по данным [Л 10] $n_1 = 92,5\%$).

[illegible]

$$N = 10\,820, \text{ } \kappa_{\text{eff}} = 23, \quad 0.878 \pm 4.19 \text{ } G$$

откуда $\dot{O} = .20$ кг/сек.

Так как пар на выходе из одиннадцатой ступени перегретый ($p = 1,20 \text{ бар}$, $T = 483^\circ \text{ К}$), то здесь мы можем использовать формулу

$$v \cdot \frac{RT}{p} = \frac{46.483}{1.196 \cdot 10^5} = 1.86 \cdot 10^{-4}$$

Выходная площадь лопаточной кай-ца последнего диска

$$P_{\text{max}} = \pi \pm 654 \pm 0,50 = 2,44 \text{ m}^3$$

Из опыта, если выходя на холмы скорость падает в 4-5 раз.

1961

- 44 -

$\alpha_1 = \alpha_2$

Мы намеренно не пользуемся J - диаграммой для пар- тых кварков в области работы ЦСД с достаточной точностью можно считать пар излучением газом. Кроме того, металлы, которые мы рассматриваем, совершенно незначительно влияют на результаты вычислений. «Физических» Φ и Ψ . Поэтому считаем $\epsilon_1 = 0,5$ для кварков, $\epsilon_2 = 2,0$ для глюонов. $R = 47$ для кварков, $R = 0,46$ для глюонов.

0 22

Адиабатический теплообмен (рис. 49)

$$d \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{g} \right) = 20 \text{ м.к.м.}$$

Находим коэффициент возврата тепла по формуле

$$\eta_{\text{ад}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}}$$

$$\text{где } \eta_{\text{ад}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}}$$

Вспомогательные величины, входящие в формулу, определяются из уравнения энергии и уравнения неразрывности. Для этого необходимо знать скорость потока в сечении 1-1 и в сечении 2-2. Скорость потока в сечении 1-1 можно определить из уравнения неразрывности, если известна скорость потока в сечении 2-2. Скорость потока в сечении 2-2 можно определить из уравнения энергии, если известна скорость потока в сечении 1-1.

$$\eta_{\text{ад}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}}$$

при $n=22$ (реактивное обтекание)

$$\eta_{\text{ад}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}}$$

при $n=11$ (чисто активное обтекание)

$$\eta_{\text{ад}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}}$$

Таким образом, колебания величины $\eta_{\text{ад}}$ с изменением n достаточно малы — 0,258—0,267. Имея скорость выхода потока $v_{\text{в}} = 9,5$ м/сек, входим относительную потерю с выходной скоростью

$$\zeta_{\text{в}} = \frac{v_{\text{в}}^2}{2g} = \frac{9,5^2}{2 \cdot 9,81} = 0,005$$

Связь внутреннего п.п.д.

$$\eta_{\text{в}} = \eta_{\text{ад}} + \zeta_{\text{в}} = 0,92 + 0,005 = 0,925$$

с величиной $\eta_{\text{ад}}$, выражается соотношением

$$\eta_{\text{в}} = (1 + \sigma) \eta_{\text{ад}} \quad (3.50)$$

где $\eta_{\text{в}}$ — общий к.п.д. по отношению к теплому средству, соответствующий для рабочей машины и среды

$$\eta_{\text{в}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}}$$

Рис. 49. Пренесенный процесс в турбине

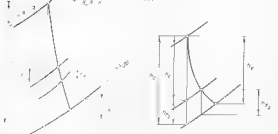


Рис. 49. Пренесенный процесс в турбине

Рис. 50. J-S диаграмма процесса в турбине

$$\eta_{\text{в}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}}$$

где $\eta_{\text{в}}$ — общий к.п.д. по отношению к теплому средству, соответствующий для рабочей машины и среды

На рис. 50 представлен процесс в прямоугольном ступенчатом (J-S) более детально и в более крупном масштабе, чем на рис. 49. С большой точностью (0,1—0,2 от $\eta_{\text{ад}}$) можно считать $\eta_{\text{в}} = \eta_{\text{ад}}$ (фактически $\eta_{\text{в}} = 0,993 \pm 0,006$)

Тогда

$$\eta_{\text{в}} = (1 + \sigma) \eta_{\text{ад}} = 0,267$$

$$\eta_{\text{в}} = (1 + \sigma) \eta_{\text{ад}} = 0,267$$

откуда изходим

$$\eta_{ac} = 0,9014$$

Без учета влияния перетекания рабочего тела через зазоры, $\eta'_{ac} = \eta_{ac}$, фактически

$$\eta'_{ac} = \eta_{ac} (1 - m\delta), \quad (3-52)$$

где $\delta = \frac{\delta}{l}$ — относительный радиальный зазор между лопаткой и корпусом или между балдаком и корпусом,

$m \approx 10 \dots 20$ — опытный коэффициент.
Во всяком случае

$$\eta_{ac} > \eta'_{ac}$$

Так как наша задача оценить величины η и η' , то мы можем утверждать, что, принимая $\eta_{ac} = \eta'_{ac}$, получим минимальные значения η и η' , а принимая $\eta_{ac} > \eta'_{ac}$, получим более высокие значения η и η' все зависит от коэффициента m .

Разумеется, зависимость (3-50) действительна при α и β . η_{ac} — const для всех ступеней, хотя фактически он изменяется от ступени к ступени (см. табл. 6).

В формуле (3-50) под η'_{ac} следует понимать некоторую среднюю величину, которую можно принять, что ее значение совпадает со значением η'_{ac} средней ступени. Считаем, что это седьмая ступень, так как для нее известны основные параметры.

Внутренняя мощность	$P_{i7} = 8050 \text{ кВт}$
Отношение	$\alpha = 0,507$
Средняя реактивность на среднем диаметре	$\beta = 34,4\%$
Располагаемый теплоперевал	$18,1 \text{ км/с} \quad k_2 = 75,8 \text{ км/с}$
Расчетный коэффициент	$\eta_{ac} = 0,862$
Давление за ступенью	$4,64 \text{ атм} = 4,56 \text{ бар}$ и т.д.

По этим данным строим треугольники скоростей рабочего тела на входе в ступень и выходе из нее.

Определим

$$c_{\text{вых}} = \frac{G}{F_{ac}}$$

$$\text{где } G = \frac{8050}{1,8 \cdot 10^3} = 4472 \text{ кг/с}$$

$$c = \frac{48,630}{1,85 \cdot 10^3} = 26,3 \text{ м/с}$$

$$F_{ac} = 1,8 \cdot 10^3 \cdot 0,302 = 543,6 \text{ м}^2$$

$$1,8 \cdot 10^3 \cdot 0,630 = 1134 \text{ м}^2$$

$$1,8 \cdot 10^3 \cdot 0,985 = 1773 \text{ м}^2$$

$$m = 157,1257 \cdot 10^3 \cdot 0,175 = 27,48 \text{ кг/с}$$

Допуская некоторую погрешность, считаем, что $c_{20} = c_{10} = c_{26}$ тогда пренебрегая утечками, получим

$$P_{ac} = P_{ac} \eta_{ac} = P_{ac} \eta_{ac} = 75,8 \cdot 0,862 = 65,3 \text{ кВт/с}$$

Строим расчетный треугольник скоростей



Рис. 51 Треугольники скоростей для промежуточной ступени паровой турбины К-200-130

с другой стороны

$$P_{ac} = P_{ac} \cos \alpha_1 + c_2 \cos \alpha_2 = 65,3 \text{ кВт/с}$$

откуда

$$c_2 \cos \alpha_2 + c_3 \cos \alpha_3 = c_2 = 352 \text{ м/с}$$

Изменяя угол α_2 и c_2 при $c_3 = \text{const}$, мы можем реактивность ступени

Строим треугольник скоростей (рис. 51). В зависимости от α и β получаем различные значения η и η_{ac} . По формуле (3-51) получим

$$\eta_{ac} = \frac{c_1^2 \cos^2 \alpha_1 + c_2^2 \cos^2 \alpha_2 + c_3^2 \cos^2 \alpha_3}{c_1^2 \cos^2 \alpha_1 + c_2^2 \cos^2 \alpha_2 + c_3^2 \cos^2 \alpha_3} = 0,9014 \quad (3-53)$$

Получили одно уравнение с двумя неизвестными α и β . По рис. 5

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 34,4\%$$

т.е. угол поворота в ступенях Лопатки составляет

$$180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$$

а в рабочих

$$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Как известно, чем больше к углу поворота, тем же выше коэффициент скорости ϕ или ψ . Так как вывернутая седьмая ступень имеет значительную степень искривления $\rho = 30^\circ - 45^\circ$, то можно принять, что и ϕ , и ψ определяются одной и той же формулой $\phi = \psi = \phi(\beta_1 + \beta_2) \approx \phi(\alpha_1 + \alpha_2)$. Для оценки примем, что в данном случае $\phi = \psi = 0,92$ в целом.



Полученные величины можно считать минимальными, так как все дополнительные потери в ступени отнесены к этим коэффициентам. В частности, потери от боковых проволочек. В действительности, как указано выше, всегда имеется радиальный зазор (без $\alpha_2 = 20^\circ$ от Шварца) и в зависимости от этого есть диапазон, в котором будет различная величина коэффициента ϕ . Для ступеней с бандоном можно считать ϕ от 0,9, т.е. примерно в два раза меньше, чем для ступеней без бандона. Тогда для нашей ступени получим (из табл. 6) средний относительный зазор

$$\bar{\delta} = \delta_{\text{ср}} = 0,001$$

Из формулы (3-52) следует

$$\eta_{\text{вз}} = \frac{\eta_{\text{вз}}}{1 - 0,9 \cdot 0,0066} = 0,998$$

откуда $\phi = 96,85\%$ и $\psi = 94,9\%$. Очевидно, что при таких значениях ϕ и ψ , найденных по данным рис. 5, невозможно получить разполюженный теплотеперевод, равный 18,1 л/сек/кг (см. табл. 6). Значение $\eta_{\text{вз}}$ и $\eta_{\text{вз}}$ так не соотносится с расчетному $\eta_{\text{вз}} = 86,2\%$ (по нашему расчету $\eta_{\text{вз}} = 90,14\%$).

Отсюда можно сделать вывод, что ЦСД работает фактически значительно лучше, чем ожидалось при ее создании. На рис. 38 приведена кривая $\phi = \psi(\beta_1 + \beta_2)$, построенная по средним значениям ϕ и ψ из современных источников, а также дана кривая Стодола. Полученные нами значения ϕ и ψ без учета радиального зазора — звездочками черными кружками, а с учетом радиального зазора — звездочками белыми. Следует подчеркнуть, что полученные ϕ и ψ учитывают: 1) профильные потери, 2) кромоные потери, 3) концевые или вторичные потери и 4) потери от бандонных проволочек. Как видим, современная гидравлика турбин заметно улучшилась сравнительно с тем, что было во времена Стодола (1920 г.) даже у такой фирмы, как Броун Бовери. В то время одной из передовых фирм.

В турбинах больших мощностей заметно сказывается значительное увеличение числа Рейнольдса, и вопрос о границах автоматодельности, видимо, требует уточнения.

Детальный анализ был проверен и на ЦСД паровой турбины ХТГЗ ПБК 150-130. При испытаниях проведенных Всесоюзным теплотехническим институтом (Л. И.), был измерен $\eta_{\text{вз}} = 91\%$. Без учета зазора получен коэффициент $\phi = 0,943$ для $\beta_1 + \beta_2 =$

$\approx 5^\circ$ и коэффициент $\psi = 0,97$ для $\alpha_1 + \alpha_2 = 91,5^\circ$ (см. рис. 38) с учетом зазора ($\delta_{\text{ср}} = 1,34\%$) соответственно $\phi = 0,946$ и $\psi = 0,93$ т.е. анализ, ни еще более высокий, чем в турбине ЛМЗ. Отношение ϕ к ψ взято таким же, как на кривой, проведенной по экспериментальным данным (см. рис. 38).

Для ЦВД получено $\eta_{\text{вз}} = 78\%$ (без регулирующей ступени). Для этой группы ступеней (2-7) затруднительно провести анализ, который мы проводили для ЦСД турбины ЛМЗ и ЦСД турбины ХТГЗ, так как в этой группе ступеней большое значение имеют перетекания рабочего тела через лабиринты промежуточных диафрагм и через осевую радиальный зазор. Потери на трение диска о пар, а учесть потери можно лишь достаточно грубо. Например, потери на трение диска о пар, когда в диске имеются отверстия в бандоне и в зазорах лабиринтов, можно оценить лишь косвенно, так как конструктивные их размеры изменяются во время эксплуатации. Так же весьма существенной является оценка утечек через осевые зазоры. Неучет же всех этих влияний, как мы делали для ЦСД, может дать ошибку свыше 4% в оценке ϕ и ψ , т.е. вместо $\phi = 0,96$ получим $\phi < 0,92$, т.е. точность явно неудовлетворительная. При анализе ЦСД эта ошибка составляла около 0,3-0,4% (в абсолютных) в оценке ϕ или ψ .

Расчет коэффициентов ϕ и ψ в ЦВД без учета влияния вышеперечисленных факторов, подобно расчету ЦСД, может дать погрешность порядка 4% например, вместо $\phi = 0,96$ получим $\phi < 0,92$, а в то время как при расчете ЦСД ошибка составляла 0,3-0,4%.

К РАСЧЕТУ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ КОМПРЕССОРОВ

§ 1. РАСЧЕТ ЦЕНТРОБЕЖНОГО КОМПРЕССОРА С ВОЗДУШНОЙ ТУРБИНОЙ

Центробежный компрессор с воздушной турбиной, или «турбинный компрессор», еще не нашел своей конструктивной формы в газо-турбинной установке, но замена диффузора радиальной турбиной, как показывают расчеты и проведенные эксперименты, увеличивает к. п. д. такого компрессора сравнительно с обычным центробежным компрессором.

Кроме этого, турбинный компрессор очень устойчив против помпы, что важно для транспортных двигателей.

По изложенным мотивам этот тип центробежного компрессора и анализируется в данной главе.

На рис. 52 показана схема турбинного компрессора. В сечении А—А показаны лопатки 1 воздушной турбины и перо 2 крыльчатки. В сечении Б—Б показаны профили перемычек 3 и направляющего аппарата. Параметры воздуха, проходящего через компрессор, будем обозначать индексами соответствующего диаметра D см. рис. 52), символами p и T обозначаем состояние рабочего тела перед входом в компрессор, считая скорость воздуха равной нулю.

На рис. 53 показан рабочий процесс компрессора в $T-S$ -диаграмме: $T_0 - T_2$ — процесс расширения и неподвижном направляющем аппарате, на выходе из которого создается циркуляция $T_0, T_0 - T_1$ — процесс сжатия (может быть и расширением) в вихре, необходимо заметить, что состояние T_0 и T_1 изменяется в зависимости от положения поверхности тока воздуха; $T_1 - T_2$ — процесс сжатия в крыльчатке на участке $D_1 - D_2$; $T_2 - T_3$ — процесс сжатия в кольцевом диффузоре; $T_3 - T_4$ — процесс сжатия в лопаточных каналах воздушной турбины как за счет центробежных сил (от диаметра D_3 до D_4), так и за счет диффузорности самих лопаточных каналов; $T_4 - T_5$ — процесс расширения скоростной энергии $\frac{c_4^2}{2}$ (см. сечение АА, рис. 52).

Необходимо напомнить, что в рассматриваемом компрессоре скоростная энергия после крыльчатки большей частью преобразуется на воздушной турбине в механическую работу.

Введем обозначения

$J_0, J_1, J_2, \dots, J_5$ — теплосодержания циркулярия,
и — коэффициент отставания потока,

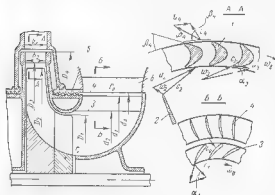


Рис. 52 Схема центробежного компрессора с воздушной турбиной

$n_a \approx (0,28 \dots 0,35) n_{\text{т}} \approx$ — число оборотов воздушной турбины,
 $n_{\text{т}}$ — число оборотов крыльчатки в минуту,
 α — угол между векторами абсолютной и окружной скоростей,
 β — угол между векторами относительной и окружной скоростей,
 $w_k = \frac{D_1 c_{k2}}{60} \approx$ — окружная скорость крыльчатки
 $w_0 = \frac{\pi D_0 n}{60} \approx$ — окружная скорость воздушной турбины,
 c — абсолютная скорость потока
 w — относительная скорость потока

Из основного положения, что затраченная работа идет на повышение теплосодержания и увеличение скоростной энергии воздуха (при отсутствии теплообмена) получаем

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{1}{2} \rho v_{\text{кр}}^2 = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{v_1}{\cos \alpha_1} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \frac{1}{\cos^2 \alpha_1} \quad (4-3)$$

где $\alpha_1 = \arcsin \frac{v_{\text{кр}}}{v_1} = \arcsin \frac{1}{\cos \alpha_1} \approx \alpha_1$

Для удобства подсчетов вместо λ_2 подставлено выражение $\frac{u_2}{60}$

$$\eta_{\text{кр}} = \frac{1}{1 + \lambda_2} \left[\eta_{\text{кр}} + \lambda_2 \eta_{\text{кр}} (1 - \frac{1}{60}) \frac{J_4 + \eta_{\text{кр}}}{J_0 + \eta_{\text{кр}}} \right] \quad (4-2)$$

$$\eta_{\text{кр}} = \frac{10^3 \cdot \pi}{60 \cdot \cos^2 \alpha_1} \left(\frac{J_4}{J_0} + \eta_{\text{кр}} \right) \quad (4-1)$$

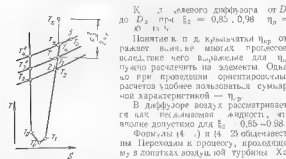


Рис. 53. Процесс сжатия в центробежного компрессора с воздушной турбиной

К. л. целевого диффузора от D_2 до D_3 при $\xi_2 = 0,85 \dots 0,98$

Понятие к. п. д. крыльчаток $\eta_{\text{кр}}$ отражает влияние многих процессов, вследствие чего выражение для $\eta_{\text{кр}}$ трудно рассчитать на элементы. Однако при проведении ориентировочных расчетов удобнее пользоваться суммарной характеристикой — $\eta_{\text{кр}}$.

В диффузоре воздух рассматривается как несжимаемая жидкость, что вполне допустимо для $\xi_2 = 0,85 \dots 0,98$.

Формулы (4-1) и (4-2) общеизвестны. Переходим к процессу, происходящему в лопатках воздушной турбины. Характеристики этого процесса нуждаются в уточнении.

Напишем уравнение Бернулли для движения воздуха относительно лопаток воздушной турбины (идеальный случай)

$$\frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} \quad (4-4)$$

В этом уравнении w_1 может быть любой величиной в связи с чем будет меняться J_1 , чем больше w_1 тем меньше J_1 и наоборот. Левая часть уравнения (4-4) не изменится

Напишем теперь уравнение Бернулли для реального течения

$$\frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + \lambda_2 \quad (4-5)$$

примем и для идеального, и для реального течения давление в выходном сечении воздушной турбины будет одинаково ($p_1 = p_2$)

Но в логике с осевыми турбинами обозначим отношение $\frac{w_1}{u_1} = \psi$ и дополнительно введем следующие

$$\frac{w_2}{u_2} = \psi$$



Рис. 54. Процесс в воздушной турбине при $J_4 = J_3$

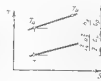


Рис. 55. Процесс в воздушной турбине при $w_4 = w_3$

Тогда из уравнения (4-4) имеем

$$J_4 - J_3 = \frac{w_4^2}{2} - \frac{w_3^2}{2} + \frac{u_4^2}{2} (1 - \frac{u_3^2}{u_4^2}) \quad (4-4')$$

или, учитывая (4-5)

$$J_4 - J_3 = \frac{w_4^2}{2} - \frac{w_3^2}{2} + \frac{u_4^2}{2} (1 - \frac{u_3^2}{u_4^2}) \quad (4-5')$$

Рассмотрим несколько случаев

1. $J_4 = J_3$, процесс представлен в $T-S$ диаграмме на рис. 54. В этом случае давление в лопатках не повышается, но теплопроводность увеличивается, значение ($J_4 - J_3$) определяем, вычитая из уравнения (4-5') равенство (4-4')

$$J_4 - J_3 = J_1 - J_2 = \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} + \frac{u_1^2}{2} (1 - \frac{u_2^2}{u_1^2})$$

где λ_2 — потери в лопатках

Из формулы (4-4') видно, что в этом случае $\xi_2 > \psi$, решетка лопаток реактивная $w_2 > \psi u_2$.

2. Допустим $w_4 = w_3$ это случай активной решетки в осевой турбине

Из определения ψ и ξ следует, что $\psi = \xi$. По формуле (4-4) получаем

$$J_1 - J_2 = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

а из уравнения (4-3)

$$J_1 - J_2 = \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} = \frac{w_1^2}{2} (1 - \psi^2)$$

Потери в лопатках h_D составят

$$h_D = \frac{w_1^2}{2} (1 - \psi^2)$$

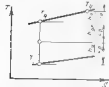


Рис. 56. Процесс в воздушной турбине с диффузорными лопатками

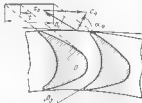


Рис. 57. Решетка воздушной турбины

На рис. 56, иллюстрирующем этот случай, $\rho_4 > \rho_2$, но диффузорности в лопатках пока еще нет. Давление повышается целиком за счет работы центробежных сил на лопатках радиальной воздушной турбины. Энергия, получаемая за счет уменьшения скорости потока от w_2 до $w_4 = \psi w_2$ при одном и том же давлении, идет на покрытие гидравлических сопротивлений в лопаточных решетках.

3. $\xi < \psi$; в этом случае скорость потока $w_2 = \xi w_2 < \psi w_2$. Получаем диффузорную решетку, в которой часть скоростного напора переходит в пьезометрический.

Из формулы (4-4') следует, что эта часть

$$h_D = \frac{w_2^2}{2} \frac{\psi^2 - \xi^2}{\psi^2} \quad (4-6)$$

Адиабатическое повышение теплосодержания за счет изменения окружной скорости

$$h_u = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

потери в лопаточном а.л.з.рате:

$$h_{\Sigma} = J_4 - J'_4 = \frac{w_2^2}{2} \xi^2 \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right)$$

Т- S диаграмма для этого случая представлена на рис. 56

Таким образом, в зависимости от соотношения между углами β_1 и β_2 (рис. 57) получается различная диффузорность лопатки ($\psi^2 - \xi^2$), при $\xi = \psi$ лопатка активная, при $\xi < \psi$ — лопатка диффузорная и при $\xi > \psi$ — лопатка реактивная. В практике паровых турбин часто ограничиваются зависимостью коэффициента ψ от угла поворота, причем диффузорные лопатки обычно не рассматриваются.

При поворачивании профиля лопатки (рис. 57) около центра O можно получить между лопатками каналы различного ускорения, а следовательно, и различной диффузорности. Хотя угол поворота струи остается постоянным, нельзя утверждать, что ψ останется постоянным, наоборот, есть все основания ожидать уменьшения ψ при увеличении степени расширения канала.

Вопрос о влиянии диффузорности канала при постоянном угле поворота струи заслуживает большого внимания с точки зрения не только рассматриваемого компрессора, но и конструирования осевых турбин.

Как известно [1, 12], реактивность лопатки уменьшается к корню лопатки, и теплоперепад на ступень зависит от реактивности у корня лопатки.

Введенные диффузорности у корня лопатки позволят увеличить теплоперепад на ступень при данной окружности скорости, что является существенным для конструирования газотурбинных двигателей.

Используя закон сохранения энергии, получаем выражение, аналогичное (4-1),

$$J_3 - J_4 = \left(\frac{w_1}{100} \right)^2 \left[y + y_1 (1 - \xi_2^2) \right] \quad (4-7)$$

Из процесса в диффузоре на участке $D_2 - D_3$, принимая воздух несжимаемым, имеем

$$c_3 = c_2 \frac{p_2}{\cos \alpha_2} \quad (4-8)$$

причем $\alpha_1 = \alpha_2$, фактически угол α_2 немного меньше угла α_1 за счет сжимаемости, чем мы пренебрежем.

Далее определяем работу воздушной турбины:

$$I_{\Sigma} = u_3 c_3 \cos \alpha_3 - u_4 c_4 \cos \alpha_4 = \frac{w_2}{2\pi} \left(\frac{c_3}{c_2} - \frac{c_4}{c_2} \right) \quad (4-9)$$

После обычных преобразований находим на треугольнике скоростей

$$\begin{aligned} w_3^2 &= w_2^2 + c_2^2 - 2w_2 c_2 \cos \alpha_2, \\ c_2^2 &= w_4^2 + \xi^2 w_3^2 - 2w_4 \xi w_3 \cos \beta_4, \end{aligned}$$

где β_4 — гидравлический угол

β_4 — конструктивный угол лопатки

и

$$I_{\text{в.т.}} = w_2 c_2 \cos \alpha_2, \quad k^2 = \frac{c_2^2}{\lambda} = \frac{w_4}{\xi \lambda} \left(1 + \frac{w_4}{\xi \lambda} \right)$$

$$w_2 c_2 \cos \alpha_2 = w_4^2 + w_4 \xi w_3 \cos \beta_4 = \frac{w_4^2}{2k} \left(1 + \frac{1}{k} \right)$$

Из уравнения расхода получаем

$$\sin \beta_4' = \frac{v_1}{v_2} \frac{D_2}{D_4 \lambda} \frac{w_4}{w_3} \sin \beta_3 = k \sin \beta_3,$$

где

$$k = \frac{v_1}{v_2} \frac{D_2}{D_4 \lambda} \frac{w_4}{w_3} \frac{1}{\xi \lambda} = \frac{D_2}{D_4} \frac{1}{\xi \lambda} \frac{w_4}{w_3},$$

где

$$\xi = \frac{r_1}{D_4}$$

$\lambda \ll 1$ коэффициент учитывающий неплотность потока из-за отрыва на слепке

Отсюда определяем

$$w_3 \cos \beta_3 = w_2 \left(1 - k^2 \sin^2 \beta_3 \right)^{1/2} \sqrt{w_2^2 - k^2 c_2^2 \sin^2 \alpha_2}$$

вводим обозначение $\frac{w_2}{c_2} = x$ и получаем

$$x^2 = 1 - k^2 \cos^2 \alpha_2$$

Учитывая далее, что

$$\Gamma_2 = 2\pi r_2 c_2 \cos \alpha_2 = \frac{2\pi w_2 c_2 \cos \alpha_2}{\omega_2} = \frac{2\pi w_2 c_2 \cos \alpha_2}{\omega_2},$$

находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Gamma_2 \cos \alpha_2 &= \frac{w_2 \Gamma_2}{\omega_2} = \frac{\Gamma_2 w_2}{2\pi} = \frac{w_4 c_2}{2\pi} = \\ &= \frac{w_4 c_2}{2\pi} \left(1 - \frac{\Gamma_2^2}{\Gamma_2^2} \right) \end{aligned}$$

Работу воздушной турбины можно выразить так

$$I_{\text{в.т.}} = w_2 c_2 \cos \alpha_2 \left[1 - \frac{\Gamma_2^2}{\Gamma_2^2} \right] \frac{1}{\xi \lambda}$$

$$\xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4 = 2 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 \cos \alpha_4 \cos \alpha_5 \quad (4-9)$$

Далее преобразуем член $\frac{1}{\xi \lambda} \left(\frac{J_2}{J_3} \right)$ по формуле (4-4)

$$\frac{J_2}{J_3} = \frac{1}{2} \left(\frac{c_2^2}{w_2^2} + \frac{c_3^2}{w_3^2} - 2 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 \right). \quad (4-10)$$

Изотропное повышение теплосодержания

$$I_1 = \frac{J_1}{J_2} = \frac{J_1}{J_2}$$

J_0 находим из формулы (4-2), а J_3 из формулы (4-7). Напомним,

$$J_0 = \frac{J_1}{2} = \frac{J_2}{2}$$

Таким образом, можно определить все параметры процесса сжатия К п. д. компрессора

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_1}$$

к. п. д. воздушной турбины

$$\eta_{\text{в.т.}} = \frac{J_2}{J_3}$$

гидравлический к. п. д. η_h

$$\eta_h = \frac{J_0}{J_1}$$

Термин «гидравлический к. п. д.» явно неудачный, его следовало бы заменить хотя бы более распространенным термином «относительный лагерь»

Для удобства приведем все формулы к безразмерному виду. Теплосодержание воздуха будем измерять величиной w_2^2 и обозначать буквой ϵ с соответствующим индексом

Опуская все преобразования, имеем

$$t_2 - t_3 = \mu \left[1 - \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} + \frac{c_2}{c_1} \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} - \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} \frac{1}{\cos^2 \alpha_2} \right] \frac{t_1}{\mu} \left(1 - \frac{I_2}{I_1} \right)$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 \alpha_2 = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha_3 \quad (4-11)$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 \alpha_2 = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha_3 \quad (4-12)$$

* См. также формулу (4-10)

$$i_3 = i_2 + \frac{\mu}{2} \left[\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \frac{c_0}{n_{\text{пр}}} \frac{1}{\Gamma_3} \frac{1}{\cos^2 \alpha_3} \right], \quad (4-13)$$

$$i_4 = i_3 + \frac{\mu^2 \xi_2^2}{2 \cos^2 \alpha_3} \left[\xi_2^2 (\xi_2^2 - 1) + (1 - \xi_2^2) (1 + \xi^2 - 2 \xi \cos \alpha_3) \right], \quad (4-14)$$

$$i_4 = i_3 + \frac{\mu^2 \xi_2^2}{2 \cos^2 \alpha_3} \left[\xi_2^2 (\xi_2^2 - 1) + (1 - \xi_2^2) (1 + \xi^2 - 2 \xi \cos \alpha_3) \right], \quad (4-15)$$

Работу воздушной турбины будем измерять в долях работы сжатия. Относительная работа воздушной турбины

$$L_{\text{в}} = \frac{L_{\text{в}}}{L_{\text{с}}} = \frac{L_{\text{в}}}{L_{\text{с}}} \cdot \frac{\eta_{\text{пр}}}{\eta_{\text{в}}}, \quad (4-16)$$

Из формулы (4-14) получим

$$\eta_{\text{в}} = \frac{\eta_{\text{пр}}}{\eta_{\text{в}}} \frac{\mu^2 \xi_2^2}{2 \cos^2 \alpha_3} \left[\xi_2^2 (\xi_2^2 - 1) + (1 - \xi_2^2) (1 + \xi^2 - 2 \xi \cos \alpha_3) \right] \cdot \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \frac{c_0}{n_{\text{пр}}} \frac{1}{\Gamma_3} \frac{1}{\cos^2 \alpha_3}, \quad (4-17)$$

Напомним,

$$\eta_{\text{в}} = \frac{\mu^2 \xi_2^2}{2 \cos^2 \alpha_3} \frac{L_{\text{в}}}{L_{\text{с}}} \cdot \frac{\eta_{\text{пр}}}{\eta_{\text{в}}} \cdot \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \frac{c_0}{n_{\text{пр}}}, \quad (4-18)$$

Преобразуем формулу (4-13) к виду

$$i_3 - i_2 = \frac{\mu}{2} \left[\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \frac{c_0}{n_{\text{пр}}} \frac{1}{\Gamma_3} \frac{1}{\cos^2 \alpha_3} \right] + \frac{\mu^2 \xi_2^2}{2 \cos^2 \alpha_3} \left[\xi_2^2 (\xi_2^2 - 1) + (1 - \xi_2^2) (1 + \xi^2 - 2 \xi \cos \alpha_3) \right]$$

$$L_{\text{в}} = \frac{\eta_{\text{пр}}}{\eta_{\text{в}}} \frac{\mu}{2} \frac{c_0}{n_{\text{пр}}} \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \frac{1}{\cos^2 \alpha_3}$$

с учетом формулы (4-18) получим

$$i_3 - i_2 = \frac{\eta_{\text{пр}}}{\eta_{\text{в}}} \left(1 - \frac{L_{\text{в}}}{L_{\text{с}}} \right) \frac{\mu^2 \xi_2^2}{2 \cos^2 \alpha_3} \left[\xi_2^2 (\xi_2^2 - 1) + (1 - \xi_2^2) (1 + \xi^2 - 2 \xi \cos \alpha_3) \right] + \frac{\mu}{2} \left[\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \frac{c_0}{n_{\text{пр}}} \frac{1}{\Gamma_3} \frac{1}{\cos^2 \alpha_3} \right]$$

или

$$\frac{\eta_{\text{пр}}}{\eta_{\text{в}}} \left(1 - \frac{L_{\text{в}}}{L_{\text{с}}} \right) \cdot \mu \left[\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \right] = (i_3 - i_2) + \frac{L_{\text{в}}}{\mu \xi_2^2}, \quad (4-19)$$

Величину μ можно представить

$$\mu = \frac{u}{c_0} = \frac{c_0}{n_{\text{пр}}} = \frac{c_0}{n_{\text{пр}}} \quad (4-20)$$

При испытании компрессора следует считать известными $\eta_{\text{пр}}$, $L_{\text{в}}$, μ , $n_{\text{пр}}$, G , из конструктивных размеров известны ξ_2 , ξ_1 .

Величину μ можно изменить по числу лопаток крыльчатка компрессора, угол α_3 — по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{G_0}{\pi D_2 b_1 u_2} = \frac{G_0}{\pi D_2 b_1 u_2}, \quad (4-21)$$

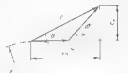
где u_2 — ширина лопатки на выходе из крыльчатка (см. рис. 52);

v_2 — удельный объем воздуха в данном сечении;

c_0 — удельный объем воздуха на выходе из компрессора. Этот объем всегда меньше

объема v_2 .

Некоторая ошибка в определении α_3 не должна сказаться на результатах расчета, так как $\cos \alpha_3$ при малых α_3 очень близок к единице. Оценке подлежит и $\eta_{\text{пр}}$, на что было указано ранее, в Γ_1 .



Величину Γ_0 можно оценить по конструкции вихревой или направленной аппаратуры (см. рис. 52) при известном секундном расходе воздуха G .

Рис. 58. Схема течения в щелевом диффузоре

Остановимся теперь на определении $\eta_{\text{в}}$. При небольшой разности ($D_2 - D_1$), соответствующей $\frac{D_2}{D_1} \xi_2 = 0,85, 0,95$, можно подсчитать коэффициент полезного действия этого щелевого диффузора по известной формуле

$$\eta_{\text{в}} = \frac{1}{\frac{r_2}{r_1} \frac{D_2}{D_1} \frac{1}{\cos^2 \alpha_3}} = \frac{1}{\frac{r_2}{r_1} \frac{D_2}{D_1} \frac{1}{\cos^2 \alpha_3}}, \quad (4-22)$$

Таким образом мы считаем жидкость несжимаемой. Изменением угла α_3 по радиусу пренебрежем.

Уравнение Бернулли из участка $D_2 - D_1$ (или $r_2 - r_1$) для элемента dr

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}, \quad (4-22)$$

где $2b_2$ — гидравлический диаметр щелевого диффузора,

$$\omega^2 = c^2 + u^2 - 2uc \cos \alpha_2 \quad (\text{рис. 58}),$$

ω — окружная скорость диска воздушной турбины,
 c — абсолютная скорость воздуха в шелевом диффузоре;
 $\lambda_{\text{тр}}$ — коэффициент сопротивления в трубах, его следует отнести к начальному участку трубы с тем, чтобы эта величина была меньше, чем для развитого турбулентного течения. Принимая эту величину, скажем, по Никурадзе, мы тем самым уменьшаем работу трения и уменьшаем η_1 .

$\frac{dr}{\sin \beta}$ — элемент относительного пути воздуха по шелевому диффузору

Считая ширину диффузора $b_2 = \text{const}$ и $c_{u1} = \text{const}$, что соответствует $\alpha = \text{const}$, получаем

$$c = \frac{c_a}{\cos \alpha_2} = \frac{c_{a2} r_2}{r \cos \alpha_2} = \frac{r_2 c_{a2}}{r}$$

Уравнение Бернулли имеет вид

$$\frac{dr}{r} = \frac{dc^2}{2} + \frac{\lambda_{\text{тр}}}{2b_2} \left[\frac{\mu^2 \omega^2 r_2^2}{r^2 \cos^2 \alpha} + \omega^2 r^2 - 2\omega_0 \mu c_{a2} r_2 \right] \frac{dr}{2 \sin \beta}.$$

Угол β (см. рис. 58) меняется с изменением r по формуле

$$\lg \beta = \frac{c_u}{c_a} = \frac{\lg \alpha_2}{\frac{n_0}{\mu} \left(\frac{r}{r_2} \right)^2} \quad (4-23)$$

В первом приближении примем угол $\beta = \text{const}$, тогда после интегрирования уравнения Бернулли получим

$$\frac{p_2 - p_3}{\rho} = \frac{c_2^2 - c_3^2}{2} - \frac{\lambda_{\text{тр}}}{4b_2 \sin \beta} \left[\frac{\mu^2 \omega^2 r_2^2}{\cos^2 \alpha_2} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_2^2} \right) + \frac{\omega_0^2}{2} (r_2^2 - r_1^2) - 2\omega_0 \mu c_{a2} r_2 (r_2 - r_1) \right]$$

Отсюда по формуле (4-22) определим η_2

$$\eta_2 = 1 - \frac{\lambda_{\text{тр}} r_2 \cos^2 \alpha_2}{2b_2 (1 + \xi_2 \mu^2 \omega^2 r_2^2)} \left[\frac{\mu^2 \xi_2}{\cos^2 \alpha_2} + \frac{n_0^2}{3\xi_2^2} \times \right. \\ \left. \times (1 + \xi_2 + \xi_2^2) - 2\mu \omega_0 \right], \quad (4-24)$$

$$\text{где } c = \frac{c_a r_2}{r}$$

Из формулы (4-23) определяем углы β_2 и β_3

$$\lg \beta_2 = \frac{\lg \alpha_2}{\frac{n_0}{\mu}}, \quad \lg \beta_3 = \frac{\lg \alpha_2}{\frac{n_0}{\mu} \xi_2^2} \quad (4-25)$$

В формулу (4-24) следует подставить

$$\beta = \beta_2 + \beta_3$$

Мы приняли угол $\beta = \text{const}$. Ошибка в определении вычитаемого в формуле (4-24) при следующих данных $n_0 = 0,35$, $\xi_2 = 0,85$, $\mu = 0,87$, $\cos \alpha_2 = 0,98$ ($\alpha_2 \approx 12^\circ$) составляет около 3% в сторону увеличения.

Оценим теперь другое наше допущение, а именно $\alpha = \text{const}$.

Если при течении вязкой несжимаемой жидкости вращающаяся стенка s , меняется обратно пропорционально радиусу, то c_u , естественно, уменьшается, угол $\alpha_2 = \arctg \frac{c_u}{c_a}$ увеличивается с увеличением радиуса. При этом, как видно из формулы (4-23), увеличивается угол β , а следовательно, уменьшается работа трения воздуха о стенки шелевого диффузора. Количественное соотношение получим, применяя теорему о моменте количества движения. Касательное напряжение сил трения τ получим, рассматривая равновесие массы воздуха (жидкости) в трубе с гидравлическим диаметром $d_h = 2b_2$, длиной l и коэффициентом сопротивления $\lambda_{\text{тр}}$. Уравнение равновесия имеет вид

$$(p_2 - p_3) \frac{\omega d_h^2}{4} = \tau \lambda_{\text{тр}} l$$

С другой стороны,

$$\frac{p_2 - p_3}{\rho} = \tau \frac{l}{d_h} \frac{\omega^2}{g}$$

Из этих двух уравнений исключим τ

$$\tau = \lambda_{\text{тр}} \rho \frac{\omega^2}{8} \quad (4-26)$$

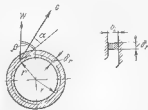


Рис. 58 Жидкое кольцо во вращающихся стенках

Снова принимаем $\beta = \text{const}$, но в данном случае погрешность будет больше, так как функция $\lambda_{\text{тр}}$ меняется более круто, чем функция $\sin \beta$, входящая в выражения (4-24).

После интегрирования уравнения (4-28) в пределах от r_2 до r_1 получаем

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} - \frac{\lambda_{\text{тр}} (c_2 r_2)^2 \sin^2 \beta}{8 n^3 \beta} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}$$

Учитывая что $c_{r1} = c_{r2}$ и $\alpha_2 = \mu \alpha_1 \tan \alpha_0$, $c = \frac{c_2 r_2}{r} = \frac{\mu \alpha_2 r_2}{r \cos \alpha}$ и формулу (4-22), определяем η_1

$$\eta_1 = 1 - \frac{\lambda_{\text{тр}} (c_2 r_2)^2 \sin^2 \beta}{8 n^3 \beta} \left(\frac{r_2}{r_1} - \frac{r_2}{r_1} \right) \left(\frac{r_2}{r_1} - 1 \right) \frac{r_2}{r_1}$$

после сокращений имеем

$$\eta_1 = 1 - \frac{\lambda_{\text{тр}} (c_2 r_2)^2 \sin^2 \beta}{8 n^3 \beta} \quad (4-29)$$

Неточность в формуле (4-29) сводится к тому что вместо интеграла

$$J_1 = \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2 \sin^3 \beta}$$

в подынтегральной величине

$$J_2 = \frac{1}{\sin^3 \beta \cos \beta} \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2}$$

причем угол β определяется по формуле (4-23), а угол $\beta_{\text{ср}}$ — по формуле

$$\beta_{\text{ср}} = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

Для тех же условий, какие мы применяли, получим $J_1 = 2,96$ и $J_2 = 2,7$ и 0,91. Если J_1 определена по правилу трапеций. Однако, как оказало влияние уменьшения угла β на J_1 и J_2 в формуле (4-28), вычисление уменьшается на 11%. Тогда общий коэффициент η_1 для $\mu = 0,35$, $\epsilon_2 = 0,85$, $\mu = 0,87$, $\lambda_{\text{тр}} = 0,033$, $\alpha_2 = 12^\circ$ получим значение $\eta_1 = 0,91$ по формуле (4-29) и 0,80 по формуле (4-28). Погрешность его вычисления составляет 10-20%, то есть погрешность в определении η_1 достигает порядка 5-10%. Естественно, при других параметрах (μ , ϵ_2 , μ , $\lambda_{\text{тр}}$) могут получаться

и другие отклонения по сравнению с η_1 , но можно сказать что формулы (4-24) и (4-29) дают достаточную для практических расчетов $\epsilon_2 = 0,85$ $\epsilon_0 = 0,35$ $\mu = 0,4$ Формула (4-29) получена Р. А. Янсоном [Л.13], но точность ее не проанализирована

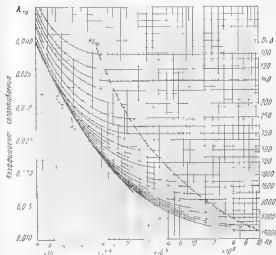


рис. 60. Коэффициент трения $\lambda_{\text{тр}}$ для труб в функции от числа Re и шероховатости

Для проверки рекомендуется высчитать η_1 по формулам (4-24) и (4-29), отбросив α по формуле (4-29) после

Как указано выше, значение $\lambda_{\text{тр}}$ должно быть несколько меньше, чем оно получается для труб при развитом турбулентном течении

По Блазиусу для гладких труб

$$\lambda_{\text{тр}} = \frac{0,046}{Re^{0,2}} \quad \text{при } Re \leq 10^5$$

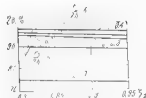


Рис. 6. Зависимость η_d от Re для разных Δ/d по формуле (4-24)

миллиметров так же, как и d . Для гладких стенок $\Delta = 0,05 - 0,01$ мм

На рис. 60 можно видеть, что при $Re = 5 \cdot 10^5$ и $\frac{\Delta}{d} = 1000$ $\lambda_{\text{гидр}} = 0,02$ (в крайнем случае $\lambda_{\text{гидр}} = 0,02 - 0,03$), и нельзя согласиться с величиной $\lambda_{\text{гидр}} = 0,06 - 0,1$, которую приводит Р. А. Янсон. На рис. 61 приведена зависимость η_d от Re для разных Δ/d , рассчитываемая формулой (4-24).

ТРЕНИЕ ДИСКА О ВОЗДУХ В ТУРБИННОМ КОМПРЕССОРЕ

В Эксперт приводит формулу Стодола для мощности трения диска центробежного колеса о воздух

$$N_{\text{тр}} = \beta D_2^5 \omega^2 \gamma$$

и для коэффициента β дает значения

$$\beta = (1,1 - 1,2) \cdot 10^{-6}$$

При вращении крыльчатки расположенной между дисками воздушной турбины, картина существенно изменится. Действительно, воздух, увлекаемый лопатками крыльчатки, подтормаживается дисками воздушной турбины и, в свою очередь, тормозит крыльчатку совершая отрицательную работу на крыльчатке $L_{\text{кр}}$. С другой стороны, за счет трения воздуха о диски турбины она разгоняется. При этом совершается положительная работа на воздушной турбине $L_{\text{в}}$. Разность работ $L_{\text{кр}} - L_{\text{в}}$ расходуется на подогрев воздуха, проходящего через крыльчатку.

Таким образом, при работе турбинного компрессора имеются следующие виды потерь мощности на трение

1. $N_{\text{трк}}$ — мощность трения на крыльчатке,
2. $N_{\text{трв}}$ — мощность трения на воздушной турбине,
3. $N_{\text{гр}}$ — мощность трения, идущая на нагрев воздуха, проходящего через ступень турбинного компрессора

В условиях турбинного компрессора масла Рен-чольдса Re получаются достаточно большими, поэтому необходим учет шероховатости, поскольку мы попадаем в область, где $\lambda_{\text{гидр}}$ уже не зависит от Re . На рис. 60 [1, 4] дан график $\lambda_{\text{гидр}}$ в зависимости от Re и шероховатости $\frac{\Delta}{d}$, где Δ

эквивалентная шероховатость, измеряется в миллиметрах так же, как и d . Для гладких стенок $\Delta = 0,05 - 0,01$ мм

На рис. 60 можно видеть, что при $Re = 5 \cdot 10^5$ и $\frac{\Delta}{d} = 1000$ $\lambda_{\text{гидр}} = 0,02$ (в крайнем случае $\lambda_{\text{гидр}} = 0,02 - 0,03$), и нельзя согласиться с величиной $\lambda_{\text{гидр}} = 0,06 - 0,1$, которую приводит Р. А. Янсон. На рис. 61 приведена зависимость η_d от Re для разных Δ/d , рассчитываемая формулой (4-24).

Кроме этих трех компонентов «внутренних» потерь мощностей на трение имеют

4. $N_{\text{трн}}$ — мощность трения во вращении поверхностей дисков воздушной турбины; эта мощность также идет на нагрев воздуха, проходящего через ступень компрессора

$$N_{\text{трн}} = 0,736 \beta D_2^5 \omega^2 \rho_0 = 0,1472 D_2^5 \left(\frac{n_{\text{вр}}}{1000} \right)^3 \rho_0 \quad (4-30)$$

где $\beta = 1,15$, $\omega = \frac{\pi D_2 n_{\text{вр}}}{60}$ (все обозначения см. рис. 52 и 53)

Для получения $N_{\text{трк}}$, $N_{\text{трв}}$ и $N_{\text{гр}}$ определим момент сил трения на «крыльчатке». Для этого рассмотрим систему «крыльчатка — воздушная турбина» вращение с оборотами $n_{\text{вр}}$ но в обратную сторону. Тогда воздушная турбина остановится, а крыльчатка станет вращаться с оборотами $(n_{\text{вр}} - n_{\text{в}})$, причем относительное движение воздушной турбины и крыльчатки не изменится. В таком положении мощность трения на крыльчатке $N_{\text{трк}}$ можно выразить формулой Стодола

$$N_{\text{трк}} = 0,1472 D_2^5 \left(\frac{n_{\text{вр}} - n_{\text{в}}}{1000} \right)^3 \gamma_0 \lambda_{\text{гидр}}$$

а момент сил трения $M_{\text{тр}}$

$$M_{\text{тр}} = \frac{N_{\text{трк}}}{\omega_{\text{вр}} - \omega_{\text{в}}} = \frac{30 N_{\text{трк}}}{\pi (n_{\text{вр}} - n_{\text{в}})}$$

Зная момент $M_{\text{тр}}$, можем подсчитать $N_{\text{трк}}$

$$N_{\text{трк}} = M_{\text{тр}} \omega_{\text{вр}} = \frac{M_{\text{тр}} \pi n_{\text{вр}}}{30} = N'_{\text{трк}} \frac{n_{\text{вр}}}{n_{\text{вр}} - n_{\text{в}}}$$

Подставляем в последнюю формулу выражение для $\lambda_{\text{гидр}}$

$$\lambda_{\text{гидр}} = 0,1472 D_2^5 \left(\frac{n_{\text{вр}} - n_{\text{в}}}{1000} \right)^2 \frac{n_{\text{вр}}}{1000} \rho_0$$

После некоторых преобразований получаем

$$N_{\text{трк}} = 0,1472 D_2^5 \left(\frac{n_{\text{вр}}}{1000} \right)^3 (1 - n_{\text{в}}^2) \rho_0 \quad (4-31)$$

Момент $M_{\text{тр}}$ будет действовать и на ствении воздушной турбины, следовательно,

$$N_{\text{трв}} = 0,1472 D_2^5 \left(\frac{n_{\text{вр}}}{1000} \right)^3 n_{\text{в}} (1 - n_{\text{в}}^2) \rho_0 \quad (4-32)$$

$$N_{\text{т}} = N_{\text{н}} - N_{\text{в}} = 0,1472 D_1^5 \left(-\frac{a_{\text{вД}}}{1000} \right)^3 (1 - n_{\text{в}})^2 \rho_{\text{в}} \quad (4-33)$$

Таким образом, мощность трения можно определить.

УЧЕТ ПЕРЕТЕКАНИЯ ЧЕРЕЗ ЛАБИРИНТ

Как видно из рис. 52, воздух может перетекать из камеры воздушной турбины через лабиринт в всасывающую часть. За счет смещения всасываемого воздуха $G_{\text{в}}$ с перетекания через лабиринт 10 воздухом $G_{\text{д}}$ температура T_0 (см. рис. 53) увеличится и станет равной $T_{0\text{н}}$.

$$G_0 T_0 + G_{\text{в}} T_{\text{в}} = (G_0 + G_{\text{в}}) T_{0\text{н}}$$

Обозначим $\frac{G_{\text{в}}}{G_0} = g_{\text{л}}$, тогда

$$T_{0\text{н}} = \frac{T_0}{1 + g_{\text{л}}} + \frac{g_{\text{л}}}{1 + g_{\text{л}}} T_{\text{в}} \quad (4-34)$$

Перетекание в двух направлениях воздух ухудшает работу компрессора с одной стороны, увеличивается затрачиваемая работа, так как сжимается $(G_{\text{н}} + G_{\text{в}})$ воздуха, а поступает в сеть лишь $G_{\text{в}}$ с другой стороны, в рабочее колесо поступает более нагретый воздух ($T_{0\text{н}}$ вместо T_0), и это приводит к тому, что $\pi_{\text{н}} = p_{\text{в}}$ становится меньше при одной и той же работе сжатия.

Если H — избыточный напор при отсутствии перетекания

$$H = \epsilon_p T_0 \frac{p_{\text{в}}}{p_0} \ln \frac{p_{\text{в}}}{p_0} \quad m = \frac{k}{k-1}$$

а $H_{\text{д}}$ — напор при перетекании

$$H_{\text{д}} = \epsilon_p T_{0\text{н}} \left[\left(\frac{p_{\text{в}}}{p_0} \right)^{\frac{1}{k-1}} - 1 \right]$$

то с большой точностью (при $g_{\text{л}}$ можно считать, что

$$\frac{H}{H_{\text{д}}} \approx \frac{T_0}{T_{0\text{н}}} \quad (4-35)$$

Коэффициент полезного действия компрессора, а с учетом перетекания

$$\eta_{\text{вн}} = \frac{H_{\text{н}}}{\epsilon_p T_{0\text{н}} \left(\frac{p_{\text{в}}}{p_0} \right)^{\frac{1}{k-1}} - T_{0\text{н}}}$$

В выражение для $\eta_{\text{вн}}$ подставляем $H_{\text{н}}$ из формул (4-34) и (4-35)

$$\eta_{\text{вн}} = \frac{H}{\epsilon_p (T_{\text{в}} - T_0)} \frac{1}{(1 + g_{\text{л}}) \left(\frac{1}{1 + g_{\text{л}}} + \frac{g_{\text{л}}}{1 + g_{\text{л}}} \frac{T_{\text{в}}}{T_0} \right)}$$

отсюда окончательно получаем

$$\eta_{\text{вн}} = \frac{\eta_{\text{в}} T_{\text{в}}}{1 + g_{\text{л}} \frac{T_{\text{в}}}{T_0}} \quad (4-36)$$

где $\eta_{\text{в}}$ — к. п. д. при отсутствии перетекания

Отношение $T_{\text{в}}/T_0$ вполне можно заменить отношением $T_{\text{в}}/T_{\text{в}}$. Если перетекание из середины лабиринта воздух отвести наружу, тогда $T_{\text{в}}/T_0 = 1$ и $H_{\text{д}} = H$. Но такой отвод выгоден лишь в первой ступени.

Значение $G_{\text{в}}$ можно подсчитать по формуле Стодола

$$G_{\text{в}} = \mu_{\text{л}} l_{\text{л}} \sqrt{\frac{(p_{\text{в}}^2 - p_0^2)}{2kT_{\text{в}}}} \quad (4-37)$$

где $l_{\text{л}}$ — число лабиринтов,

$\mu_{\text{л}}$ — коэффициент расхода, зависит от формы лабиринта

Следует отметить, что все рассуждения ведутся в предположении, что гидравлика проточной части компрессора не изменится. Это в некоторых случаях вполне допустимо.

С чисто термодинамической точки зрения интересно заметить, что $\eta_{\text{вн}}$ можно записать так

$$\eta_{\text{вн}} = \frac{H_{\text{н}}}{T_{0\text{н}}}$$

где $T_{0\text{н}}$ — температура, измеренная при испытании, при условии что $G_{\text{в}}$ не отводится.

Если же $G_{\text{в}}$ отводится, то оценивать к. п. д. компрессора по показаниям манометра и термометров нельзя, нужно знать величину $G_{\text{в}}$.

При отводе $G_{\text{в}}$ наружу $\eta_{\text{вн}}$ подсчитанный по измеренным параметрам $p_{\text{в}}$, p_0 , $T_{\text{в}}$, $T_{0\text{н}}$ не зависит от величины $G_{\text{в}}$ (конечно, с оговоркой, что $\eta_{\text{в}}$ зависит от $G_{\text{в}}$ пренебрежимо мало). В формуле (4-34) не учитываем изменение скорости основного потока за счет смешения с утечками $G_{\text{в}}$. В противном случае температура $T_{0\text{н}}$ увеличивается меньше, чем на 0,1% при скорости порядка 100 м/сек (после неподвижного направляющего аппарата 4, см. рис. 52) и $g_{\text{л}} \approx 5\%$. Лишь в очень редких случаях можно ожидать $g_{\text{л}} \approx 5\%$, как правило, $g_{\text{л}} = 1 \pm 2\%$.

Теперь определим мощность на валу крыльчатки $N_{кр}$ и мощность на валу воздушной турбины $N_{вт}$ с учетом трения дисков о воздух и перетекания воздуха.

По формуле (4-19) получаем работу на валу крыльчатки, пропорциональную $L_{кр}$:

$$J_{кр} = J_0 + L_{кр} \tau$$

За счет перетекания эта работа увеличится в $(1 + g_0)$ раз, соответствующая этой работе мощность в сумме с мощностью трения $N_{тр}$ составляет мощность компрессора

$$N_{кр} = G_0 (1 + g_0) J_{кр} = J_0 + L_{кр} \tau + N_{тр} \quad (4-38)$$

Аналогично мощность воздушной турбины

$$N_{вт} = G_0 (1 + g_0) L_{вт} \tau + N_{тр} = N_{кр} \quad (4-39)$$

Мощность, идущая на сжатие воздуха, будет равна разности $N_{кр} - N_{тр}$ (без учета механических потерь)

$$N_{сж} = G_0 (1 + g_0) (J_0 - J_0) + N_{кр} - N_{тр} = N_{кр}$$

Из формулы (4-33) находим $(N_{кр} - N_{тр})$, из (4-30) — $N_{кр}$ и под считываем повышение температуры воздуха за счет этого трения

$$\Delta T = \frac{G_0 (N_{кр} - N_{тр})}{(1 + g_0) G_0 c_p}$$

Таким образом, вместо температуры T_k (рис. 53) на выходе из компрессора получим температуру $T_k + \Delta T$. Так как нагретый воздух приближается к температуре окружающей среды, то можно считать, что давление воздуха не изменится и затраты работы возрастает, потому что η компрессора уменьшится

$$\eta_{кр} = \frac{N_{сж}}{N_{кр}} = \frac{N_{кр} - N_{тр}}{N_{кр}} = \frac{\eta_k}{\left(1 + \frac{T_k}{T_0}\right) \left[1 + \frac{(N_{кр} + N_{тр})}{(1 + g_0) G_0 c_p T_0}\right]} \quad (4-40)$$

где $\eta_{кр}$ — определена по формуле (4-36)

В формуле (4-40) не учитывается трение в подшипниках, приводов вспомогательных агрегатов, это можно учитывать по мощности аналогично так как мы считаем свободный режим механически $\eta_{кр}$ в пределах 90-95%, тогда $\eta_{кр}$ практически составляет для крупных машин 99,5-99,7%

Формула (4-40) действительно и для обычной схемы преобразования компрессора, но только следует учесть, что $N_{кр}$ — компрессора в формуле (4-40) получить $\eta_{кр}$ от $N_{кр}$. Дело в том, что в обычной схеме работы этот воздух из турбины

стоят лопатки диффузора, работу которого обычно оценивают по к. п. д. дополнительного диффузора $\eta_{д.д.}$ (см. рис. 53)

$$\eta_{д.д.} = \frac{T_4 - T_3}{T_4 - T_2} = \frac{J_4 - J_3}{c_p (T_4 - T_2)}$$

Так как в обычной схеме $N_{кр} = 0$, то $\alpha_4 = c_2$, $c_4 = \alpha_4$ и, следовательно, $\xi = c_4$ и формула (4-6) принимает вид

$$N_{кр} = J_4 = \frac{c_4^2}{2} = \frac{\psi^2}{2} \frac{L^2}{\psi^2}$$

поскольку весь пьезометрический напор получается лишь за счет скоростного напора. Из двух последних выражений следует,

$$\eta_{кр} = \frac{c_4^2}{2} = \frac{c_4^2}{2} = \frac{\psi^2}{2} \frac{L^2}{\psi^2}$$

после преобразований получаем связь между $\eta_{д.д.}$ и ψ

$$\psi^2 = \frac{2}{\eta_{д.д.} (1 + \frac{L^2}{\psi^2})} \quad (4-41)$$

или $\eta_{д.д.}$ от ψ

$$\eta_{д.д.} = \frac{\psi^2}{\psi^2 + L^2} \quad (4-42)$$

§ 2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ КОМПРЕССОРА ПО ДАННЫМ Б. ЭККЕРТА

В качестве примера по применению изложенной методики проанализируем результаты испытаний одноступенчатого компрессора, приведенные в книге Б. Эккерта [15]. На рис. 62 показан этот компрессор и его рабочее колесо, имеющие 16 лопаток и $\delta = 0,53$ — отношение диаметра всасывания к наружному диаметру. На рис. 63 приведена характеристика компрессора, а на рис. 64 даны размеры диффузора и показаны точки замера давлений. На рис. 65 приведены графики статических давлений в указанных точках для режимов

$\alpha_2 \sqrt{T_0} = 27$ и $\frac{G \sqrt{T_0}}{p} = 75,8$ при $T_0 = 296^\circ \text{K}$ и $p_0 = 190 \text{ мм рт. ст.}$ На рис. 66 показаны изобары в канале диффузора

Рабочий режим показанный на рис. 65

Находим $\alpha_2 \sqrt{T_0} = 27$, $T_0 = 296 \text{ м/сек}$, $\alpha_2^2 = 216 \text{ км/сек}$, $G = 718,190$

$\approx 0,835 \text{ кг/сек}$

Определим мощность сжатия (без учета механических потерь из рис. 63 находим $N_{\text{ад}} = T_3 50,8 = 14500 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с} = 46,0 \text{ кдж/с}$; учитывая $\eta_{\text{ад}} = 0,802$, получим действительную работу $N_{\text{д}} = \frac{46,0}{0,802} = 182,1 \text{ кдж/с}$

Внутренняя мощность сжатия

$$N_1 = GH_0 = 0,835 \cdot 182,1 = 152 \text{ л.с.}$$

Для $N_{\text{д}}$, находим температуру в конце сжатия T_5^*

$$T_5^* = T_0 + \frac{H_1}{c_p} = 276 + \frac{182,1}{0,004} = 477,2^\circ \text{К},$$

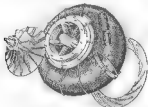


Рис. 62. Радиальный компрессор фирмы «Турбомекс»

где $c_p = 0,24 \text{ ккал/кг} \cdot \text{град} = 1,004 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град}$, $\frac{c_p}{R} = k = 1,4$ [Л 16, стр. 364]

Эту же температуру T_5^* можно найти, приняв отношение

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_5^*}{p_1} = \pi_{\text{с}} = 4,1 \text{ и } \eta_{\text{ад}} = 0,802,$$

$$T_5^* = T_0 \cdot \pi_{\text{с}}^{\frac{k-1}{k}} = 276 \cdot 4,1^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 478^\circ \text{К}$$

Некоторую ошибку в определении T_5^* можно объяснить неточностью от деления размеров по чертежу (для определения $N_{\text{ад}}$, $\eta_{\text{ад}}$) и предельной точностью расчетов на 25-сантиметровой линейке. Примем $T_5^* = 478^\circ \text{К}$, этой температуре соответствует так называемое безразмерное теплосодержание I_5^*

$$I_5^* = \frac{T_5^* c_p}{\alpha_0^2} = \frac{478 \cdot 1,004}{2,6} = 183,3$$

Оценим теперь мощность трения рабочего колеса о воздух. Для этого возьмем коэффициент отставания потока $\mu = 0,79$ для числа Лопатки $z = 16$ [Л 16, рис. 3.9]. Эту величину придется далее уточнить. Применяем формулу (4-)

$$\alpha_2 - \alpha_0 = \mu \left[1 - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} + \alpha_0 \frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{\Gamma_2} - \frac{\mu}{2 \cos^2 \alpha_2} \right]$$

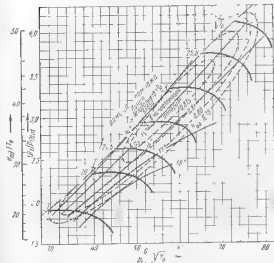


Рис. 63. Характеристики радиального компрессора с $T_0 = 276^\circ \text{К}$ и $\alpha_0 = 14^\circ$ для вращающегося вала, α_0 — окружная скорость, G — расход, ρ — плотность на входе, T_0 — температура

где $\alpha_0 = 14^\circ$, так как компрессор обычный центробежный $\alpha_2 = 14^\circ$ [Л 16, стр. 39].

Примем предварительно $\Gamma_1 = 0$ (закрутка потока на входе), при этом

$$I_2 = 1,375 = 0,79 \left[1 - \frac{0,79}{1,88} \right] = 0,458, \quad I_2 = 1,375 \pm 0,458 = 1,833,$$

где $I_2 = 1,833$ — величина безразмерного теплосодержания на выходе из рабочего колеса. Температура T_2 здесь

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 10, \text{ К}$$

Также ориентировочно примем $\eta_{\text{пр}} = 0,9$ (далее уточним эту л.фр.) тогда давление p_2 здесь

$$p_2 = p_1 + (p_2 - p_1) \eta_{\text{пр}} = 787 \cdot T_2 = 354^\circ \text{ К (см рис. 53)}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{384}{295}^{1,4} = 2,5,$$

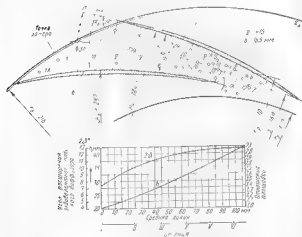


Рис 64 Характеристика направленного аппарата

т.е. $p_1 = 0,253 \text{ бар} \pm 190 \text{ мм рт.ст.}$, то $p_2 = 0,633 \text{ бар}$

По T_2 и p_2 найдем плотность воздуха ρ_2

$$\rho_2 = \frac{p_2}{R T_2} = \frac{0,633 \cdot 10^5}{287 \cdot 354} = 0,600 \text{ кг/м}^3$$

а затем мощность трения диска [Л. 16, стр. 809]

$$N_k = 0,9 \cdot 0,88 \cdot \mu^2 D^3 \rho \cdot 10^{-6} = 0,845 \cdot 0,600^2 \cdot 0,904 \cdot 0,56 = 4,33 \cdot 10^{-6}$$

Если принять $\eta_{\text{пр}} = 0,85$ то $N_k = 3,98 \text{ мВт}$. Отметим что более точное определение $\eta_{\text{пр}}$ является одной из задач данного анализа. Зная N_k , можно определить η_k по формуле (4-50) при $G_{\text{пр}} = 0$

$$\eta_k = \eta_{k0} \left(1 + \frac{N_k}{G_{\text{пр}} T_5 - T_{\text{пр}}} \right) = 0,802 \left(1 + \frac{4,33}{0,835 \cdot 1,004 \cdot 182} \right) = 0,802 (1 + 0,0284) = 0,825$$

Если бы не было трения диска, то температура T_5 была бы меньше на величину подогрева воздуха за счет этого трения

$$T_5 = T_6 + \frac{N_k}{G_{\text{пр}}} = 4,8 + 1,92 = 473^\circ \text{ К}$$

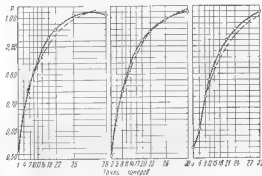


Рис 65 Сравнение измеренных и расчетных значений статического давления в различных точках

Соответствующее ей безразмерное теплосодержание μ_0

$$\mu_0 = \frac{4,33 \text{ Вт}}{2 \text{ Г}} = 2,165$$

По формуле (4-5)

$$\mu_0 = \frac{1}{\eta_k} \left(1 - \frac{1}{\eta_k} \right)$$

При $\mu = 0,79$, $\Gamma_1 = 0$ и известных i_0 и i_6 должно получиться тождество, откуда

$$i_0 = 0,824, \quad \mu \left(1 - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} \right) = 0,79,$$

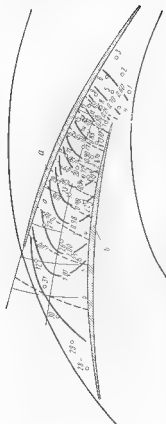


рис. 1. — Схема компрессора с радиальными лопатками. Аппарат при безударном входе

т. е. тождества не получилось. Следовательно, если считать опыты достаточно точными, то какие-то принятые нами допущения ошибочны. Проанализируем их.

1. Мы приняли $\Gamma_1 = 0$; случай $\Gamma_1 < 0$ маловероятен, так как и при $\Gamma_1 = 0$ число Маха M на входе уже достигает значения 0,9. Тем не менее, если допустить $\Gamma_1 < 0$, то удовлетворить формулу (4-19) можно только при $\Gamma_1 = -0,937$, т. е. закрутка потока должна быть против направления вращения и $M = \frac{v_1}{a} \approx 0,94$ на входе в колесо.

2. Мы приняли $\mu = 0,79$ (по Энкерту). Другие авторы принимают иное значение μ . Так, проф. П. К. Казанджан предлагает формулу, которая близко сходится с другой формулой Энкерта в которой он учитывает трение в межлопаточном канале [Л. 16, формула 45а..

$$\mu = \frac{2\pi}{\pi + \frac{D_{op}}{D_0}} = 0,86.$$

где $D_{op} = \frac{D_1 + D_0}{2}$

В нашем случае $D_{op} = 131$ мм. Если мы примем $\mu = 0,86$, то формула (4-19) удовлетворится уже при $\Gamma_1 > 0$. В данном случае $\Gamma_1 = 0,048$ ($\mu = 0,86$), что более вероятно, чем $\Gamma_1 < 0$. Значение $\Gamma_1 = 0,86$ хорошо согласуется с теоретической величиной [Л. 17].

3. Мы приняли по Энкерту в формуле для трения диска коэффициент $\beta = (0,81 \div 0,88)$. В литературе по этому параметру также имеются различные данные. Так, для полузакрытых колес приводятся цифры $\beta = (2,58 \div 3,68)$ [Л. 13]. Если увязывать формулу (4-19) лишь по этому показателю, создавая $\Gamma_1 = 0$ и $\mu = 0,79$, то β должен быть равен соответственно 1,795, а не 0,845, как мы приняли.

По рис. 62 трудно допустить, что компрессор был выполнен с закруткой потока на входе, т. е., видимо, $\Gamma_1 = 0$. Такое предположение косвенно подтверждается тем, что компрессор [Л. 16 стр. 348—353] имеет исходные размеры, очень близкие к размерам рассматриваемого компрессора, и в расчетах принято $\Gamma_1 = 0$.

Погрешность, которая получается при вычислениях по формуле (4-19) в результате произвольного задания Γ_1 , разобьем пополам и одну часть отнесем к погрешности оценки μ и считаем $\mu = 0,845$, а другую часть — к погрешности оценки β ($\beta = 1,8$, вместо 0,845). При этих значениях формула (4-19) обратится в тождество.

Но возникает вопрос: насколько подсчеты с данными, приведенными на рис. 64, 65 и 66. Действительно, диаметр рабочего колеса равен 304 мм (радиус 152 мм). На рис. 64 ясно видно, что точки 1,

Фиг. 4 и 5) газы и сег. г. д.

$$R = \frac{1}{2} \cdot 2,462 \cdot 0,86 = 0,462 + 0,218 = 0,68$$

Получим, следовательно, диаметр колеса D_2 из уравнения (4-2), делая объем V_2

$$V_2 = \frac{R \cdot 375}{282} = 0,847 \text{ м}^3/\text{сек}$$

Оценим предварительно $c_{2r} = 0,87 \text{ м}^3/\text{сек}$, тогда по формуле (4-2),

$$\lg \alpha_2 = \frac{2,375 \cdot 0,87}{\pi \cdot 0,353 \cdot 0,0384 \cdot 383} = 0,1595$$

Средним скорость $c_{2r} = w_{2r}$ из уравнения расхода

$$c_{2r} = w_{2r} = \frac{2,375 \cdot 0,87}{\pi D_2 \beta_2 \lambda} = \frac{2,475 \cdot 0,847}{\pi \cdot 0,43 \cdot 0,0384} = 2$$

коэффициент, учитывающий возможный отрыв потока от стенок лопатки, принимаем $\beta_2 \approx 0,43$ (рис. 5). Этот коэффициент определяем как, показано ниже, методом последовательных приближений.

Взяв $\beta_2 = 0,43$, найдем скорость c_{2r} из формулы расхода и вычислим β_2 по формуле (4-13). Если β_2 окажется не совсем целым, то величина β_2 требует в дальнейшем уточнения.

$$\beta_2 = \frac{w_{2r}}{c_{2r}} = \frac{49}{120,5} = 0,4072$$

Из треугольника скоростей на выходе из воздушной турбины получим

$$c_{2r} = w_2 \cos \beta_2 + u_2 = 110 + 136,6$$

Используем формулу (4-18),

$$\frac{L_{2r}}{G_2} = \eta_r \mu_2 \left(1 - \frac{F_1}{F_2} \right) = \frac{c_{2r}}{c_{2r}} \cdot \frac{c_{2r}}{c_{2r}}$$

Компрессор был выбран с反动 квертзупертурбины (рис. 52), следовательно, для него $\mu_2 = 0,84$. Тогда из уравнения (4-18) вычислим коэффициент η_r как $\eta_r = 0,94$.

$$\mu_2 = 0,84 \cdot 0,94 = 0,7896$$

$$\mu = 0,84 + 0,431 = 1,27$$

Величину λ мы определим следующим образом: зададимся $\lambda = 0,8$, тогда

$$\mu = 1,27 \cdot \frac{0,348}{0,8} = 0,835$$

Для колеса с 16 лопатками такая величина λ может быть реальной. По известному значению λ найдем

$$c_{2r} = \mu_2 c_{2r} = 0,835 \cdot 383 = 320 \text{ м/сек}$$

Следовательно, диаметр колеса D_2 найдем по формуле (4-2), делая объем V_2

$$c_{2r} = c_{2r} \cdot \frac{c_{2r}}{c_{2r}} = 303 \text{ м/сек}$$

Из уравнения расхода на радиусе r_2 подставляем

$$c_{2r} = \frac{G_{2r}}{\pi D_2 \beta_2 \lambda} = \frac{2,977 \cdot 0,86}{\pi \cdot 0,375 \cdot 0,43} = 57,7 \text{ м/сек}$$

По c_{2r} и c_{2r} найдем β_2 по формуле (4-13)

$$\beta_2 = \frac{c_{2r}}{c_{2r}} = \frac{57,7}{303} = 0,190$$

определим предварительно α_2

$$\beta_2 \alpha_2 = \frac{0,1596}{\beta_2} = 0,1596$$

Далее находим $w_2 = 120,5 = 50,5 \text{ м/сек}$ и из треугольника на выходе в полуплоскости β_2 найдем $c_{2r} = 110,5 \text{ м/сек}$. Отсюда

$$\beta_2 = \frac{w_2}{c_{2r}} = \frac{120,5}{196} = 0,615$$

Теперь можно определить β_2 по формуле (4-14),

$$\beta_2 = \frac{\mu^2 \beta_2^2}{2 \cos^2 \alpha_2} \left(\frac{c_{2r}}{c_{2r}} + 1 \right) + 1 \left(\frac{c_{2r}}{c_{2r}} + 1 \right) \cdot 2 \lambda \sin \alpha_2$$

По формуле (4-13)

$$\beta_2 = \frac{c_{2r}}{c_{2r}} = 0,61 \cdot 0,33 = 0,20$$

Получим в итоге

$$\beta_2 = 2,43 - 0,065 = 2,365$$

Из значения β_2 можно получить из условия

$$\beta_2 = \frac{1}{\alpha_2} \left(\frac{c_{2r}}{c_{2r}} \right)^2$$

так как β_2 и α_2 известны, найдем c_{2r} по формуле (4-13). Процесс расхождения скоростей c_{2r} найдем по c_{2r} и c_{2r}

$$c_{2r} = \frac{49}{\lambda} = 61,3 \text{ м/сек}$$

и

$$c_{2r} = \frac{110}{\lambda} + 136,6 = 1,0 \text{ м/сек}$$

правильности наших допущений является величина $\Gamma_{\text{вн}}$, определенная ранее.

Рассмотрим элементарный поток, вызванный вихревым кольцом (рис. 69). Запиривающаяся область очень похожа по контуре на всасывающий патрубок компрессора (см. рис. 52). Если мы зеркально отобразим вихревое кольцо, то получим картину, показанную на рис. 70. Запиривающаяся область заметно меньше в осевом (z) направлении, она как бы сплюснута. Изменяя расстояние ($2z$) между вихревыми кольцами, можно в любой степени деформировать запиривающую область. Выбирая напряженность вихревого кольца (Γ_z), мы тем самым получаем определенный расход жидкости через

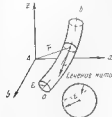


Рис. 71. Отрезок вихревой нити К выводу формулы Био-Савара



Рис. 72. Продольный разрез элемента вихревой нити



Рис. 73. Поперечное сечение вихревой нити К выводу формулы Био-Савара

сечению ab и определенный закон изменения осевой скорости c_z по радиусу. Если на этот поток, вызванный двумя вихревыми кольцами, наложить поток, вызванный бесконечно длинной вихревой нитью, совпадающей с осью z (Γ_z — ее напряженность), то в запиривающей области получим потенциальный поток с постоянной циркуляцией Γ_z . Любая частица жидкости в сечении ab , кроме осевой составляющей скорости c_z , получит окружную составляющую c_n (вокруг оси z), причем Γ_z будет равна либо Γ_z , либо Γ_z в зависимости от того, где находится рассматриваемая частица жидкости. Выполняя стечки всасывающего устройства по поверхностям торца, мы можем считать, что поле скоростей в сечении ab будет близко к теоретическому. Для определения поля скоростей нужно уметь находить скорости, вызванные вихревой нитью. Эта задача со времен Максвелла во всех языках решается одинаково. Мы разберем другой метод [Л. 18] определения поля скоростей в области вихревой нити.

Пусть имеется вихревая нить ab (рис. 71). Ее радиус ε — величина бесконечно малая. Циркуляция Γ по любому поперечному

сечению постоянна и не зависит от величины ε . Скорость на поверхности вихревой нити, нормальная к оси нити

$$c = \frac{\Gamma}{2\pi\varepsilon} \quad (4.42)$$

Направление вращения жидкости — по часовой стрелке, если смотреть от a к b . Обозначим символом S боковую поверхность нити, n — внутреннюю нормаль к ней, l — единичный вектор нормали, j — единичный вектор касательной к оси вихревой нити. Будем искать индуцированную скорость в начале координат (c_A), которая вызывается вихревой нитью.

По формуле Грина

$$c_A = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \left(c \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial n} \right) dS, \quad (4.43)$$

где r — расстояние от точки A до центра элемента поверхности dS , c — скорость этого центра элемента поверхности.

На рис. 72 плоскость векторов r , j совмещена с плоскостью торца. Вектор r идет из точки A в центр нормального сечения вихревой нити. На рис. 73 показан вид на нормальное сечение вихревой нити.

Элемент поверхности dS

$$dS = \varepsilon da dl,$$

угол α отсчитывается от плоскости r , j .

Скорость c может быть записана

$$c = \frac{\Gamma}{2\pi\varepsilon} [n, j], \quad (4.44)$$

где $[n, j]$ — векторное произведение единичных векторов $\bar{n}$ и $\bar{j}$.

Из формулы (4.43) имеем

$$c_A = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \left(c \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial n} \right) \varepsilon da \quad (4.45)$$

Пользуясь тем, что $r^2 = r^2$, определим $\frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r}$ и $\frac{\partial c}{\partial n}$

$$\frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial n} = -\frac{1}{r^2} \cos \alpha \quad (4.46)$$

Так как направление скорости не изменяется при перемещении по нормали, то вектор $\frac{d\vec{v}}{dt}$ будет совпадать с направлением скорости $\vec{v}$:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial \vec{v}}{\partial s} = -\frac{\vec{v}}{2\pi a^2} [\vec{n}, \vec{j}]. \quad (4-47)$$

Подставляя выражения (4-46) в (4-47) в формулу (4-45)

$$d\vec{c}_A = \frac{d\vec{l}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\vec{v}}{2\pi a} + \frac{\sin \theta \cos \alpha}{r^3} + \frac{1}{r_s} + \frac{\vec{v}}{2\pi a^2} \right) [\vec{n}, \vec{j}] ds, \quad (4-48)$$

где ds — расстояние dl элемента поверхности dS .

Разность между r и r_s — бесконечно малая величина. Поскольку в первом слагаемом выражения (4-48) ею можно пренебречь, то мы подставим в знаменатель вместо r^3 величину r_s^3 . Во втором слагаемом этой разностью пренебречь нельзя, так как величина $\frac{\vec{v}}{2\pi a}$ — бесконечно большая величина более высокого порядка, чем $\frac{\vec{v}}{2\pi a^2}$ — множитель в первом слагаемом. Из рис. 72 и 73 видно, что (с точностью до ϵ^2)

$$r_s = r - \epsilon \cos \alpha \sin \theta. \quad (4-49)$$

Единичный вектор $\vec{n}$ можно выразить через орты $\vec{i}, \vec{j}$ (см. рис. 73):

$$\vec{n} = -\vec{i} \cos \alpha - \vec{j} \sin \alpha. \quad (4-50)$$

Единичный вектор $\vec{j}$ является постоянным в пределах длины dl . Интеграл в формуле (4-48) разобьем на два и возьмем отдельно по каждому из слагаемых квадратные скобки — знак векторного произведения):

$$\left[-\frac{\sin \theta \vec{v}}{2\pi a^2} \int_0^{2\pi} \cos \alpha (1 \cos \alpha + \vec{j} \sin \alpha) d\alpha, \vec{j} \right] = -\frac{\Gamma \sin \theta}{2\pi a^2} [\vec{i}, \vec{j}]; \quad (4-51)$$

$$\left[\frac{\vec{v}}{2\pi a} \int_0^{2\pi} \frac{(\vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \sin \alpha) d\alpha}{r - \epsilon \sin \theta \cos \alpha}, \vec{j} \right] = I$$

Перепишем выражение для I в следующем виде

$$I = -\frac{\left[\vec{j} \int_0^{2\pi} \frac{(\vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \sin \alpha) d\alpha}{r - \epsilon \sin \theta \cos \alpha}, \vec{j} \right]}{2\pi a}$$

При $\epsilon \rightarrow 0$

$$I = 0$$

Рассчитаем эту поправку, считая как обычно по правилу Лопиталя, дифференцированием определенного интеграла по параметру (4):

$$I = \frac{\left[\vec{j} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta \cos \alpha (\vec{i} \sin \alpha + \vec{j} \cos \alpha) d\alpha}{r^2}, \vec{j} \right]}{2\pi} = -\frac{\Gamma \sin \theta}{2\pi a^2} [\vec{i}, \vec{j}].$$

Таким образом,

$$d\vec{c}_A = -\frac{d\Gamma \sin \theta}{4\pi a^2} [\vec{i}, \vec{j}] = \frac{\Gamma \sin \theta}{4\pi a^2} [d\vec{i}, d\vec{j}].$$

Учитывая что $\vec{r}$ — величина, лежащая в плоскости xy , и что $[\vec{r}, \vec{j}] = \sin \theta \vec{i}$, получаем формулу Био — Савара

$$d\vec{c}_A = \frac{\Gamma}{4\pi r^2} [\vec{r}, \vec{j}] d\vec{l} \quad (4-51')$$

ПОТОК, ВЫЗВАННЫЙ ВИХРЕВЫМ КОЛЬЦОМ

Применим формулу (4-51') к случаю круговой вихревой нити с направленностью $\vec{v} = 4\pi i$ (здесь $R = 1$). Нить лежит в плоскости xy , центр ее — в начале координат. Обозначим символами $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3$ орты по осям x, y, z , тогда векторное произведение $(\vec{r}, \vec{j})$ можно выразить таким определителем (рис. 74)

$$[\vec{r}, \vec{j}] = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{i}_2 & \vec{i}_3 \\ \cos(\theta + \alpha) - x & \sin(\theta + \alpha) - y & -z \\ \sin(\theta + \alpha) & \cos(\theta + \alpha) & 0 \end{vmatrix}. \quad (4-52)$$

Из формул (4-51) и (4-52) имеем следующие выражения для компонент скорости

$$\left. \begin{aligned} c_x &= \int_0^{2\pi} \frac{x \cos(\theta + \alpha)}{r^3} da = - \int_0^{2\pi} \frac{x}{r^3} \frac{\partial}{\partial x} r^2 da \\ c_y &= \int_0^{2\pi} \frac{y \sin(\theta + \alpha)}{r^3} da = \int_0^{2\pi} \frac{y}{r^3} \frac{\partial}{\partial y} r^2 da \\ c_z &= \int_0^{2\pi} \frac{z \cos(\theta + \alpha) \cos(\theta + \alpha) + \sin(\theta + \alpha) [\sin(\theta + \alpha) - y]}{r^3} da \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{z \cos^2(\theta + \alpha)}{r^3} da - \int_0^{2\pi} \frac{y \sin(\theta + \alpha)}{r^3} da \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

$$\left. \begin{aligned} dl &= dx, \quad dl^2 = d\zeta^2 + d\eta^2, \\ dl \cos(\Theta + \alpha) &= d\eta, \quad dl \sin(\Theta + \alpha) = -d\zeta, \\ r &= \sqrt{[\cos(\Theta + \alpha) - 1]^2 + [\sin(\Theta + \alpha) - \eta]^2 + \zeta^2}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

x, y, z — координаты точки A . Обозначим r — расстояние точки A от оси z и найдем проекцию скорости точки A на направление r [1, 19]

$$c_r = c_x \cos \Theta + c_y \sin \Theta = \int_0^{2\pi} \frac{x \cos \alpha}{r^3} d\alpha; \quad (4.53)$$

$$c_z = \int_0^{2\pi} \frac{1 - r \cos \alpha}{r^3} d\alpha = \int_0^{2\pi} \frac{(1 - r \cos \alpha) d\alpha}{1 + \rho^2 + z^2 - 2\rho \cos \alpha} \quad (4.54)$$

учитывая, что

$$x = r \cos \Theta \quad \text{и} \quad y = r \sin \Theta$$

Из формул (4) следует, что значения c_x, c_y и c_z удовлетворяют уравнению неразрывности

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0$$

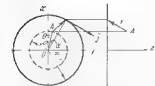


Рис. 74. Круговой вихревая нить радиуса $R=1$ и условно потенциально-стичи потока

$$\frac{\partial c_x}{\partial y} - \frac{\partial c_y}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial c_x}{\partial z} - \frac{\partial c_z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial c_y}{\partial z} - \frac{\partial c_z}{\partial y} = 0$$

Действительно, для первого равенства имеем

$$\partial \psi / \partial z = 0$$

По правилу дифференцирования определенного интеграла по параметру, так как x, y и z являются параметрами в интегралах формул (4),

$$\begin{aligned} & - \oint \frac{\partial^2}{\partial x \partial x} \left(\frac{1}{r} \right) d\eta + \oint \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{1}{r} \right) d\zeta + \oint \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \times \\ & \times \left(\frac{1}{r} \right) d\eta - \oint \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \left(\frac{1}{r} \right) d\zeta = 0 \end{aligned}$$

Для условия потенциальности

$$- \oint \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{1}{r} \right) d\eta - \oint \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(\frac{1}{r} \right) d\zeta =$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) d\eta + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) d\zeta \right\}$$

Учитывая то обстоятельство, что из формул (6)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) = - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{r} \right) \quad \text{и} \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) = - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{r} \right),$$

где

$$\zeta = \cos(\Theta + \alpha), \quad \eta = \sin(\Theta + \alpha)$$

получим (интегралы берутся по кругу R)

$$\frac{\partial c_x}{\partial y} - \frac{\partial c_y}{\partial x} = \oint \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{r} \right) d\zeta + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{r} \right) d\eta \right] = 0$$

Из формул (4—53) и (4—54) следует, что c_r и c_z не зависят от Θ , т. е. имеют осесимметричное отношение к оси симметрии z .

Для осесимметричного потока несжимаемой жидкости справедливы следующие уравнения неразрывности

$$\rho \frac{\partial c_x}{\partial x} + \rho \frac{\partial c_r}{\partial r} + c_r = 0, \quad \frac{\partial (\rho c_z)}{\partial z} + \frac{\partial (\rho c_z)}{\partial r} = 0 \quad (7)$$

Дифференциальное уравнение линии тока в плоскости, проходящей через z , имеет вид

$$+ c_r dz - c_z dr = 0. \quad (8)$$

Если уравнение (8) умножим на $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, то, согласно уравнению (6), получим полный дифференциал некоторой функции ψ .

$$+ \rho c_z dz - \rho c_r dr = d\psi = 0, \quad (9)$$

т. е. ρ есть интегрирующий множитель уравнения (8). Из уравнения (9) следует уравнение линии тока

$$\psi = \text{const.}$$

По аналогии с плоским потоком ψ называется функцией тока. Из уравнения (9) следует также

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = - \rho c_z \quad \text{и} \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = + \rho c_r.$$

Используя уравнения (4—53) получаем

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \rho \int_0^{2\pi} \frac{x \cos \alpha}{r^3} d\alpha$$

Выражение для r из формулы (6) имеет вид

$$r = \sqrt{1 + \rho^2 + z^2 - 2\rho \cos \alpha}$$

Находим ψ частным интегрированием

$$\psi = p \int_0^{2\pi} \cos \alpha d\alpha \int_0^x \frac{x dx}{(1+p^2+x^2-2p \cos \alpha)^{3/2}} =$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{1+p^2+x^2-2p \cos \alpha} f(p) (p)$$

где $f(p)$ — произвольная функция от p

Для того чтобы функция $f(p)$ удовлетворяла условиям задачи, необходимо и достаточно, чтобы она удовлетворяла уравнению Лапласа, т.е. уравнению (4-54)

$$\frac{\partial \psi}{\partial p} = - \int_0^{2\pi} \frac{\cos \alpha (1+x^2+p \cos \alpha) d\alpha}{r^3} = - \int_0^{2\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{r^3} f(p)$$

откуда

$$f'(p) = - \int_0^{2\pi} \frac{p \cos \alpha (1+p \cos \alpha) d\alpha}{(1+p^2+x^2-2p \cos \alpha)^{3/2}}$$

Так как функция $f'(p)$ зависит только от p , а от x не зависит, то следовательно интеграл по α должен быть постоянным своего значения для любого x , поэтому возьмем $x=0$ и найдем этот интеграл

$$f'(p) = - \int_0^{2\pi} \frac{(1-p \cos \alpha) p \cos \alpha d\alpha}{(1+p^2-2p \cos \alpha)^{3/2}}$$

$$= p \left[\int_0^{2\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{r^3} - \int_0^{2\pi} \frac{p^2 \cos^2 \alpha d\alpha}{r^3} \right]$$

Заменяя во втором интеграле $p^2 \cos^2 \alpha$ выражением $p^2 - p^2 \sin^2 \alpha$, получаем

$$I = p \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{r^3} - \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{r} + p^2 \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \alpha d\alpha}{r^3} \right\} =$$

$$= p \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{r^3} - \int_0^{2\pi} \frac{\cos \alpha d\alpha}{r} \right\}$$

Далее,

$$I_1 = p \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{r^3} - \int_0^{2\pi} \frac{p \sin^2 \alpha d\alpha}{r^3} \right\}$$

$$\int_0^{2\pi} \cos \alpha d\alpha \int \frac{2p \sin \alpha}{r^3} d\alpha$$

при этом

$$\int \frac{2p \sin \alpha}{r^3} d\alpha = \int \frac{dr^2}{r^3} = -\frac{2}{r},$$

следовательно

$$I_1 = \frac{2\pi}{r} + \int_0^{2\pi} \frac{\cos \alpha d\alpha}{r} \quad \text{и} \quad I_2 = \int_0^{2\pi} \frac{\cos \alpha d\alpha}{r} = \frac{2}{r} \sin \alpha = 0$$

Таким образом,

$$f'(p) = 0, \quad f(p) = \cos \alpha,$$

следовательно

$$\psi = \int_0^{2\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{r^3 + r^3 - 2p \cos \alpha} + C \quad (4-55)$$

Этот интеграл можно выразить через эллиптические функции. Очевидно, поменяв во втором интеграле пределы интегрирования, получим

$$\psi = -2 \int_0^{\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{1+p^2+x^2-2p \cos \alpha} = 2 \int_0^{\pi} \frac{p \cos \alpha d\alpha}{1+p^2+x^2-2p \cos (\pi-\alpha)}$$

если $\alpha = \pi - 2\beta$. При $\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{2}$, при $\alpha = \pi, \beta = 0$

Далее,

$$\cos \pi - 2\beta = -\cos 2\beta = -1 + 2 \sin^2 \beta = \cos \alpha,$$

$$\psi = 4 \int_0^{\pi/2} \frac{p \sin^2 \beta d\beta}{1+p^2+x^2-2p \cos 2\beta} =$$

$$= 4 \int_0^{\pi/2} \frac{1-2 \sin^2 \beta}{1+p^2+x^2-2p \cos 2\beta} \cdot \frac{p \sin 2\beta d\beta}{2} =$$

где

$$k = 2 \sqrt{\frac{p}{1+p^2+x^2}} \quad (4-56)$$

Таблица 10

Безразмерная функция тока J_z
 $J_z R$
 размерный функция тока $\psi = \frac{J_z R}{2\pi}$

	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0
0,0	0	0,0039	0,0063	0,0100	0,0167	0,0260	0,0380	0,0520	1,140	2,218	5,594
0,1	0	0,0035	0,0058	0,0096	0,0162	0,0252	0,0370	0,0510	1,147	1,896	5,289
0,2	0	0,0022	0,0043	0,0077	0,0149	0,0240	0,0358	0,0500	1,153	1,478	4,825
0,3	0	0,0019	0,0036	0,0065	0,0135	0,0225	0,0345	0,0490	1,155	1,165	4,352
0,4	0	0,0016	0,0030	0,0056	0,0122	0,0210	0,0325	0,0470	1,153	0,947	3,873
0,5	0	0,0010	0,0020	0,0046	0,0110	0,0200	0,0315	0,0460	1,152	0,782	3,404
0,6	0	0,0006	0,0015	0,0035	0,0095	0,0185	0,0300	0,0450	1,150	0,647	3,000
0,7	0	0,0003	0,0010	0,0025	0,0075	0,0160	0,0275	0,0430	1,148	0,543	2,72
0,8	0	0,0004	0,0009	0,0023	0,0063	0,0140	0,0250	0,0410	1,143	0,464	2,526
0,9	0	0,0002	0,0005	0,0015	0,0045	0,0115	0,0215	0,0380	1,137	0,400	2,340
1,0	0	0,0002	0,0004	0,0012	0,0038	0,0095	0,0185	0,0320	1,132	0,346	2,170
1,2	0	0,0001	0,0002	0,0007	0,0022	0,0055	0,0115	0,0210	1,128	0,261	1,970

График функции тока J_z

J_z	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0	1
1,4	0	0,0032	0,0125	0,0280	0,0480	0,0720	0,0990	0,130	0,161	0,196	0,226	0,262
1,6	0	0,0023	0,0094	0,0200	0,0360	0,0540	0,0760	0,0990	0,126	0,152	0,176	0,209
1,8	0	0,0016	0,0066	0,0150	0,0280	0,0440	0,0640	0,0870	0,111	0,133	0,153	0,183
2,0	0	0,0012	0,0048	0,0110	0,0200	0,0330	0,0500	0,0680	0,088	0,108	0,128	0,149
2,2	0	0,0008	0,0034	0,0080	0,0160	0,0270	0,0420	0,0590	0,078	0,098	0,118	0,139
2,4	0	0,0006	0,0022	0,0055	0,0120	0,0210	0,0340	0,0510	0,069	0,087	0,105	0,126
2,6	0	0,0004	0,0015	0,0038	0,0090	0,0160	0,0270	0,0420	0,057	0,073	0,089	0,108
2,8	0	0,0003	0,0010	0,0025	0,0060	0,0120	0,0210	0,0340	0,048	0,063	0,078	0,096
3,0	0	0,0002	0,0008	0,0018	0,0045	0,0090	0,0160	0,0270	0,039	0,051	0,063	0,078
4,0	0	0,0001	0,0004	0,0010	0,0025	0,0050	0,0090	0,0160	0,025	0,036	0,047	0,058
5,0	0	0,0001	0,0002	0,0006	0,0015	0,0030	0,0055	0,0090	0,014	0,021	0,028	0,036
6,0	0	0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0016	0,0030	0,0050	0,008	0,012	0,016	0,021
7,0	0	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0010	0,0020	0,0035	0,006	0,009	0,012	0,016
8,0	0	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0014	0,0024	0,004	0,006	0,009	0,012
9,0	0	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0010	0,0018	0,003	0,005	0,007	0,009
10,0	0	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0008	0,0014	0,002	0,003	0,005	0,007

Таблица 11

Безразмерная скорость $\frac{c_p}{c_p^*}$
размерная скорость $c_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \frac{c_p^*}{c_p}$



0.0

0.2

0.4

0.6

0.8

1.0

1.2

1.4

1.6

1.8

2.0

2.2

2.4

2.6

2.8

3.0

3.2

3.4

3.6

3.8

4.0

4.2

4.4

4.6

4.8

5.0

5.2

5.4

5.6

5.8

6.0

6.2

6.4

6.6

6.8

7.0

7.2

7.4

7.6

7.8

8.0

8.2

8.4

8.6

8.8

9.0

9.2

9.4

9.6

9.8

10.0

10.2

10.4

10.6

10.8

11.0

11.2

11.4

11.6

11.8

12.0

12.2

12.4

12.6

12.8

13.0

13.2

13.4

13.6

13.8

14.0

14.2

14.4

14.6

14.8

15.0

15.2

15.4

15.6

15.8

16.0

16.2

16.4

16.6

16.8

17.0

17.2

17.4

17.6

17.8

18.0

18.2

18.4

18.6

18.8

19.0

19.2

19.4

19.6

19.8

20.0

20.2

20.4

20.6

20.8

21.0

21.2

21.4

21.6

21.8

22.0

22.2

22.4

22.6

22.8

23.0

23.2

23.4

23.6

23.8

24.0

24.2

24.4

24.6

24.8

25.0

25.2

25.4

25.6

25.8

26.0

26.2

26.4

26.6

26.8

27.0

27.2

27.4

27.6

27.8

28.0

28.2

28.4

28.6

28.8

29.0

29.2

29.4

29.6

29.8

30.0

30.2

30.4

30.6

30.8

31.0

31.2

31.4

31.6

31.8

32.0

32.2

32.4

32.6

32.8

33.0

33.2

33.4

33.6

33.8

34.0

34.2

34.4

34.6

34.8

35.0

35.2

35.4

35.6

35.8

36.0

36.2

36.4

36.6

36.8

37.0

37.2

37.4

37.6

37.8

38.0

38.2

38.4

38.6

38.8

39.0

39.2

39.4

39.6

39.8

40.0

40.2

40.4

40.6

40.8

41.0

41.2

41.4

41.6

41.8

42.0

42.2

42.4

42.6

42.8

43.0

43.2

43.4

43.6

43.8

44.0

44.2

44.4

44.6

44.8

45.0

45.2

45.4

45.6

45.8

46.0

46.2

46.4

46.6

46.8

47.0

47.2

47.4

47.6

47.8

48.0

48.2

48.4

48.6

48.8

49.0

49.2

49.4

49.6

49.8

50.0

50.2

50.4

50.6

50.8

51.0

51.2

51.4

51.6

51.8

52.0

52.2

52.4

52.6

52.8

53.0

53.2

53.4

53.6

53.8

54.0

54.2

54.4

54.6

54.8

55.0

55.2

55.4

55.6

55.8

56.0

56.2

56.4

56.6

56.8

57.0

57.2

57.4

57.6

57.8

58.0

58.2

58.4

58.6

58.8

59.0

59.2

59.4

59.6

59.8

60.0

60.2

60.4

60.6

60.8

61.0

61.2

61.4

61.6

61.8

62.0

62.2

62.4

62.6

62.8

63.0

63.2

63.4

63.6

63.8

64.0

64.2

64.4

64.6

64.8

65.0

65.2

65.4

65.6

65.8

66.0

66.2

66.4

66.6

66.8

67.0

67.2

67.4

67.6

67.8

68.0

68.2

68.4

68.6

68.8

69.0

69.2

69.4

69.6

69.8

70.0

70.2

70.4

70.6

70.8

71.0

71.2

71.4

71.6

71.8

Продолжаем преобразование

$$\psi = \frac{2\rho}{k\sqrt{\rho}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k^2(1-2\sin^2\beta)}{\sqrt{1-k^2\sin^2\beta}} d\beta = 2k\sqrt{\rho} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\beta}} +$$

$$+ \frac{4\sqrt{\rho}}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2\sin^2\beta} d\beta - \frac{4\sqrt{\rho}}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\beta}} =$$

$$= \left[\left(k - \frac{2}{k} \right) E(k) + \frac{2}{k} E(k) \right] 2\sqrt{\rho}$$

Таким образом, окончательно получаем (при $\Gamma_2 = 4\pi$)

$$\psi = 2\sqrt{\rho} \left[\left(k - \frac{2}{k} \right) K(k) + \frac{2}{k} E(k) \right], \quad (4-57)$$

где $K(k)$ и $E(k)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\beta}}, \quad E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2\sin^2\beta} d\beta$$

Через эти же эллиптические интегралы можно выразить и скорости c_φ и c_z в формулах (4-53) и (4-54):

$$c_\varphi = \frac{kz}{\rho\sqrt{\rho}} \left[\frac{1}{2} \frac{2-k^2}{1-k^2} E(k) \right], \quad (4-58)$$

$$c_z = \frac{k}{\sqrt{\rho}} \left[\frac{1}{2\rho} \frac{k^2(1+\rho)-2\rho}{1-k^2} E(k) + K(k) \right]. \quad (4-59)$$

Для величин ψ^* — безразмерной функции тока для одного вихревого кольца $c_{\varphi 0}$ — безразмерной осевой составляющей скорости для одного вихревого кольца и c_{z0} — безразмерной радиальной составляющей скорости для одного вихревого кольца составлены таблицы соответственно ψ^* , $c_{\varphi 0}$, c_{z0} [Л. 20]. Для удобства пользования нами построены графики $\psi = \psi(\rho, z)$ (рис. 75, 76, 77) только вместо координат ρ и z взяты полярные координаты

$$\varphi = \arctg \frac{z}{\rho} \quad \text{и} \quad r = \sqrt{z^2 + \rho^2}$$

см. рис. 60). Таким образом, по оси абсцисс откладываются значения r в долях R_0 и на равных угол φ (от 0 до 180°).

Зная z и r , можно подсчитать φ и ρ и тем самым ψ см. рис. 75). Зная ρ (рис. 76) и c_z (см. рис. 77)

Задача сводится к построению линий $\psi = \text{const}$ в плоскости ρ, z . Эти линии являются образующими поверхностей вращения, на которых лежат линии тока рассматриваемого течения.

Рассмотрим на примере способ построения этих образующих линий $\psi = \text{const}$

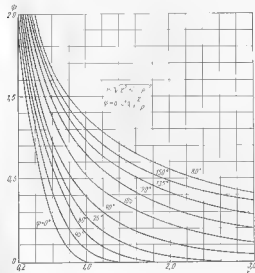


Рис. 75. График функции $\psi = \psi(r)$

Допустим, нам требуется построить линии $\psi = \text{const}$ для осевой, вращающегося четырех вихревых колец (рис. 78). Колеца 1 и 2 — правого вращений а 3 и 4 — левого. Колеца 1 и 3 имеют радиус $R_0 = 150$ мм а 2 и 4 — $R_0 = 200$ мм. Расстояние между осями колец $2a = 200$ мм. Каждое кольцо имеет по факту как 1 и 1,1 V. в. в 1 осевых на радиусе R . Возьмем $R = 175$ мм. Для точек, значения ψ складывается из четырех слагаемых каждое в которых выделено соответствующим вихревым кольцом, а что указывает второй индекс $\psi_{11} + \psi_{22} + \psi_{33} + \psi_{44}$.

Для того чтобы найти эти значения в диаграмме рис. 75, или табл. 10, — ж о знать $\rho_{11}, z_{11}, \rho_{22}, z_{22}, \rho_{33}, z_{33}$ и ρ_{44}, z_{44} . В табл. 13 каждая из этих координат подсчитана по радиусу соответствующего кольца. Например,

$$p_{113} = \frac{R}{R_1} = \frac{.75}{150} = 1/166 \quad z_{113} = \frac{180}{150} = 1.2 \quad r \quad n$$

По известным p_{113} и z_{113} находим

$$r_{113} = \sqrt{z_{113}^2 + (1 - p_{113})^2} = \sqrt{1.44 + 0.0289} = 1.23$$

$$\psi_{113} = \arctg \frac{z}{(1-p)} = \arctg \frac{1.2}{0.166} = \arctg 7.21,$$

что соответствует $\psi_{113} = 98^\circ$

По r_{113} и $\psi_{113} = 98^\circ$ на диаграмме рис. 76 находим $\psi_{112} = 0.3995$. Так как третий вихрь левого вращения, то $\psi_{112} = -0.3995$ (табл. 13).

В табл. 13 (строка ψ_{112}) даны безразмерные значения найденные по табл. 10 (по прямой пропорциональности). Умножая эти значения на размерную величину радиуса Юлиа, получаем размерные значения ψ (строка R/ψ_{112}), подчёркнутые выкром ψ . Разумеется, вихревые кольца левого вращения дают отрицательное значение ψ_{11} .

Формулы (4—57), (4—58) и (4—59), как уже указано, действительны для Γ_2 . 4я. Если величину ψ , подсчитанную по формуле (4—57), разделить на 2, то получим величину, приведенную в табл. 10. Аналогично связана формула (4—58) с табл. 11, формула (4—59) и табл. 12. Строим график $\psi = \psi(z)$ для $R = .75$ мм (рис. 79). Значения $\psi_{11}, \psi_{12}, \psi_{13}$ берем из табл. 13. В точке VI $\psi_{11} = 0$. Подобные вычисления делаем для разных $R = 200, 150, 125, 100, 75, 50$ мм, причем для $R < R_1$ следует определять ψ и для точек I. В результате строим графика, аналогичные приведенным на рис. 79 для всех R , и проводим на них линии $\psi = \text{const}$ — прямые, параллельные оси z . В точках пересечения этих прямых с кривыми, построенными для различных R , функция ψ имеет равные значения. Соединяя точки с одинаковыми значениями ψ плавными кривыми, получим картину течения в плоскости, проходящей через ось z . На рис. 80 дано такое семейство кривых $\psi = \text{const}$ — одна из симметричных половин для рассмотренного примера.

Объемный расход жидкости Q , протекающей между двумя линиями (поверхностями) $\psi = \text{const}$,

$$Q_{\psi_1, \psi_2} = 2\pi (\psi_{\psi_1} - \psi_{\psi_2}) \quad (4-60)$$

Это равенство следует из выражения для $d\psi$

$$d\psi = \rho c_1 dz - \rho c_2 dr, \quad (4-61)$$

которое при $dr = 0$ (отрезок dr на рис. 80) имеет вид

$$d\psi = \rho c_1 dz$$

Правая часть этого равенства выражает объемный расход жидкости, если умножить ее на 2π . Отсюда и получено равенство (4—60).

193

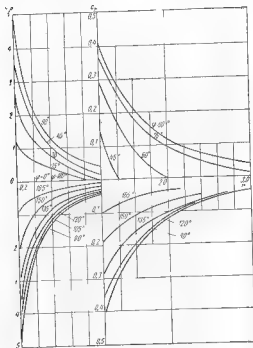


Рис. 76. График функции $\psi_0 = \phi_x$

1967 18 13

[illegible]

.....
 3. van diegene die mikroloot creëre, te wete die 2, 4- en 70788

Таблица 14

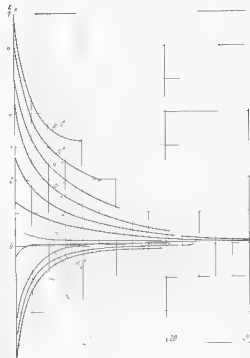
[illegible]

Рис. 17. Графики функции $c_{\pm} = c_{\pm}(r)$

Линия $\psi = \text{const}$ на рис. 80 могут быть приняты за стенки входного патрубка, например линия ψ_1 и ψ_2 . Отрезок $m_1 m_2$ можно считать за кромку вращающегося направленного аппарата (ВНА). На ней линии тока имеют касательную, приблизительно параллельную оси z (ось входных колец). Для параллельного профилирования ВНА необходимо иметь величины осевых скоростей c_z . Их находим с помощью табл. 11 в которой даны безразмерные скорости c_z^* . Для получения размерной скорости используем выражение

$$c_z = \frac{\Gamma_z}{2\pi R} c_z^*$$

На рис. 81 дан график изменения скорости c_z при $\Gamma_z = 2\pi$ на отрезке $m_1 m_2$. Здесь же показаны линии изменения функции ψ (по табл. 10). Координаты точек: m_1 — $R = 120$ мм, $z = -15$ мм; m_2 — $R = 30$ мм, $z = -5$ мм.



Рис. 78. Схема четырех внешних колец К для примера расчета

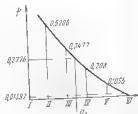


Рис. 79. Изменение ψ для схемы с четырьмя внешними кольцами

Объемный расход жидкости, проходящей через площадь кольца, описанного отрезком $m_1 m_2$ при вращении его вокруг оси z , получим по формуле (4-60)

$$Q_{12, v} = 2\pi (\psi_{12} - \psi_v) = 2\pi (0.2776 - 0.01392) = 1.66 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

При одинаковой направленности всех внешних колец $\Gamma_z = 2\pi$, как видно из рис. 81, максимальная скорость 53,9 м/сек в точке m_1 .

Средняя осевая скорость в сечении, соответствующем отрезку $m_1 m_2$, составляет

$$(c_z)_{cp} = \frac{Q_{12, v}}{\pi (0.12^2 - 0.03^2)} = \frac{1.66}{\pi \cdot 0.0135} = 39.1 \text{ м/сек}$$

Средняя радиальная скорость на отрезке $m_1 m_2$, т. е. между линиями $\psi_{12} = \text{const}$ и $\psi_v = \text{const}$,

$$(c_r)_{cp} = \frac{Q_{12, v}}{2\pi R_{12} b_v} = \frac{1.66}{2\pi \cdot 0.175 \cdot 0.0482} = 31.4 \text{ м/сек.}$$

Здесь $R = 0.175$ м — радиус, на котором находится отрезок $m_1 m_2$, 0.0482 м — деленный по рис. 79 между линиями $\psi_1 = 0.2776$ и $\psi_v = 0.01392$. Таким образом, от сечения $m_1 m_2$ к се-

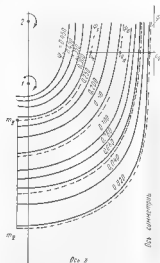


Рис. 80. Линии тока для схемы с четырьмя внешними кольцами

чению $m_1 m_2$, средняя скорость увеличивается от 3.4 м/сек до 39.1 м/сек (при $\Gamma_z = 2\pi$), что благоприятно в отношении формирования и разветвления линий тока. В табл. 14 приведены составляющие осевой скорости ($c_z = c_z^*$) и составляющие ψ для отрезка $m_1 m_2$ при разном сочетании внешних колец. Для четырех колец, что имеем отсюда не

$$\frac{c_{12}}{c_v} = \frac{53.9}{27.4} = 1.925,$$



Рис 81. Изменение скорости v и ϕ по сечению m_1, m_2, m_3, m_4 .

можно выражать поле осевых скоростей в сечении m_1, m_2, m_3, m_4 , если взять вихревые кольца 2 и 4 большей интенсивности: $(\Gamma_2)_{\text{в.к.}} = 4(\Gamma_4)_{\text{в.к.}}$. Тогда при воздействии всех четырех колец (см. табл. 14).

$$v_1 = 39,3 + 4 \cdot 21,3 - 2,69 - 4 \cdot 3,99 = 105,8 \text{ м/сек.}$$

$$w_1 = 21,1 + 4 \cdot 15,75 - 3,94 - 4 \cdot 4,95 = 60,36 \text{ м/сек.}$$

$$\frac{w}{v} = 1,75$$

Абсолютные значения w, v не играют роли, так как они обусловлены величиной Γ_0 , которая определяется по заданному общему расходу жидкости в сечении m_1, m_2, m_3, m_4 .

На рис. 82 показаны формы патрубков для различных сочетаний вихревых колец и их интенсивности.

На рис. 83 дана схема расположения шести вихревых колец 1, 2, 3 и их зеркальные отражения 1', 2', 3'. Сетка горизонтальных линий построена с шагом 25 мм, а вертикальных — 20 мм ($R_{1,2} = 150 \text{ мм}$, $R_3 = 200 \text{ мм}$). Для каждой точки пересечения вертикальных и горизонтальных линий определим по диаграммам (см. рис. 75) значения ϕ для каждого вихревого кольца и составим табл. 15 для всех шести колец. Для примера найдем значение ϕ от 2-го вихревого кольца для точки, лежащей на горизонтали II и вертикали V. Эта точка имеет $R = 125 \text{ мм}$, $\rho = \frac{125}{150} = 0,833$ и $z = \frac{200}{150} = 1,333$ (координата z отсчитывается от плоскости того вихревого кольца, которое мы рассматриваем, причем нас интересует только ее абсолютное значение при определении ϕ). Для $\rho = 0,833$ и $z = 1,333$ (что соответствует $r = 1,57$ и $\phi = 82^\circ 50'$) по диаграмме (см. рис. 75) находим $\phi = 0,9$. Для другого вих-

ревого кольца, например 3, эта же точка будет иметь другие значения $\rho = 0,625$, $\psi = 0,735$. Следует иметь в виду, что в табл. 15 записаны значения ϕ от воздействия лишь какого-либо одного кольца при $\Gamma_2 = 2\pi$, $R = 1$. Воздействие всех шести колец определяется



Рис 82. Влияние числа и интенсивности вихревых колец на форму рассматриваемого патрубка

$$\begin{aligned} (\Gamma_2)_{\text{в.к.}} &= (\Gamma_2)_{\text{в.к.}} \cdot 3 \text{ для четырех вихрей,} \\ (\Gamma_2)_{\text{в.к.}} &= 0 \text{ для двух вихрей,} \\ (\Gamma_2)_{\text{в.к.}} &= 4(\Gamma_2)_{\text{в.к.}} \cdot 3 \text{ для четырех вихрей,} \\ &\dots \dots \dots \text{ для шести вихрей} \end{aligned}$$

соответствующей суммой ϕ . Подсчитаем, например, значение $\phi_{11, V}$ (для третьей горизонтали и пятой вертикали, см. рис. 83) при $\Gamma_2 = 2\pi$ для всех шести колец. Эта величина определяется суммарным воздействием всех шести колец. Воздействие первого кольца выражается следующим

$$\phi_{11, V} = 1,09 \cdot 0,15,$$

где 0,150 м — радиус первого вихревого кольца, 1,09 — из табл. 15

Второе кольцо дает следующее ($\phi_{11, V}$)₂ = 1,7 · 0,15 и т. д.

В итоге

$$\Psi_{\text{III}, V} = \sum_{j=1}^4 (\Psi_{\text{III}, V})_j = -1,09 \cdot 0,15 - 1,7 \cdot 0,15 - 0,735 \cdot 0,2 + 0,134 \cdot 0,15 + 0,19 \cdot 0,15 + 0,2 \cdot 0,2 = -0,4768$$

На рис. 84 дан график изменения ψ по вертикали V. Имея такой график, можно довольно точно определить скорость c_x для любой точки, не прибегая к табл. 11. Действительно,

$$c_x = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial r} \approx \frac{1}{\rho} \frac{\Delta \psi}{\Delta r}$$

Значения $\Delta \psi$ и Δr находим по рис. 84

Для точки (V, V) $\Delta r = 0,02$ м, $\Delta \psi = -0,0775$, $\rho_V = 0,075$ м, тогда

$$(c_x)_V = -\frac{1}{0,075} \cdot \frac{0,0775}{0,02} = -51,6 \text{ м/сек}$$

при $\Gamma_x = 2\pi$.

Для точки (III, V) на рис. 84 получим $(c_x)_V = -88 \text{ м/сек}$. Значит, выбирая различную систему вихревых колец компрессора и определяя поле скорости в любом месте этого аппарата, графиками его будут только m_1 и m_2 (см. рис. 82 или 80) и $a_1 a_2$, и поверхности тогда $a_1 m_1$ и $a_2 m_2$. На инвентарной поверхности с образующей $a_1 a_2$ должны находиться выходные крошки неподвижного направляющего аппарата, а на плоскости $a_1 m_1$ —

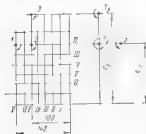


Рис. 83. Схема шести вихревых колец

Таблица 15

Вихревое кольцо I, R=0,130 м

	I	II	III	IV	V	VI
r	1,167	1,0	0,833	0,667	0,50	0,333
z						
I	0,8	7	0,53	0,48	0,29	0,175
II	0,47	0,73	0,6	0,5	0,365	0,216
III	0,34	0,92	0,82	0,66	0,46	0,2
IV	0,4	0,8	0,76	0,8	0,57	0,31
V	0,267	1,51	1,5	1,09	0,69	0,335
VI	0,133	1,92	2,17	1,61	0,825	0,36
VII	0	2,08	∞	1,56	0,98	0,367

Вихревое кольцо II, R=0,150 м

	I	II	III	IV	V	VI
r	1,167	1,0	0,833	0,667	0,5	0,333
z						
I	1,067	0,424	0,46	0,282	0,18	0,116
II	1,21	0,76	0,498	0,232	0,1	0,066
III	1,33	0	0,48	0,192	0,1	0,078
IV	1,47	0,238	0,206	0,136	0,066	0,032
V	1,6	0	0,175	0,134	1,09	0,058
VI	1,73	0	0,152	0,13	0,078	0,046
VII	86	0,13	0,167	0,066	0,04	0,019

Вихревое кольцо 2, R=0,150 м

	I	II	III	IV	V	VI
r	1,167	1,0	0,833	0,667	0,50	0,333
z						
I	0,594	0,92	0,82	0,65	0,55	0,267
II	0,4	1,18	0,85	0,57	0,31	0,14
III	0,267	1,61	1,5	1,07	0,7	0,35
IV	0,133	1,92	2,21	1,61	0,825	0,36
V	0	2,08	∞	1,70	0,88	0,436
VI	0,133	1,92	2,21	1,6	0,825	0,36
VII	2,67	1,5	1,5	1,07	0,7	0,33

начинаются входные крошки ВНА. Неподвижный направляющий аппарат создает циркуляцию Γ_d . На рис. 85 показана схема втягивающего устройства. Предположим, что его поверхности $a_1 m_1$ и $a_2 m_2$ образованы некоторой системой вихревых колец. В результате получим распределение скоростей c_x и c_y по крошкам $m_1 m_2$ и в сечении $a_1 a_2$. Изменение скорости c_x по $m_1 m_2$ имеет гиперболический характер (см. рис. 8.). Зависимость ее от r можно представить уравнением вида

Вихревое кольцо 2_б; R=0,150 мм

	r	II	III	IV	V	VI
	0	1,0	0,833	0,667	0,50	0,333
I 0,8	0,60	0,525	0,40	0,29	0,177	0,078
II 0,933	0,41	0,43	0,345	0,24	0,145	0,064
III 1,07	0,42	0,356	0,282	0,20	0,117	0,056
IV 1,20	0,35	0,298	0,232	0,16	0,095	0,046
V 1,333	—	—	0,19	0,11	0,078	0,038
VI 1,47	—	—	0,158	0,105	0,064	0,032
VII 1,6	—	—	0,136	0,091	0,055	0,027

Вихревое кольцо 3; R=200 мм

	r	I	II	III	IV	V	VI
	0,875	0,75	0,625	0,50	0,375	0,25	—
I 0,4	0,91	0,72	0,50	0,32	0,18	0,075	—
II 0,3	1,12	0,86	0,58	0,358	0,198	0,084	—
III 0,2	1,40	0,9	0,6	0,393	0,219	0,093	—
IV 0,1	1,74	1,13	0,7	0,422	0,228	0,10	—
V 0,1	1,98	1,2	0,725	0,436	0,232	0,102	—
VI 0,1	1,76	1,1	0,7	0,422	0,228	0,10	—
VII 0,2	1,4	1,0	0,65	0,393	0,219	0,093	—

Вихревое кольцо 3_б; R=200 мм

	r	I	II	III	IV	V	VI
	0,875	0,75	0,625	0,50	0,375	0,25	—
I 0,6	0,625	0,495	0,365	0,24	0,14	0,058	—
II 0,7	0,82	0,42	0,302	0,207	0,12	0,051	—
III 0,8	0,45	0,357	0,26	0,177	0,08	0,045	—
IV 0,9	0,38	0,305	0,225	0,15	0,086	0,039	—
V 1,0	—	—	0,2	0,132	0,074	0,034	—
VI 1,1	—	—	0,172	0,111	0,065	0,029	—
VII 1,2	—	—	0,143	0,095	0,055	0,025	—

$$c_z = c_{xy} \cdot \frac{a_1}{R_1 - r} + b \quad (4-62)$$

Произвольные величины a_1 , R_1 и b определяются по трем точкам кривой

$$c_z = c_z(r),$$

причем значения a_1 и R_1 имеют линейный размер, b — величина отвлеченная, c_{xy} — осевая скорость потока на изогорном радиусе r_y .

Найдем значения a_1 , R_1 , b по рис. 81 за описанные точки прямой $r_y = r_1 = 120$ мм, $r_0 = 30$ мм и $r = 60$ мм, соответствующие им скорости 33,9 м/сек, 3, жсек. Получим три уравнения

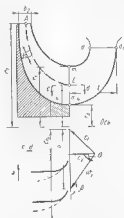
Рис. 84. Изменение φ по r 

Рис. 85. Схема вращающегося устройства центробежного компрессора

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{a_1}{R_1 - 120} + b, \\ 28 &= \frac{a_1}{R_1 - 30} + b = 0,58, \\ 31 &= \frac{a_1}{R_1 - 60} + b = 0,575, \\ 33,9 &= \frac{a_1}{R_1 - 60} + b = 0,575. \end{aligned}$$

В результате решения этой системы найдем $R_1 = 15$ мм, $a_1 = 20$ мм и $b = 0,355$. По этим значениям определим c_z для $r = 90$. По графику (см. рис. 81) эта скорость равна 38,4 м/сек, а по формуле (4-62) —

$$c_{z0} = 3,95 \left(\frac{20}{151 - 90} + 0,355 \right) = 38,8 \text{ м/сек}$$

Разница между найденными значениями скорости составляет 4%

Если же за исходные точки принять $r_1 = r_2 = 120$ мм, $r_3 = 30$ мм и $r = 50$ мм, то $a = 0,2$ мм, $R_1 = 1,60$ мм, $r = 60$ мм отличается на 2% от значения, показанного на рис. 81 (31,6 мкс вместо 31 мкс).

Следовательно, формула (4—62) может дать вполне достаточную аппроксимацию. Для удобства обозначим $\frac{R_1}{r_1} = a$, $\frac{r}{R_1} = \rho$. Тогда формула (4—62) примет вид

$$c_x = c_{x_0} \frac{a}{1 - \rho} + b \quad (4-63)$$

Окружная составляющая c_{x_0} скорости c_x выразится через циркуляцию Γ_0 следующим образом

$$c_{x_0} = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} = \frac{\Gamma_0}{2\pi R_1} \cdot \frac{1}{\rho} \quad (4-64)$$

где R_1 — тот же радиус, что и в формуле (4-62). По графику см. рис. 81) нельзя получить размерную скорость c_{x_0} . Она определяется из уравнения расхода

$$G = \int_0^1 2\pi r c_x v dr = 2\pi R_1^2 \gamma \int_0^1 \rho c_x d\rho = \\ = 2\pi R_1^2 \gamma c_{x_0} \int_0^1 \left(\frac{a}{1 - \rho} + b \right) \rho d\rho, \quad (4-65)$$

где γ — плотность воздуха.

После интегрирования уравнения (4—65) получим

$$G = 2\pi R_1^2 \gamma c_{x_0} \left[\frac{b}{2} (\rho_1^2 - \rho_0^2) + a \left(\ln \frac{1 - \rho_2}{1 - \rho_1} + \rho_0 - \rho_1 \right) \right], \quad (4-66)$$

где a , b , ρ — величины отвлеченные.

Выражение для средней скорости c_{xm} при входе в ВНА имеет вид

$$c_{xm} = \frac{G}{\pi (r_1^2 - r_0^2)} = \frac{G}{\pi R_1^2 (\rho_1^2 - \rho_0^2)} \gamma \quad (4-67)$$

Из равенств (4-66) и (4-67) получим связь между c_{xm} и c_{x_0}

$$c_{xm} = c_{x_0} \left[b + \frac{2a}{\rho_1^2 - \rho_0^2} \left(\ln \frac{1 - \rho_2}{1 - \rho_1} + \rho_0 - \rho_1 \right) \right]. \quad (4-68)$$

ВНА представляет собой диффузор с криволинейной осью, причем угол поворота потока зависит от радиуса $r(r)$. Obviously наибольший поворот и диффузорность будет на радиусе r_1 .

Конфигурация входа в ВНА имеет существенное влияние на потери на всасывании. На рис. 85 пунктиром показана возможная

форма лопаток ВНА. Они получаются более плавными, чем лопатки, показанные схематично сплошными линиями. Имеются конструкции, где ВНА и рабочее колесо профилируются по методикам, аналогичным методике профилирования лопастей гидротурбин.

Остановимся на особенностях применения формул (4—63)—(4—68). Допустим, что размеры ВНА: $r_0 = 0,08$ м, $r_1 = 0,2$ м, расход $G = 15$ кг/сек; плотность $\gamma = 1,2$ кг/м³. Величину R_1 можно взять произвольно, но так, чтобы значения ρ_0 и ρ_1 не выходили из области, описываемой формулой (4-63) ($\rho_1 \leq 0,7$ и $\rho_0 > 0$, см. рис. 81). В этом диапазоне формула (4—63) хорошо аппроксимирует изменение скорости c_x по радиусу. Чем больше R_1 , тем более полого изменится скорость c_x по радиусу. Одновременно увеличиваются осевые размеры всасывающего патрубка.

Действительно, при $R_1 = 0,4$ м $\rho_0 = \frac{0,08}{0,4} = 0,2$, $\rho_1 = \frac{0,2}{0,4} = 0,5$, $a = 0,2$ м; $b = 0,275$. Скорость c_{x_0} по формуле (4-66)

$$c_{x_0} = \frac{G}{2\pi R_1^2 \gamma \int_0^1 \left(\frac{a}{1 - \rho} + b \right) \rho d\rho} = 1,97 \text{ м/сек}$$

По формуле (4-63)

$$c_x = 197 \left(\frac{0,2}{1 - \rho} + 0,275 \right)$$

Находим скорость c_{x_0} на радиусе $\rho_1 = 0,5$

$$c_{x_1} = 197 \left(\frac{0,2}{1 - 0,2} + 0,275 \right) = 133 \text{ м/сек},$$

скорость c_{x_0} на радиусе $\rho_0 = 0,2$.

$$c_{x_0} = 197 \left(\frac{0,2}{1 - 0,2} + 0,275 \right) = 103,5 \text{ м/сек}$$

Средняя расходная скорость c_{xm} по формуле (4-67)

$$c_{xm} = \frac{15}{\pi \cdot 1,2 \cdot (0,2^2 - 0,08^2)} = 118,3 \text{ м/сек}$$

В итоге для принятого $R = 0,4$ м получили достаточно плавное изменение скорости c_x по радиусу. Примем теперь $R_1 = 0,28$ м, тогда $\rho_1 = \frac{0,2}{0,28} = 1,75$, $\rho_0 = 0,286$.

$$c_{xm} = \frac{15}{2\pi \cdot 0,0785 \cdot 1,2 \left[0,035 + 0,2 \left(\ln \frac{1 - \frac{0,286}{0,715}}{0,429} \right) \right]} = 162 \text{ м/сек},$$

$$r_2 = 162 \cdot \frac{0,2}{-0,275} = 0,275$$

откуда

$$c_{2a} = 158 \text{ м.сек.}, \quad c_{2e} = 90 \text{ м.сек.}, \quad c_{2m} = 118,3 \text{ м.сек.}$$

(очевидно, эти величины должны остаться без изменения). Как видим, поток стал более неравномерным ($\frac{c_{2a} - c_{2e}}{c_{2m}} = 0,575$ вместо 0,252). Как уже было сказано, равномерность скорости достигается

увеличением осевого размера патрубка. Соотношение осевых размеров патрубков (размер l на рис. 85) находим по рис. 80, на котором нанесены поверхности тока $\psi = \text{const}$!

Предположим, некоторая система вихревых колец дала семейство поверхностей тока, представленных на рис. 86, где линия MN — плоскость входных кромок ВНА. Тогда можно взять две поверхности (на рис. 86 это линии $\psi = \text{const}$), которые в плоскости MN имеют радиусы ρ_0 и ρ_1 , при этом

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{r_1}{r_0}$$

Рис. 86. Влияние длины всасывающего патрубка на поле скоростей c_a

Точки m_1 и m_2 ограничивают область применения формулы (4—63). Заштрихованная область соответствует форме всасывающего патрубка (l — его отсосительная длина). Масштаб μ (см. рис. 86) в этом случае определяется равенством $\mu \rho_1 = r_1$. Тогда длина патрубка

$$l = \frac{r_1}{\rho_1} = \frac{r_1}{\rho_0}$$

Но можно взять две другие поверхности $\psi = \text{const}$, которые имеют то же отношение радиусов в плоскости MN (допустим ρ'_0 и ρ'_1). Тогда форме патрубка будет соответствовать область на рис. 86, заштрихованная по контуру. Масштаб этого патрубка μ'

$$\mu' \rho'_1 = r_1$$

и для него

$$\mu' = \frac{r_1}{\rho'_1}$$

Для нашего примера $\rho_1 = 0,5 \text{ м} = \frac{0,2}{0,4} = 0,4 \text{ м} = R_1$, $\rho'_1 = 0,715 \text{ м}$ и $\mu' = R' = 0,28 \text{ м}$. Следует заметить, что размеры l и l_1 отличаются, как правило, незначительно, а следовательно осевая длина патрубка почти пропорциональна R_1 . Значит, для выравнивания потока по скорости c_a (при $R_1 = 0,4 \text{ м}$) требуется существенно большая длина l , чем при $R_1 = 0,28 \text{ м}$. При этом соответственная

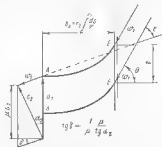


Рис. 87. Конформное отображение поверхности вращения EA

увеличивается радиус закругления кривой a, m_1 (см. рис. 83). В зависимости от системы вихрей, их расположения, и интенсивности изменяются коэффициенты a и b в формуле (4—63).

Из изложенного следует, что мы можем изменять форму всасывающего патрубка в допустимых широких пределах и одновременно получать желаемый закон изменения осевой скорости c_a по радиусу.

Накладывая циркуляционное течение Γ_a , мы получаем поле относительных скоростей w , и углы β и θ при входе потока в ВНА (см. рис. 85).

На рис. 87 показано конформное отображение произвольной поверхности вращения EA (см. рис. 83) на плоскость. Здесь EA — скелетные линии лопаток крыльчатки, отображенные на плоскость. Очевидно, поток будет квазикольцевым, поскольку толщина слоя жидкости переменна и весь поток находится в особом поле сил — дентробежных и сил Кориолиса. Отсюда можно заключить, что

продукции обычных плоских решеток, никак не могут дать картину течения, подобную течению по поверхности EA . Но, декоторое представление об уровне потерь при этом можно получить, можно. На рис. 88 приведены данные [Л.25] о коэффициенте потерь ξ . Величину коэффициента в формуле

$$\frac{\omega^2}{2} = \xi \frac{1}{2} \frac{c}{\lambda} \frac{a^2 + b^2}{2} \quad (4-69)$$

можно аппроксимировать выражением, обобщая см. на рис. 85)

$$\xi = \xi_0 + k \left(\frac{a}{c_x} - 1 \right)^2 \quad (4-70)$$

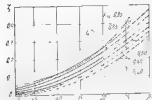


Рис. 88. Зависимости коэффициента ξ от λ .

при $k = 0.1$, как видим, по своему характеру она приближается к опытной при $\lambda = 0.95$, причем ξ_0 — это только часть величины ξ . Величину ξ_0 рассмотрим далее.

Решим примеры определения потерь в рабочем колесе при $k = 0.1$ с использованием пунктирной кривой, данной на рис. 88. Как будет показано ниже, при этом получается довольно хорошее совпадение с опытами на латурных компрессорах, что объясняется тем, что в латурных условиях, по-видимому, имеется ударный вход в ВНА. За счет этого увеличивается коэффициент k по сравнению с данными, соответствующими безударному входу (см. рис. 81). Можно сказать, что устранение ударного входа является одним из путей улучшения аэродинамики центробежных компрессоров.

Суммарные потери в крыльчатке от входа (плоскость m_1m_2 , рис. 85) до выхода — на радиусе r_2 , без учета потерь во всасывающей патрубке можно представить выражением

Из этой формулы следует, что ξ зависит от радиуса r , коль скоро k , c_x , c_a зависят от r . ξ_0 — коэффициент потерь при $(\mu = c_{x0}) = 0$, что соответствует $\beta = 90^\circ$ или $\theta = 0$ (см. рис. 85). Отвлеченный коэффициент k позволяет лучше согласовать формулу (4-69) с опытными данными.

На рис. 88 стрих пунктиром показана кривая

$$\xi = k \lg^2 \theta = k \lg^2 (90 - \beta)$$

$$h = \frac{\int_0^r \frac{2\pi R^2}{G} \frac{\omega^2}{2} \frac{c}{\lambda} \frac{a^2 + b^2}{2} R dR}{G} \quad (4-71)^*$$

Потери во всасывающей трубке включают в себя все потери до ВНА (плоскость m_1m_2). Расход воздуха G определяем из формулы (4-65) и подставляем в формулу (4-71)

$$h = \frac{1}{2} \frac{\int_0^r \frac{k \omega^2 c}{\lambda} R dR}{\int_0^r \rho c_x R dR} \quad (4-72)$$

Интеграл в числителе имеет решение слишком громоздкое. Удобней брать этот интеграл приближенно, используя формулу трапеций. Выражение под знаком интеграла является функцией r , обозначим

$$B = \xi \omega^2 r_1$$

Разбиваем отрезок (r_0, r_1) на несколько равных участков и пишем формулу трапеций

$$\int B dr = \left[\frac{B_0 + B_1}{2} + B' + B'' + \dots + B^{n-1} \right] \frac{r_1 - r_0}{n} \quad (4-73)$$

где n — число участков,

B_0 — функция B при $r = r_0$,

B' — то же, при $r = r'_1$,

B^{n-1} — то же, при $r = r^{n-1}$ (не следует индекс в показателе путать со степенью или производной).

Выражение для B имеет четыре сомножителя. Три из них выражаются формулами

$$\xi = \xi_0 + k \left(\frac{a}{c_x} - 1 \right)^2$$

$$a^2 = \left(\frac{a}{c_x} - 1 \right)^2 c_x^2$$

$$c_x = c_x \frac{\sigma}{\rho}$$

Имеем также соотношения

$$\sigma = \frac{\omega R_1}{G}$$

$$c = \frac{\Gamma_0}{2\pi R_1} \frac{1}{\rho}$$

$$r_2 = \frac{2\pi R_1^2}{G} \sqrt{\frac{1}{2} (\rho_1^2 - \rho_2^2) + \frac{1}{2} \left(\ln \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) (\rho_1 + \rho_2 - \rho_2)} \quad (4-74)$$

* Здесь и далее вместо ξ стоит ξ

$\lambda_{\text{кр}} = 0,44$, что соответствует $r_{\text{кр}} = 0,44 \cdot 0,28 = 0,123$ м. Так как $r_0 = 0,08$ м, то на отрезке $0,123 - 0,08 = 0,043$ м отетки ВНА будут залиты в обратную сторону (см. рис. 85). На рис. 84 показана кривая $h_1 = F(r_1)$ для $r_1 = 0,16$ м при $r_0 = 0,08$ м. Как видно, потери в крыльчатке существенно уменьшились, несмотря на уменьшение площади входа в ВНА, равной $\pi(r_1^2 - r_0^2)$. Следовательно, осевая скорость $c_{2\text{ос}}$ по формуле (4-67) составит

$$c_{2\text{ос}} = \frac{G}{\pi(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{15}{\pi(0,16^2 - 0,08^2)} = 153 \text{ м/сек},$$

и формула (4-63) имеет вид

$$c_x = 227 \sqrt{\frac{0,2}{1-0} + 0,275}$$

Таким образом, возникает вопрос об оптимальном значении r_1 при постоянном сечении арматуры Γ (Γ для разных r_1 определяем в соответствии с оптимальной циркуляцией l). На рис. 83 звездочкой обозначены значения h_1 при $r_1 = 0,16$ м, как видим, потери h_1 начинают увеличиваться при переходе к $r = 0,16$ м, по сравнению с потерями при $r_1 = 0,18$ м. Как указывалось выше, величина R_1 влияет на плавность кривой $c_x = F(r)$. В табл. 18 приведены данные расчета потерь, определенных потери в крыльчатке h_1 (см. формулу (4-72)) при $r_1 = 0,2$ м $r_0 = 0,08$ м, $R_1 = 0,4$ м. По формуле (4-73), имеем

$$\int_{r_0}^{r_1} B dr = \left(\frac{0,353 + 1,125}{2} + 0,0444 + 0,169 \right) \times \\ \times 10^6 \frac{r_1 - r_0}{2} = 0,097 \cdot 10^6$$

и по формуле (4-72)

$$h_1 = \frac{0,097 \cdot 10^6}{\pi} = 3,930 \text{ кдж/кг}$$

Таблица 18

$R_1 = 0,4$ м, $r_1 = 0,2$ м, $r_0 = 0,08$ м, $l = 150$ м²/сек

r	$\alpha = 90^\circ$, $r_{\text{кр}} = \frac{0,9 \cdot c_{2\text{ос}}}{g} = 97 \left(\frac{r_1}{r_0} + 0,275 \right)$	$\frac{c_x^2}{2}$	$\pi(r_1 - r_0)$	$\frac{G}{\pi}$	ϵ	B		
0,2	128	318	103,5	10 790	26 000	46 700	0,4095	393 900
0,3	90	214	10,5	2 200	37	12 775	0,1	14 400
0,4	252	162	130,0	14 400	8 100	22 500	0,560	169 000
0,5	320	28	133,0	17 700	27 000	34 700	0,5000	1 25 100

Как видно (см. рис. 87), эта величина немного меньше для принятого значения R_1 , чем для $R_1 = 0,28$ м.

При $G_0 = 64,4$ м³/сек (когда угол $\Theta = 0$ и $r = r_0$) получаем обратную картину: h_1 при $R_1 = 0,4$ м немного больше, чем при $R_1 = 0,28$ м (10,2 кдж/кг и 9,9 кдж/кг соответственно). Таким образом, какого-либо существенного влияния на потери величина R_1 при данном законе изменения ξ по радиусу не имеет, но тем не менее принимать очень малое значение R_1 для уменьшения длины жакетов и других патрубков надо осторожно, так как кривизна участка $d\theta/dr$ (см. рис. 85) резко возрастает и величина потерь h_1 увеличивается. Кривые (см. рис. 89, показывают значительное влияние циркуляции G_0 на потери в крыльчатке. Если принять $G_0 = 0$, то потери h_1 увеличатся. С другой стороны, при увеличении G_0 уменьшается напор центробежного компрессора при сохранении окружной скорости $u_2 = \omega r_2$, где r_2 — внешний радиус крыльчатки.

Действительно, работа, передаваемая крыльчатке компрессора

$$L_{\text{кр}} = \frac{G_0}{2\pi} \frac{r_2}{r_0} \quad (4-74)$$

где

$$G_0 = 2\pi r_2 n u_2 = 2\pi \omega r_2^2 n, \quad (4-75)$$

n — коэффициент Кухальского

Значение $L_{\text{кр}}$ уменьшается при увеличении G_0 , если $u_2 = \text{const}$ (по условиям прочности) и $n = \text{const}$.

Для того чтобы, с одной стороны, уменьшить h_1 , а с другой, — уменьшить $L_{\text{кр}}$, в некоторых инструкциях перед рабочим колесом ставится вентилятор — осевая ступень, которая и создает необходимую величину G_0 . Поскольку этот вентилятор сидит на том же валу, что и рабочее колесо, то $L_{\text{кр}}$ не уменьшается. При этом осевой габарит компрессора растет, и стоимость такой машины также увеличивается. Однако ее экономичность будет выше, и расход энергии меньше. Значит, только с точки зрения гидродинамики нельзя решать задачу об оптимальном значении G_0 . Это задача технико-экономическая, как и все инженерные задачи. Если компрессор работает в системе газотурбинной установки (ГТУ), то следует учитывать всю систему в целом.

В частности, не всегда напор компрессора при заданном значении u_2 должен быть максимальным. Задача может быть, например, поставлена так: при заданной скорости u_2 в определенной схеме ГТУ получить максимальную ее экономичность при любых размерах (мощности установок и температура газа перед турбиной заданы).

В нашем примере мы выбрали некоторую величину угловой скорости ω , но она также подлежит определению, так как она имеет оптимальное значение. Измен же ω , мы изменяем r_2 , поскольку стремимся сохранить u_2 . Изменение значения r_2 (D_2) вызывает соот-

ветствующее изменение работы трения рабочего колеса о воздух. По Стодола эта работа (мощность N_r) выражается формулой

$$N_r = (0,81 + 0,82) \left(\frac{v_2}{100} \right)^3 D_2^3 \gamma.$$

т. е. при v_2 — const величина N_r пропорциональна квадрату D_2 . Обозначим h_r — потерю на трение рабочего колеса, отнесенную к 1 кг протекающего воздуха, тогда

$$h_r = \frac{N_r}{G}. \quad (4-76)$$

При изменении ω будут меняться значения h_k и h_r . Обозначим

$$h_{kr} = h_k + h_r.$$

Подсчитаем h_{kr} для трех значений ω : 1600 1/сек, 1400 1/сек и 1200 1/сек. Далее, примем $R_1 = 0,28$ м и $\Gamma_2 = 1,30$ м²/сек. Осевая скорость не зависит от ω (см. табл. 16). Окружная скорость $v_2 = 480$ м/сек. Результаты расчетов сведен в табл. 19. Как видно, оптимальное значение ω лежит

Таблица 19

$\Gamma_2 = 1,30$ м²/сек, $R_1 = 0,28$ м, $r_1 = 0,2$ м

ω	h_k	h_r	h_{kr}
1600	4,79	5,355	10,145
1400	3,16	6,980	10,140
1200	2,25	9,530	11,780

между значениями 1600 1/сек и 1400 1/сек. Мы допустили, что при изменении ω изменятся только h_k и h_r . Но увеличение D_2 при уменьшении ω влечет за собой уменьшение ширины (см. рис. 85), т. е. уменьшение гидравлического диаметра диффузора, что в известных случаях нужно также учитывать. При этом оптимальное значение ω увеличивается. К п. д. диффузора можно определить по формуле (4—24) или (4—30). Отметим, что учитывать следует только изменение к. п. д. безлопаточного диффузора, так как к. п. д. лопаточного диффузора практически не изменяется с изменением ω при автомодельном режиме.

При различных Γ_2 изменяется и живая сила потока, подходящего к ВНА. Так как скорость c_1 (см. рис. 85) зависит от радиуса, то живая сила (кинетическая энергия K потока) выражается интегралом

$$K = \int_{r_0}^R c_1^2 c_2 \rho dr \quad (4-77)$$

Интеграл в числителе так же удобнее определять по формуле трапеций. Поток во всасывающей патрубке при подходе к ВНА конфузорный и если оценить потерю в нем (аналогично расчету сопла) коэффициентом скорости φ , т. е.

$$\varphi^2 = \frac{K'}{K},$$

где K' — кинетическая энергия потока при отсутствии потерь, то потери во всасывающей трубке

$$h_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) K. \quad (4-78)$$

При расчетах φ можно принимать равным 0,94—0,96.

В качестве примера определим K для потока, параметров которого даны в табл. 16. Составим, для 20 м/сек, таблицу для нахождения интеграла в числителе формулы (4—77) используя равенство (4—73),

$$\int_{r_0}^R c_1^2 c_2 \rho dr = \int_{r_0}^R Edr = \left(\frac{1}{2} c_2^2 r^2 + 0,15 + 1,23 \right) 10^4 \text{ Дж} \quad \text{при } r_0 = 0,2 \text{ м}$$

По известному значению знаменателя в формуле (4-77)

$$\int c_2 \rho dr = \frac{G}{2\pi R \gamma} = 2,03$$

получим

$$K = \frac{550.000}{2 \cdot 25,1} = 10,85 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$$

Таблица 20

$$\omega = 64,4 \text{ м}^2/\text{сек}, R_1 = 0,28 \text{ м}, r_1 = 0,2 \text{ м}$$

c_1^2	$\frac{1}{r}$	$\frac{1}{r^2}$	c_2	$r = c_2^2 c_{20}$
0,295	16,450	8,000	24,500	90
0,425	7,400	10,200	17,600	101
0,564	4,250	14,200	18,400	1,9
0,714	2,610	23,000	27,600	3,12

Потери в $\varphi = 0,94$, и следовательно, коэффициент потерь в патрубке по формуле (4—78)

$$B_K = \frac{1}{\varphi^2} \cdot K = 0,108 \cdot 10,85 = 1,17 \text{ кВатт}$$

так как $\gamma_{\text{в}}$ выдает соотношение в b_K при постоянных R_1, r_1 . Так, при $\gamma_{\text{в}} = 0,30 \text{ м}^2/\text{сек}$ $B_K = 2,00 \text{ кВатт}$. Уменьшение r_1 влечет за собой заметное увеличение K при постоянных $\gamma_{\text{в}}$ и R_1 . В табл. 21 приведены соответствующие расчетные данные при $r_1 = 0,8$ и $\gamma_{\text{в}} = 64,4 \text{ м}^2/\text{сек}$, из которых находим $K = 16,4 \text{ кВатт}$ и $B_K = 1,77 \text{ кВатт}$. При $\gamma_{\text{в}} = 0,30 \text{ м}^2/\text{сек}$ $r_1 = 0,8$ мы получаем $B_K = 2,82 \text{ кВатт}$.

Таблица 21

$$\gamma_{\text{в}} = 64,4 \text{ м}^2/\text{сек}, R_1 = 0,28 \text{ м}, r_1 = 0,8 \text{ м}$$

ρ	$c_{\text{в}}^2$	$c_{\text{в}}^2$	$c_{\text{в}}^2$	$c_{\text{в}}$	ξ
0,28	16,100	16,000	32,400	196	1,17 001
0,4	8,200	11,90	27,10	139	1,65 108
0,524	4,900	26,000	29,300	148	2,48 108
0,648	3,250	36,000	39,250	190	4,8 006

Умеем оценивать потери в крыльчатке B_K и потери во всасывающем патрубке $B_{\text{в}}$, мы можем оценить и величину $\eta_{\text{в}}$ п. д. крыльчатки $\eta_{\text{в}}$.

$$\eta_{\text{в}} = \frac{T_2 - T_0}{T_2 - T_0} = 1 \quad (479)$$

Для упрощения формулы (4—79) допущена небольшая неточность ($T_2 - T_0$ это разность температур воздуха при выходе из крыльчатки и окружающего воздуха). Она зависит от величин $\gamma_{\text{в}}$, $\gamma_{\text{в}}$.

$$T_2 - T_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_{\text{в}}}{\gamma_{\text{в}}} \right) \cdot \frac{T_2 - T_0}{\gamma_{\text{в}}} = \frac{1}{2 \cos^2 \alpha_2}$$

$$\eta_{\text{в}} = \frac{T_2 - T_0}{T_2 - T_0} = \frac{\gamma_{\text{в}}}{\gamma_{\text{в}}}$$

Таблица 22

$r_1 - r_0$ м	$\gamma_{\text{в}}$ м ² /сек	$\gamma_{\text{в}}$ м ² /сек	$\gamma_{\text{в}}$ м ² /сек	$\gamma_{\text{в}}$ м ² /сек	$\gamma_{\text{в}}$ м ² /сек	$\gamma_{\text{в}}$ м ² /сек
104,5	64,4	1600	0,47	7,78	1,7	0,8950
		1400	0,585	8,98	1,17	0,99,5
		1200	0,500	3,73	1,17	0,9530
78,0	130	1600	0,667	4,89	2,05	0,9125
		1400	0,585	3,16	2,05	0,9330
		1200	0,500	2,26	2,05	0,9450

В табл. 22 даны расчетные значения $\eta_{\text{в}}$, полученные при использовании формулы (4—69) для коэффициента сопротивления ξ . При этом диаметр всасывания $D_1 = 2 r_1$ сохраняется неизменным, а наружный диаметр крыльчатки D_2 изменяется. Для сохранения равенства $\eta_{\text{в}} = \eta_{\text{в}}$ изменяется угловая скорость ω .

На рис. 90 дан график изменения $\eta_{\text{в}}$ в зависимости от D_1/D_2 для разных $\gamma_{\text{в}}$. На этом же графике приведены данные полученные по вышеизложенной методике значения к. п. д. крыльчатки компрессора, испытанного Эккертом (жирный вертикальный отрезок). Звездочками обозначены величины $\eta_{\text{в}}$, полученные при испытаниях турбинного компрессора. Следует отметить, что все экспериментальные точки относятся к случаю, когда $\gamma_{\text{в}} \approx 0$. Расчетные кривые получены для значений $\gamma_{\text{в}} = 64,4 \text{ м}^2/\text{сек}$ и $130 \text{ м}^2/\text{сек}$, что при $\gamma_{\text{в}} = 815 \text{ м}^2/\text{сек}$ составляет (0,08—0,16) $\gamma_{\text{в}}$.

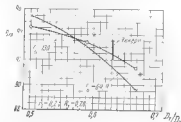


Рис. 90. Зависимость к. п. д. крыльчатки $\eta_{\text{в}}$ от D_1/D_2

Приведенные на рис. 90 данные позволяют считать, что формула (4—69) дает удовлетворительное совпадение с опытом при $\xi_0 = 0,1$ и $k = 0,1$. Одновременно возникает существенный вопрос насколько далеко реальный поток во всасывающем патрубке от потенциального, который мы рассматривали. Из табл. 16 видно, что коэффициент ξ резко меняется при изменении радиуса (при $\rho_0 \xi = 0,1$, а при $\rho_0 \xi = 0,308$, т. е. почти в 4 раза больше). Это обстоятельство обязательно вызывает увеличение скорости c_2 у втулки (ρ_0) и уменьшение ее на периферии (ρ_0).

Изменение $\gamma_{\text{в}}$ вызывает перераспределение ξ по радиусу, как это видно из табл. 23. Так, при $r_1 = 0,2 \text{ м}$ и $\gamma_{\text{в}} = 64,4 \text{ м}^2/\text{сек}$ значение ξ возрастает от втулки к периферии, при $\gamma_{\text{в}} = 130 \text{ м}^2/\text{сек}$ оно изменяется более плавно. Это значит, что поток во всасывающем патрубке меньше «сперекисается» по сравнению с потенциальным. Аналогичная картина получается при $r_1 = 0,18 \text{ м}$. Здесь значения ξ более выравниваются по радиусу при $\gamma_{\text{в}} = 130 \text{ м}^2/\text{сек}$. В связи с

Таблица 23

a	a = 45°		a = 135°	
	b	c	b	c
0,2	0,288	0,100	0,300	
	0,425	0,205	0,1035	
	0,564	0,346	0,3040	
	0,715	0,388	0,2884	
0,18	0,268	0,1000	0,205	
	0,405	0,1435	0,100	
	0,524	0,200	0,136	
	0,643	0,2470	0,183	

этим следует внимательно рассмотреть структуру этого коэффициента (формула 4-70,

$$\xi = \xi_0 + k \left(\frac{c_{12}}{c_2} \right)^2,$$

где ξ_0 — коэффициент, учитывающий гидравлическое сопротивление при $\theta = 0$ (см. рис. 85), т. е. когда нет поворота потока при входе в ВНА.

Коэффициент гидравлического сопротивления в этом случае зависит от отношения длины рассматриваемого участка к его гидравлическому диаметру, т. е. длины дуги l к гидравлическому диаметру замкнутого канала. Это отношение пропорционально относительной

$$\frac{D_2 - D_1}{D_1} = 1 - \frac{r_1}{r_2} = 1 - \eta, \quad \frac{r_1}{r_2} = 1 - \frac{D_1}{D_2}$$

Следовательно,

$$\xi_0 = \xi_0 \left(1 - \frac{D_1}{D_2} \right) \approx 0,25 \left(1 - \frac{D_1}{D_2} \right)^2, \quad (4-80)$$

Мы приняли $\xi_0 = 0,25$, так как в этом случае формула 4-80 дает хорошие приближения к опытным данным (см. рис. 90). Корректировка в формуле 4-80 вносит некоторый изгиб, но изменения невелики (расчеты (см. табл. 16—23)). Но эти изменения невелики.

Более существенным является то обстоятельство, что при существующих гидравлических потерях ВНА значительно увеличивается k в рабочем колесе. Поэтому надо подбирать такие конструктивные формы входа в ВНА, при которых будет достигаться минимальная циркуляция Γ_0 . В этой связи можно отметить результаты испытаний турбинного компрессора, теорию которого мы разобрали в данной главе.

На рис. 91 приведен в сечении турбинного компрессора (рис. 92) лопатка 1, не имеющая загнутых концов ВНА, лопатка 2 турбинного

и рабочее колесо консольный, вход воздуха свободный, неподвижных направляющих аппаратов нет. На рис. 92 показаны треугольные скорости на входе в крыльчатку c_0 — скорость потока воздуха, w_1 — окружная скорость лопатки крыльчатки; w_2 — относительная скорость входа, θ_0 — угол атаки. После необходимых измерений получили к п. д. компрессора, примерно равный 65—66%.

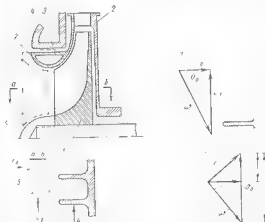


Рис. 91. Схема турбинного компрессора с циркуляцией на входе

Рис. 92. Треугольные скорости в турбинном компрессоре

Затем, ничего не меняя в установке, прикрепили к воздушной турбине 2 вертущую 3 (показана пунктиром) и опять провели испытания. Получили к п. д. 68—69%. Треугольник скоростей на входе в колесо 1 показан на рис. 92. Здесь w_1 — относительная скорость входа на лопатки крыльчатки, θ_1 — угол атаки. В первом случае потери k пропорциональны величине u^2 , т. е.

$$k_1 = \beta u_1^2$$

а во втором они складываются из потерь при входе в вертущую 3 и потерь при входе в рабочем колесе $\beta(u_1 - u_2)^2$, т. е.

$$k_2 = \beta u_1^2 + \beta(u_1 - u_2)^2 = \beta u_1^2 \left[1 - 2 \frac{u_2}{u_1} + \left(1 - \frac{u_2}{u_1} \right)^2 \right]$$

Воздушная турбина вращается с числом оборотов примерно в три раза меньшим, чем число оборотов рабочего колеса

$$\frac{n_2}{n_1} \cong 0,33,$$

тогда

$$h_2^* = \rho \omega_1^2 [1 - 2 \cdot 0,33 \cdot 0,67] = 0,625 \rho \omega_1^2 = 0,65 h_1^*$$

Таким образом, установкой вертушки 3 мы почти в 1,5 раза уменьшаем потери на всасывании. Нечто подобное происходит и в обычном компрессоре, если на всасывании поставить колесо осевого компрессора. Грудно сказать, насколько дорожно будет такой компрессор, так как создание циркуляции $\Gamma_{\text{в}}$ вовсе не приводит к уменьшению напора. Иллюстративный расчет, как нам кажется, облегчит решение данного вопроса.

Несколько слов о выборе угла α_2 (см. рис. 87) с увеличением этого угла уменьшается степень повышения давления в рабочем колесе и увеличивается в диффузоре (безлопаточном и лопаточном, если таковой имеется). В этом случае межлопаточный канал становится более конфузорным и коэффициент k в формуле (4-70) должен выбираться меньшим. К п. д. рабочего колеса $\eta_{\text{вв}}$ при этом возрастает, но так как диффузор имеет меньший к. п. д. ($\eta_{\text{дф}}$), то к. п. д. компрессора в целом может уменьшиться, особенно при значительном увеличении угла α_2 (например, до 18° и 25°). Наоборот, при уменьшении угла α_2 увеличивается диффузорность межлопаточного канала и $\eta_{\text{вв}}$ уменьшается. Следовательно, угол α_2 имеет оптимальное значение.

Мы проводили расчеты по формуле (4-70) при $k = 0,1$. Не представляя труда рассчитывать потери по данным, приведенным на рис. 88. Допустим, что температура заторможенного потока перед всасывающим патрубком равна T_0 . Тогда термодинамическая температура перед ВНА T_1 будет различной на разных радиусах. Она связана с T_0^* равенством

$$T_1 = T_0^* - \frac{c_p^*}{2\epsilon_0}$$

где c_p^* - теплоемкость воздуха (или другого газа, для которого проектируется компрессор)

В относительном движении температура торможения

$$T_1^* = T_0^* + \frac{u^2}{2\epsilon_0}$$

или

$$T_0^* \sim T_0^* \left(1 + \frac{u_{\text{вв}}^2}{2\epsilon_0} - \epsilon_{10}^2 \right) \quad (4,8)$$

Критическая скорость в относительном движении

$$\tilde{u}_{\text{кр}} = 2 \frac{k}{k-1} R T_0^*$$

Зная на каждом радиусе $\tilde{u}_{\text{вв}}$ и ω_1 , подыскиваем приведенную скорость (см. рис. 88)

$$\lambda = \frac{\tilde{u}_{\text{вв}}}{\tilde{u}_{\text{кр}}} \quad (4,82)$$

Находим угол θ по его тангенсу

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{u}{c_p}$$

Зная θ и λ для каждого радиуса, по рис. 88 определяем значения ξ_1 , α , полный коэффициент потерь

$$\xi = \xi_0 + \xi_1$$

Таблица 24

$\Gamma_{\text{в}} = 64,4 \text{ м}^3/\text{сек} \quad k = 0,26 \text{ м}$										
β	α	$T_0^* - T_1$	$\alpha_{\text{вв}}$	λ	θ	$\xi = 0,1 + \xi_1$	$\xi_{\text{вв}} = 100$	$\xi_{\text{вв}} \cdot 10$	$\xi_{\text{вв}} \cdot 10$	$\xi_{\text{вв}} \cdot 10$
0,288	0	279,8	305	0,294	0	0,125	0,206	0,100	0,100	0,100
0,425	46°	289,7	311	0,465	0,025	0,125	0,206	0,100	0,100	0,105
0,564	$57^\circ 30'$	303,2	318	0,698	0,150	0,250	0,347	0,110	0,110	0,150
0,714	$59^\circ 30'$	322,4	328	0,950	0,285	0,385	0,388	0,190	0,190	0,240

В табл. 24 приведены необходимые данные для подсчета значения ξ_1 с использованием данных табл. 16. Потери h_2 с использованием опытных данных (см. рис. 88) получились 8,65 кдж/кг для условий табл. 16 и 3,14 кдж/кг — для условий табл. 17, вместо 9,81 кдж/кг и 4,10 кдж/кг соответственно, получаемых при расчетах с учетом соотношения $\xi = k \operatorname{tg}^2 \theta$. Эти изменения величины h_2 скажутся на величине $\eta_{\text{вв}}$ (см. рис. 83) примерно в пределах $\pm 0,01$, т. е. вместо 0,9 получим 0,91, если считать по рис. 8.

Процессы теплообмена играют важную роль в ГТУ. Охлаждение ротора, корпуса, жаровой трубы, промежуточные охлаждение воздуха компрессоров, подогрев газа в регенераторах, стационарных и вращающихся, наконец, охлаждение рабочих и сопловых дозатов — все связано с явлениями теплообмена.

Даже самая простая ГТУ не может быть создана без учета теплообмена. Введение холодильников при сжатии, регенератора, промежуточных камер сгорания резко повышают экономичность ГТУ, а охлаждение газового тракта с целью повышения рабочей температуры рабочего тела делает ГТУ, по нашему мнению, недоступной для других энергетических установок как по экономичности, так и по габаритам и металлозатратам.

ГТУ, в которой рабочая температура составляет примерно $1500-1600^\circ\text{K}$, а давление $100-150\text{ бар}$, с двумя холодильниками и несколькими камерами сгорания, может иметь к. п. д. свыше 60% и практически неограниченную мощность. Следует к тому же отметить, что ГТУ большой мощности (свыше 25 Мвт) можно сделать достаточно эффективными и без регенератора, высокоэффективную ГТУ малой мощности без регенератора создать, по-видимому, невозможно.

Вопросы интенсификации теплообмена в одних элементах и деинтенсификация — в других являются главнейшими в создании ГТУ. Одним из древних способов интенсификации теплообмена через стенку является ребрение поверхности.

§ 1. О РЕБРИСТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Рассмотрим для общих случаев двухстороннего ребрения поверхности стенку с смещенными ребрами (рис. 93) и стенку с ребрами, симметричными друг относительно друга на половину шага между ребрами (рис. 94). Формулы для одностороннего ребрения получаются как частный случай задачи о передаче тепла через стенку, имеющую совмещенные или смещенные ребра.

Примем следующие обозначения:
 δ_1 и δ_2 — толщина ребер 1 и 2 (рис. 94, 95),
 a_1 и a_2 — высота ребер 1 и 2,

x_1 и x_2 — текущие координаты ребер 1 и 2,
 λ_1 и λ_2 — коэффициенты теплопроводности ребер 1 и 2,
 σ и α_2 — коэффициенты теплоотдачи соответственно со стороны 1 и 2,
 t_1 и t_2 — температура сред соответственно со стороны ребер 1 и 2,
 $2b$ — шаг ребер,
 δ_0 — толщина стенки,
 λ_2 — коэффициент теплопроводности стенки,
 y — текущая координата стенки

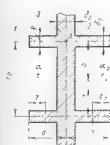


Рис. 93. Схема двухстороннего ребрения с совмещенными ребрами

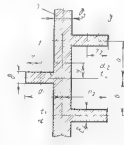


Рис. 94. Схема двухстороннего ребрения со смещенными ребрами

В обоих случаях рассматривается одномерная задача. Коэффициентами теплоотдачи задаемся и считаем их постоянными вдоль соответствующих ребер и стенки. Ребра имеют постоянную толщину. В общем случае материалы ребер и стенки разные. Толщина ребер 1 и 2 также может быть разной, т. е. $\delta_1 \neq \delta_2$. Тепловой поток через торцы ребер принимается равным нулю. Ширина ребристой стенки в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа, принята равной. Для определенности считается, что $t_1 > t_2$.

СТЕНКА С СОВМЕЩЕННЫМИ РЕБРАМИ (КРЕСТОВИДНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ)

Общее решение дифференциальных уравнений распространения тепла вдоль ребер и стенки для ребра 1

$$t = t_\infty + c_1 e^{\sqrt{\sigma_1} y} + c_2 e^{-\sqrt{\sigma_1} y} + c_3, \quad (5.1)$$

Используя указанные обозначения, равенства (5-5) и (5-7) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} t + c_1 B_1 - t_2 + c_2 B_2 &= m_1 - c_3 B_3 \\ \lambda_2 b_1 \sqrt{m_1} c_1 A_1 - \lambda_3 b_2 &= m_2 c_1 A_1 - 2\lambda_3 b_2 + c_2 c_1 A_1 \end{aligned} \quad (5-8)$$

Разделим обе части уравнения (5-9) на $(-\lambda_3 b_2 \sqrt{m_1})$ и обозначим

$$k_1 = \frac{\lambda_2 b_1}{\lambda_3 b_2} \left\{ \frac{c_1}{m_1} \right\}, \quad k_2 = \frac{-\lambda_3 b_2}{\lambda_3 b_2} \left\{ \frac{m_1}{m_1} \right\} \quad (5-9)$$

тогда

$$c_1 A_1 = -c_3 k_1 A_2 + c_2 k_2 A_2 \quad (5-10)$$

Равенства (5-8) и (5-10) дают систему из трех уравнений, тремя неизвестными c_1 , c_2 и c_3 . Опуская промежуточные преобразования и учитывая, что t_m его значения из формулы (5-7), получим решение системы уравнений

$$c_3 = \frac{c_2 (t_1 - t_2)}{c_1 + c_2} \cdot \frac{\ln a_1 \sqrt{m_1} - k_1 \frac{a_1}{a_2} \ln a_2 \sqrt{m_2}}{B_2 (\ln a_1 \sqrt{m_1} + k_1 \ln a_2 \sqrt{m_2}) - k_2 A_2} \quad (5-11)$$

Обозначая для краткости письма

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{a_1 (t_1 - t_2)}{c_1 + c_2} \\ \beta &= \frac{\ln a_1 \sqrt{m_1} - k_1 \frac{a_1}{a_2} \ln a_2 \sqrt{m_2}}{B_2 (\ln a_1 \sqrt{m_1} + k_1 \ln a_2 \sqrt{m_2}) - k_2 A_2} \end{aligned} \quad (5-12)$$

имеем окончательно

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \omega_2 \beta, \\ c_2 &= \frac{\omega_2 c_1}{\beta \beta_1}, \\ c_3 &= \frac{\omega_2 c_1}{\beta \beta_1} \end{aligned} \right\} \quad (5-12)$$

После определения всех произвольных постоянных находим количество тепла, переносимое через ребристую стенку на длине одного шага $2b$

$$Q = 2\alpha_1 \int_0^{a_1} (t_1 - t) dx + 2\alpha_2 \int_0^{a_2} (t_2 - t) dy$$

Следует заметить, что в этом уравнении допускается некоторая неточность ввиду того, что в первом интеграле должен быть предел $(a_1 - \delta_1)$, а нижний предел второго интеграла — приблизительно $\frac{\delta_1}{2}$.

Второе слагаемое выражает тепло, воспринимаемое стенкой высотой $2b$, первое — тепло, воспринимаемое ребром l .

После замены величин t , t по уравнениям (5-1) и (5-3) в частичном интегрировании выражения под знаком второго интеграла получаем

$$\begin{aligned} Q &= -2\alpha_1 \int_0^{a_1} (c_1 e^{a_1 \sqrt{m_1} x} + c_2 e^{-a_1 \sqrt{m_1} x}) dx + 2\alpha_2 (t_1 - t_m) b - \\ &\quad - 2\alpha_2 \int_0^{a_2} (c_3 e^{a_2 \sqrt{m_2} y} + c_4 e^{-a_2 \sqrt{m_2} y}) dy \end{aligned}$$

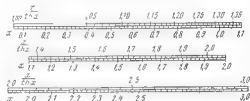


Рис. 95. Двухсторонняя шкала зависимости $\left\{ \frac{x}{b \sqrt{x}} \right\}$ от x

После интегрирования имеем

$$Q = 2\alpha_1 \left[t_1 (t_1 - t_m) - \frac{c_1 A_1}{\sqrt{m_1}} + \frac{c_2 A_2}{\sqrt{m_2}} \right] \quad (5-13)$$

Замещая в формуле (5-13) t_m ее значением из равенства (5-3) и подставляя вместо c_1 и c_2 их значения из уравнения (5-12), получаем

$$Q = \omega_2 \left\{ \beta B_2 \left(\frac{1}{\beta \sqrt{m_2}} + \frac{1}{\sqrt{m_1}} \right) + \frac{\ln a_1 \sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1}} \right\} \quad (5-14)$$

Вводим следующие обозначения

$$\frac{a_1 \sqrt{m_1}}{\ln a_1 \sqrt{m_1}} = \bar{a}_1; \quad \frac{a_2 \sqrt{m_2}}{\ln a_2 \sqrt{m_2}} = \bar{a}_2; \quad \frac{b \sqrt{m_1}}{\ln b \sqrt{m_1}} = \bar{b} \quad (5-15)$$

Величины $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$ и $\bar{b}$ являются безразмерными и при $a_1 = a_2 = b = 0$ обращаются в нуль. Для удобства расчетов строим зависимость функций $\frac{x}{b \sqrt{x}}$ от x в виде шкалы (рис. 95). Значения $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$ и $\bar{b}$ по этой шкале

ле легко находится по значениям $a_1\sqrt{m_1}$, $a_2\sqrt{m_2}$, $b\sqrt{m_2}$, подставляемым вместо λ . Обозначим

$$\frac{a_1}{a} = a^*, \quad \frac{a_2}{a_2} = a_2^*, \quad \frac{b}{b} = b^* \quad (5-16)$$

Тогда уравнение (5-14) с учетом выражения (г) можно переписать относительно a_1^* , a_2^* и a_1 , a_2

$$\frac{Q}{2a_1} = \frac{a_1(i_1 - i_2)}{a_1 + a_2} \left[b + \frac{a_1 a_2^* (b^* + a_2^*) + a_2 a^* (b^* + a_2^*)}{a_1 a_1^* + a_2 a_2^* + b^* (a_1 + a_2)} \right] \quad (5-17)$$

Приравняв правые части обычного уравнения теплопередачи

$$Q = k \cdot 2b (i_1 - i_2), \text{ или } \frac{Q}{2a_1} = \frac{k b (i_1 - i_2)}{a_2}$$

и выражения (5-17), получим

$$k = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} \left[1 + \frac{1}{b} \cdot \frac{a_1 a_2^* (b^* + a_2^*) + a_2 a^* (b^* + a_2^*)}{a_1 a_1^* + a_2 a_2^* + b^* (a_1 + a_2)} \right] \quad (5-18)$$

Нужно отметить, что коэффициент теплопередачи k отнесен к поверхности $2b$, т. е. к необребленной поверхности. При $a_1 = 0 = a^*$ формула (5-18) примет вид

$$k_{a_1=0} = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} \left[1 + \frac{1}{b} \cdot \frac{a_1 a_2^* b^*}{a_2 a_2^* + b^* (a_1 + a_2)} \right],$$

или, используя равенство (5-16),

$$k_{a_1=0} = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} \left[1 + \frac{1}{b} \cdot \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} \right]. \quad (5-19)$$

Формула (5-19), как видно, является частным случаем задачи о передаче тепла через ребренную стенку, когда стенка имеет одностороннее ребрение.

При $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \infty$ выражение (5-18) становится элементарным

$$k' = b \left[\frac{1}{a_1 (a_1 + b)} + \frac{1}{a_2 (a_2 + b)} \right] \quad (5-20)$$

При условии $a_1 + a_2 = a = \text{const}$ a_1 и a_2 имеют оптимальные значения, при котором k из выражения (5-18) также достигает максимального значения.

Пример 1. $a_1 = a_2 = 8 \text{ мм}$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.5 \text{ мм}$; $\delta_3 = 1.0 \text{ мм}$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 30 \text{ ккал/м} \cdot \text{ч} \cdot \text{град} = 34.9 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}; \quad b = 1.5 \text{ мм}$$

$$a_2 = 0.008 \text{ м} \cdot \text{ч} \cdot \text{град} = 1.53 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}; \quad a_3 = 0 \text{ ккал/м} \cdot \text{ч} \cdot \text{град}$$

$$\frac{116.3 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}}{\lambda_1 \delta_1} = \frac{2a_1}{\lambda_2 \delta_2} = \frac{2}{\lambda_3 \delta_3} = \frac{34.9 \cdot 0.005}{0.370} = 0.370$$

$$m_1 = \frac{2a_1}{\lambda_1 \delta_1} = \frac{2 \cdot 1.53}{34.9 \cdot 0.005} = 133.000; \quad m_2 = \frac{a_1 + a_2}{\lambda_2 \delta_2} = \frac{1.53 + 1.53}{34.9 \cdot 0.005} = 13.000,$$

$$\frac{1}{\delta_1} = \frac{1}{0.005} = 200; \quad \frac{1}{\delta_2} = \frac{1}{0.005} = 200; \quad \frac{1}{\delta_3} = \frac{1}{0.01} = 100;$$

$$a_1 = 1 \text{ мм}, \quad a_2 = \frac{a_1 \sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} = 1.047, \quad a_3 = \frac{a_2}{a_2} = 0.955$$

В формуле (5-18) определим величину

$$\frac{a_2^* (b^* + a_2^*) + a_2 a^* (b^* + a_2^*)}{a_1 a_1^* + a_2 a_2^* + b^* (a_1 + a_2)} = \frac{1.047 (1 + 1.047) + 1.047 \cdot 1 (1 + 1.047)}{1 \cdot 1 + 1.047 \cdot 1.047 + 1 (1 + 1.047)} = 0.955$$

Результаты аналогичных расчетов, проведенных для различных значений a_1 и a_2 , сведены в табл. 25

Таблица 25

a_1	8.0	7.0	6.5	6.0	5.0	4.0
a_2	0	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0
ϵ	3.76	4.12	4.13	4.06	3.72	3.39

Как видно, имеется четко выраженное максимальное значение для ϵ и, следовательно, для k . Значит, легкое ребрение целесообразно использовать и на стороне с большим коэффициентом теплоотдачи. Ясно, что чем ближе отношение $\frac{a_1}{a_2}$ к 1, тем ближе значение ϵ к a_2 .

СТЕНКА СО СМЕЩЕННЫМИ РЕБРАМИ

Задача аналогична предыдущей, только ребра 2 (см. рис. 94) расположены между ребрами 1. Используя симметричность стенки, рассмотрим участок стенки высотой b (см. рис. 94).

Общее решение дифференциальных уравнений распространения тепла вдоль ребер и стенок для ребра 1

$$t_1 = c_1 e^{\alpha_1 \sqrt{m_1} x} + c_2 e^{-\alpha_1 \sqrt{m_1} x} \quad (5.21)$$

для ребра 2

$$t_2 = c_3 e^{\alpha_2 \sqrt{m_2} x} + c_4 e^{-\alpha_2 \sqrt{m_2} x} \quad (5.22)$$

для стенок 3

$$t = t_m + c_5 e^{\alpha_3 \sqrt{m_3} x} + c_6 e^{-\alpha_3 \sqrt{m_3} x} \quad (5.23)$$

причем

$$m_1 = \frac{2\alpha_1}{\lambda_1 \delta_1}, \quad m_2 = \frac{2\alpha_2}{\lambda_2 \delta_2}, \quad m_3 = \frac{\alpha_3 + \alpha_2}{\lambda_3 \delta_3}, \quad t_m = \frac{\alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Приведенные решения аналогичны решениям для случая 1 - стенки с совмещенными ребрами.

Граничные условия

$$1) \text{ при } x_1 = 0 \quad \left(\frac{dt}{dx_1} \right)_{x_1=0} = 0,$$

2) при $x_2 = 0 \quad \left(\frac{dt}{dx_2} \right)_{x_2=0} = 0$ (как и в первом случае), мы предполагаем, что на торцах ребер тепловой поток равен нулю,

3) при $x_1 = a_1$ и $y = 0$ ребро 1 и стенка 3 имеют одинаковую температуру,

4) при $x_2 = a_2$ и $y = b$ ребро 2 и стенка 3 имеют одинаковую температуру,

5) тепловой поток вдоль половины ребра 1 при $x_1 = a_1$ равен тепловому потоку вдоль стенки при $y = 0$,

6) тепловой поток вдоль стенок при $y = b$ равен тепловому потоку вдоль половины ребра 2 при $x_2 = a_2$. Из 1-го и 2-го граничных условий вытекает

$$c_1 = c_2, \quad c_3 = c_4, \quad (5.24)$$

из 3-го и 4-го граничных условий с учетом равенства (5.4) —

$$t_1 + c_1 (e^{\alpha_1 \sqrt{m_1} a_1} + e^{-\alpha_1 \sqrt{m_1} a_1}) = t_m + c_5 + c_6, \quad (5.25)$$

$$t_m + c_5 e^{\alpha_3 \sqrt{m_3} a_1} + c_6 e^{-\alpha_3 \sqrt{m_3} a_1} = t_2 + c_3 (e^{\alpha_2 \sqrt{m_2} a_2} + e^{-\alpha_2 \sqrt{m_2} a_2}); \quad (5.26)$$

из 5-го и 6-го граничных условий —

$$-\frac{\lambda_1 \delta_1}{2} \sqrt{m_1} (e^{\alpha_1 \sqrt{m_1} a_1} - e^{-\alpha_1 \sqrt{m_1} a_1}) c_1 = -\lambda_2 \delta_2 \sqrt{m_2} (c_3 - c_4), \quad (5.27)$$

$$\lambda_3 \delta_3 \sqrt{m_3} (c_5 e^{\alpha_3 \sqrt{m_3} a_1} - c_6 e^{-\alpha_3 \sqrt{m_3} a_1}) = \frac{\lambda_2 \delta_2}{2} \sqrt{m_2} (e^{\alpha_2 \sqrt{m_2} a_2} - e^{-\alpha_2 \sqrt{m_2} a_2}) c_3. \quad (5.28)$$

Вводя для краткости обозначения A_1, B_1, A_2 и B_2 , аналогичные соотношениям (а), и обозначая $e^{\alpha_1 \sqrt{m_1} a_1} = \zeta_1$,

$$\zeta_1 = \zeta_1^{-1} = A_1, \quad S = S^{-1} = B_1, \quad (5.29)$$

получаем

$$\frac{A_1}{B_1} = \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1}, \quad \frac{A_2}{B_2} = \text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2}, \quad \frac{A_3}{B_3} = \text{th } \alpha_3 \sqrt{m_3}$$

Из выражений (5.25) и (5.27) после несложных преобразований находим

$$\text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1} = \frac{\alpha_1 \zeta_1 - c_6}{c_5 - c_6 + \alpha_2}, \quad (5.29)$$

где

$$k_2 = \frac{2\alpha_2 \lambda_2}{\lambda_1 \delta_1}, \quad m_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1}, \quad \omega_2 = \frac{\alpha_2 (\zeta_1 - 1)}{\alpha_2 + \alpha_1} = t_1 - t_m, \quad (5.30)$$

Из равенств (5.26) и (5.28) определяем

$$\frac{c_3}{c_4} = \frac{e^{\alpha_2 \sqrt{m_2} a_2} - e^{-\alpha_2 \sqrt{m_2} a_2}}{e^{\alpha_2 \sqrt{m_2} a_2} + e^{-\alpha_2 \sqrt{m_2} a_2}} = t_2 - t_m, \quad (5.31)$$

и

$$k_3 = \frac{2\delta_2 \lambda_2}{\delta_1 \lambda_1} \sqrt{m_2}, \quad \omega_3 = \frac{\alpha_2 (\zeta_1 - 1)}{\alpha_1 + \alpha_2} = t_m - t_2, \quad (5.32)$$

а из (5.29) и (5.30)

$$\frac{S \omega_2 \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1} (k_2 + \text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2}) - \omega_1 (\text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2} (k_2 - \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1}))}{\zeta_1 (k_2 + \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1}) (k_2 + \text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2}) - S (k_2 - \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1}) (k_2 - \text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2})} = \frac{c_5 - c_6}{c_3 - c_4} \quad (5.33)$$

$$c_3 = \frac{S + \omega_2 \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1} (k_2 - \text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2}) - \omega_1 (\text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2} (k_2 + \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1}))}{S (k_2 + \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1}) (k_2 + \text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2}) - S^{-1} (k_2 - \text{th } \alpha_1 \sqrt{m_1}) (k_2 - \text{th } \alpha_2 \sqrt{m_2})} \quad (5.32)$$

Из выражения (5.27) с учетом обозначений (д) и (е) имеем

$$A_1 c_1 = k_2 c_3 - c_6, \quad (5.33)$$

Определим теперь количество тепла, передаваемое через ребристую стенку высотой b

$$Q = \alpha_2 \int_0^{a_2} (t_1 - t) dx_2 + \alpha_1 \int_0^{a_1} (t_1 - t) dy$$

Опять, как и в первом случае, достигается точность: верхний предел 1-го интеграла должен быть $a_1 - \frac{\delta_2}{2}$, нижний предел 2-го интеграла — $\frac{\delta_2}{2}$.

После интегрирования

$$\frac{Q}{a} = \omega_2 b + \frac{c_3 - c_4}{\gamma m_2} + \frac{c_5 S - c_6 S^{-1}}{\gamma m_2} - \frac{c_7 A_1}{\sqrt{m_1}}$$

Испол. ур. 2, равенство (5-33) по ур. (5-34)

$$\frac{Q}{a} = \omega_2 b + \frac{c_3 - c_4}{\gamma m_2} + \frac{c_5 S - c_6 S^{-1}}{\gamma m_2} - \frac{c_7 A_1}{\sqrt{m_1}} \quad (5-34)$$

После преобразования выражений для k_2 и k_3

$$k_2 = \frac{2\delta_2 \lambda_2}{\delta_1 \lambda_1} \left\{ \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\lambda_2 \delta_2} \frac{\delta_1}{2\alpha_1} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1} \right\} m_2 \quad (5-35)$$

$$k_3 = \frac{2\delta_2 \lambda_2}{\delta_1 \lambda_1} \sqrt{\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\lambda_2 \delta_2}} \frac{\delta_1 \delta_2}{2\alpha_2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_2} \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \quad (5-36)$$

и подстановки их в равенство (5-34)

$$\begin{aligned} \frac{Q}{a} &= \omega_2 b + \frac{c_3 - c_4}{\gamma m_2} \left(1 - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1} \right) - \frac{c_5 S - c_6 S^{-1}}{\gamma m_2} \\ &= \omega_2 b - \left[\frac{c_5}{\alpha_1} (c_3 - c_4) + (c_5 S - c_6 S^{-1}) \right] \frac{1}{\gamma m_2} \quad (5-37) \end{aligned}$$

с учетом обозначения знаменателя в выражении (5-31) и (5-32)

$$\begin{aligned} \theta &= S (k_2 + \text{th } a_1 \sqrt{m_1}) (k_3 + \text{th } a_2 \sqrt{m_2}) - S \cdot (k_2 + \text{th } a_1 \sqrt{m_1}) \times \\ &\times (k_3 - \text{th } a_2 \sqrt{m_2}) = (k_2 k_3 + \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2}) A_2 + (k_2 \text{th } a_2 \times \\ &\times \sqrt{m_2} + k_3 \text{th } a_1 \sqrt{m_1}) B_2 \quad (5-38) \end{aligned}$$

из уравнений (5-31), (5-32) и (5-38) получаем

$$\begin{aligned} c_1 - c_2 &= \frac{2\alpha_1 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \omega_2 k_2 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} A_2 + \\ &+ \dots + \omega_2 \text{th } a_2 \sqrt{m_2} \text{th } a_1 \sqrt{m_1} B_2}{\theta} \quad (5-39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_3 S - c_4 S^{-1} &= \frac{2\alpha_2 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \omega_1 k_3 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} A_2 + \\ &+ 4 \omega_1 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} B_2}{\theta} \quad (5-40) \end{aligned}$$

Подставляя равенства (5-39) и (5-40) в (5-37) и учитывая, что $\omega_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \omega_2$ из-за

$$\begin{aligned} \frac{Q}{a} &= \omega_2 b - \theta \gamma m_2 \left[4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \right] \times \\ &\times \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} + A_2 \frac{\alpha_1}{\alpha_2} k_3 \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} k_3 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} B_2 \Big] = \\ &= \omega_2 b \left\{ 1 + \frac{4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2}}{b \sqrt{m_2} \theta} + \frac{\alpha_1}{b \sqrt{m_2} \theta} \left[\frac{A_2}{\alpha_2} k_3 \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} k_3 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} B_2 \right] \right\} \quad (5-41) \end{aligned}$$

Преобразуем теперь каждое из слагаемых, стоящих в фигурных скобках,

$$\begin{aligned} &4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} = \frac{4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2}}{b \sqrt{m_2} \theta} \\ &= \frac{4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2}}{b \sqrt{m_2} \left[\left(1 + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\alpha_1 \sqrt{m_1}}{\lambda_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \frac{A_2}{\lambda_2} \right) \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \left(\text{th } a_1 \sqrt{m_1} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\alpha_2 \sqrt{m_2}}{\lambda_1} B_2 \right) \right]} \end{aligned}$$

С учетом выражений (5-35) и (5-36) получаем

$$\begin{aligned} &4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} = \frac{4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2}}{b \sqrt{m_2} \left[\left(1 + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} \frac{\alpha_1 \sqrt{m_1}}{\gamma m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \frac{A_2}{\gamma m_2} \right) \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \right. \\ &\left. + \left(\text{th } a_1 \sqrt{m_1} + \frac{\alpha_2 \sqrt{m_2}}{\gamma m_1} B_2 \right) \right]} \end{aligned}$$

После введения обозначений (5-15) и (5-16) первое слагаемое принимает вид

$$\begin{aligned} &4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} = \frac{4 \text{th } a_1 \sqrt{m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2}}{b \sqrt{m_2} \left[\left(1 + \frac{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_1^* \alpha_2^*}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} \frac{\alpha_1 \sqrt{m_1}}{\gamma m_1} \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \frac{A_2}{\gamma m_2} \right) \text{th } a_2 \sqrt{m_2} + \right. \\ &\left. + \left(\text{th } a_1 \sqrt{m_1} + \frac{\alpha_2 \sqrt{m_2}}{\gamma m_1} B_2 \right) \right]} \end{aligned}$$

Умножим теперь числитель и знаменатель на $(\alpha_1 + \alpha_2)$ и разделим на m_2

$$b \lambda_2 \left[\frac{\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} a_1^* a_2^*}{\left(\alpha_1 + \alpha_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\lambda_2 \delta_2} \right) b^* + a_1^* a_2^* + \alpha_1^* \alpha_2^*} \right]$$

После аналогичных преобразований во втором и третьем слагаемых в фигурных скобках формулы (5-4), обозначая

$$D = b^* \left(\alpha_1 + \alpha_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\lambda_2 \delta_2} \right) + a_1^* a_2^* + \alpha_1^* \alpha_2^*, \quad (5-5)$$

получаем формулу (5-4) в симметричной форме, аналогично формуле (5-17)

$$Q = \alpha_2 b \left[1 + \frac{a_1^* a_2^*}{b(\alpha_1 + \alpha_2) D} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{B_2} + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) + \frac{\alpha_1 a_1^* + \alpha_2 a_2^*}{b D} \right]. \quad (5-42)$$

Усредненный коэффициент теплопередачи, отнесенный к стенке 3 высотой b_1

$$Q = k b (t_1 - t_2). \quad (5-43)$$

Из выражений (5-42) и (5-43), после преобразований находим

$$k = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(1 + \frac{a_1^* a_2^*}{b(\alpha_1 + \alpha_2) D} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{B_2} + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) + \frac{\alpha_1 a_1^* + \alpha_2 a_2^*}{b D} \right). \quad (5-44)$$

Если положить $a^* = 0$ или $a_2^* = 0$, то выражение (5-44) переходит в формулу для обычной стенки с односторонним обребованием 1, в $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ оно переходит в элементарную, аналогично выводу (20), формулу

$$k = \frac{b}{\alpha_1 (\alpha_1 + b)} + \frac{b}{\alpha_2 (\alpha_2 + b)}$$

Пример 2

$\alpha_1 = 8 \text{ мм}, \alpha_2 = 5 \text{ мм}, b_1 = 0,8 \text{ мм}, \delta_2 = 0,6 \text{ мм}$
 $\delta_2 = 1,2 \text{ мм}, b = 4 \text{ м}, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 30 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град} = 34,9 \text{ ватт/м}^2 \cdot \text{град},$
 $\alpha_1 = 150 \text{ ватт/м}^2 \cdot \text{град}, 74,5 \text{ см}^2/\text{м}^2 \cdot \text{град}, \alpha_2 = 520 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град} =$
 $= 604 \text{ ватт/м}^2 \cdot \text{град}, m = \frac{2 \alpha_1}{\lambda_2 \delta_1} = \frac{2 \cdot 150}{34,9 \cdot 0,0008} = 2500$
 $m, \frac{2 \alpha_2}{\lambda_1 \delta_1} = \frac{2 \cdot 604}{34,9 \cdot 0,0006} = 57500, m_2 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\lambda_2 \delta_2} = \frac{74,5 + 604}{34,9 \cdot 0,0012} = 18800,$
 $b \sqrt{m_2} = 0,575, \bar{b} = \frac{b \sqrt{m_2}}{\ln b \sqrt{m_2}} = 0,95$

$$b^* = \frac{b}{\delta} = 0,65, \alpha_1 \sqrt{m_2} = 0,896, \alpha_2 = \frac{1}{\ln \alpha_2 \sqrt{m_2}} = 254$$

$$a_1^* = \frac{a_1}{\alpha_1} = 6,78, \alpha_2 \sqrt{m_2} = 1,44, a_2 = \frac{a_2 \sqrt{m_2}}{\ln \alpha_2 \sqrt{m_2}} = 1,62$$

$$a_2^* = \frac{a_2}{\alpha_2} = 3,7, B = -e^{b \sqrt{m_2}} + e^{-b \sqrt{m_2}} = 1,725 + 0,58 = 2,305,$$

$$D = b^* \left(\alpha_1 + \alpha_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\lambda_2 \delta_2} \right) + a_1^* a_2^* + \alpha_1^* \alpha_2^* =$$

$$= 3,65 \cdot 10^3 \left(670 + \frac{0,15 \cdot 0,52 \cdot 6,38 \cdot 3,7}{10 \cdot 0,002} \right) + 0,56 \cdot 78 \cdot 0,52 \cdot 3,7 = 5,4$$

Определим значение выражения, стоящего в фигурных скобках формулы (5-42)

$$+ \frac{a_1^* a_2^*}{b(\alpha_1 + \alpha_2) D} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{B_2} + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) + \frac{\alpha_1 a_1^* + \alpha_2 a_2^*}{b D} =$$

$$= 1 + \frac{6,38 \cdot 3,7 \cdot 0,15}{6 \cdot 604 \cdot 670 \cdot 5,4} + \frac{4 \cdot 0,15 \cdot 0,52 \cdot 10^4}{2 \cdot 305} + 22500 + 270000 +$$

$$= \frac{2,88}{6,65} = 2,56$$

По формуле (5-8) это же выражение для случая стенки со смещенными ребрами

$$\left(1 + \frac{1}{b} \frac{\alpha_1 a_1^* (\delta^* + a_1^*) + \alpha_2 a_2^* (\delta^* + a_2^*)}{\alpha_1 a_1^* + \alpha_2 a_2^* + \delta^* (\alpha_1 + \alpha_2)} \right) + \frac{1}{0,004} =$$

$$= 0,15 \frac{3,7 (3,65 + 6,38) \cdot 0,15 + 0,52 \cdot 6,38 (3,65 + 3,70) \cdot 10^{-3}}{2,63 + 3,65 \cdot 0,67} = 2,43$$

Таким образом, разница заметна в значениях выражений, стоящих в фигурных скобках, т.е. в значениях коэффициентов теплопередачи для стенки со смещенными ребрами и для стенки с совмещенными ребрами. Отсюда видно, что при данных размерах стенки и ребер выгоднее совмещать ребра, а не сдвигать их друг относительно друга. Однако нельзя считать полученный вывод универсальным при любых значениях $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3$ и так далее.

На рис. 96 даны схемы обребования с приваркой тонких ($\delta_1 \sim \delta_3$) листов к стенке (δ_2). Листы выполнены в виде волн с высотой h

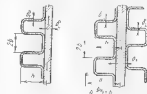


Рис. 96 Волнистое обребование

и шагом 4б. В этом случае расчеты можно проводить по формулам (5-19) и (5-44), только за размер a следует брать $(h + b)$, а за расчетную толщину стенки $\delta_3 = (\delta_2 + 0,5\delta_1)$ или $[\delta_2 + 0,5(\delta_1 + \delta_2)]$ — при двухстороннем оребрении.

На рис. 97, а показан отрезок трубки, оребренный такой лентой, а рис. 97, б — две оребренные трубки вместе: 1, 2 — трубки, 3 — лента, приваренная к трубке 1, 4 — дента, приваренная к трубке 2, 5 — каналы для воздуха (почти прямоугольник с малым гидравлическим диаметром). Волнообразная лента укрепляет плоские

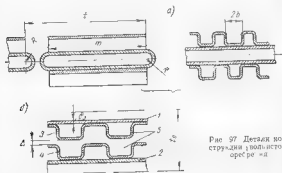


Рис. 97 Детали кон-
струкции волнистого
оребра «а»

ые стенки трубок. Каждая трубка может быть вынута из пачета, для чего предусматривается зазор $\Delta = 0,5$ мм. Компактность R такой поверхности сильно зависит от радиуса сплюсывания (R) лага t , ширины ленты m , шага волны 4б; шаг l может быть равным $(m + 2R)$, тогда в продольном направлении трубки ставятся рядом. Определим R в зависимости от размеров оребрения (см. рис. 97).

$$m = 0,5l \quad \pi R \quad t_0 = 2(a + b + R)$$

Здесь U — периметр трубки, которая будет сплюсываться. Допустим, что его величина не изменится, такое допущение вполне приемлемо при малой толщине стенки δ_2 . Можно принять $\Delta = 0$. Из простых геометрических расчетов получим

$$k = \frac{2a}{b} \left(\frac{0,5U - \pi R}{U} + 1 \right) + \frac{U}{2(a + b + R) \left(\frac{0,5U - \pi R}{U} + 1 \right)}$$

или, разделив числитель и знаменатель на $0,5U$ и сократив на 2,

$$R = \frac{\frac{a}{b} \left(1 + \frac{2\pi R}{L} + 1 \right)}{(a + b + R) \left(1 + \frac{2(\pi - 2)R}{L} \right)} \quad (5-45)$$

Для латунной трубки наружным диаметром 30 мм имеем $L = 0,0942$ м, $a = 0,0035$ м, $b = 0,005$ м, $\delta = 0,0015$ м. Тогда компактность зависит от R как указано в табл. 26, где дано и число трубок z на 1 м² трубной решетки

$$z = \frac{1}{a_2 \left(2a + b + R \right) \left(\frac{\pi - 2}{\pi} R \right)}$$

Табл. 26

R , мм	δ , мм	z	a_2 , мм
4	508	1290	34 5
5	555	1390	37 1
6	608	1520	38 2
8	667	1670	39 2
10	745	1840	40 6

В формуле (5-45) допущена неточность, у сплюснутых трубок закрученный участок (R) не оребрен. Он работает не так, как плоский оребренный участок. Это обстоятельство частично компенсируется тем, что, с одной стороны, закрученные участки находятся в области ламинарной турбулентности, а с другой, — общая поверхность этих закружений в данном случае мала, она составляет 3—6% от всей поверхности, заключенной в 1 м². Таким образом, это допущение лежит в пределах точности наших расчетов.

При $R = 2$ мм и толщине трубки $\delta = 1$ мм просвет для прохода теплоносителя составляет около 2 мм. Может вызвать затруднения вопрос чистки подобных каналов, но, учитывая высокое значение компактности, в этом случае (745 м² м² вместо 508 м² м² при $R = 4$ мм) можно считать целесообразной установку дополнительных фильтров на тракте. Изменение периметра U сказывается на величине k сравнительно слабо. Так, при $R = 2,5$ мм уменьшение U с 0,0942 м до 0,0628 м вызывает уменьшение k с 667 до 641. Однако число трубок при этом возрастает значительно быстрее, чем уменьшается периметр (в частности, в этом случае z увеличивается с 1670 до 2550). В предельном случае при $U \rightarrow \infty$

$$k_{\infty} = \frac{a + b}{b(a + b + R)} \quad (5-45')$$

При $R = 2 \text{ мм}$ $k_{\text{ср}} = 786 \text{ м}^2/\text{м}^3$ вместо $745 \text{ м}^2/\text{м}^3$ при $U = 0,0942 \text{ м}$. Но даже увеличение U в четыре раза уже дает значение

$$k = 775 \approx k_{\text{ср}}$$

Увеличение a при сохранении остальных размеров вызывает уменьшение значения k (при $a = 0,0065 \text{ м}$ и $R = 2 \text{ мм}$ $k = 712 \text{ м}^2/\text{м}^3$ вместо $k = 745 \text{ м}^2/\text{м}^3$ при $a = 0,005 \text{ м}$, см. табл. 26).

Таким образом геометрия обрешетки (см. рис. 97) полностью описывается формулой (6-46). Следует дополнительно отметить, что практически можно обеспечить качественную сварку и пайку волнистых лент с трубами.

Швейцарская фирма «Шнер-Васс» использует в своих теплообменниках конструкцию, представленную на рис. 98: на трубку 1 снаружи яввляется волнистая лента 2, а внутри — лента 3, эти ленты узкие, так что получаются смещенные ячейки, по которым протекает рабочее тело. Расположение элементов теплообменника относительно потока рабочего тела в плоскости сечения (пузыряющая линия на рис. 90, а) показано на рис. 90, б. Поток все время встречает лобовое сопротивление



Рис. 98. Схема обрешетки теплообменника фирмы «Шнер-Васс»

ленты, за счет чего увеличивается коэффициент теплоотдачи. Внутри трубки 1 вставлен также стержень 4. Ленты 2 и 3 припаиваются к стенкам трубки 1 — фирма разработала соответствующую технологию изготовления такого элемента теплообменника [1, 2].

Для количественной оценки этой конструкции определим коэффициент теплоотдачи α . Будем считать, что лента 2 имеет поперечным потоком, следовательно, температурой T_2 , а лента 3 — холодным теплоносителем с температурой T_3 . Коэффициент теплоотдачи для ленты 2 равен α_2 , а ленты 3 — α_3 . Рассмотрим схематично картину теплообмена (рис. 99, а) между лентой 2 и стержнем 4. В сечениях В и Д трубки 1 тепловой поток по ленте равен q , а по стержню — q_1 . В сечении А В лента имеет площадь F_1 , а стержень — F_2 , а в сечении А Д трубка имеет площадь F_3 , а стержень — F_4 . Действующий этап схематизации (схема II) показан на рис. 99, б. Загрязненные элементы означают изоляцию, т. е. отсутствие теплового

потока. Стержень а с обеих сторон, а лента 2 с одной стороны, теплообменник с температурой T_2 и имеет в сечении В площадь F_1 , а стержень б снизу омывается холодным потоком (соответственные характеристики T_3 и α_3), а сверху — горячим потоком (T_2 и α_2). Температуры и коэффициенты теплоотдачи T_2 и α_2 имеют вид

$$\frac{a^2 \phi}{\lambda_2 x^2} = \frac{\alpha_2}{\lambda_2 \alpha_2} (\phi + T_2), \quad (6-48)$$

$$\frac{a^2 \phi}{\lambda_2 x^2} = \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\delta, \lambda_1} t - \frac{\alpha_2 T_2 + \alpha_3 T_3}{\delta, \lambda_1}, \quad (6-47)$$

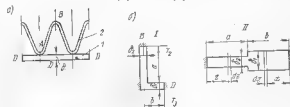


Рис. 99. Схема элемента теплообменника Шнер-Васс

где ϕ — текущее значение температуры стержня а, t — то же для стержня б, λ_2 , λ_1 — коэффициенты теплопроводности ленты 2 (стержня а и стенки 1 (стержня б) соответственно).

Учитывая, что на концах В и Д (схема III) тепловой поток отсутствует, получим решения уравнений (6-48) и (6-47) в виде

$$\phi = T_2 + c_1 2 \operatorname{ch} z \sqrt{m_2}, \quad (6-48)$$

$$c_1 = \frac{\alpha_2 T_2 + \alpha_3 T_3}{\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{2c_2 \delta, \lambda_1}{\alpha_3 + \alpha_2} \operatorname{ch} x \sqrt{m_1}, \quad (6-49)$$

$$m_2 = \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\lambda_2 \lambda_1}, \quad (6-49')$$

В выражениях (6-48) и (6-49) c_1 и c_2 — постоянные. Они находятся из двух очевидных условий: 1) температура ϕ при $z = 0$ и температура t при $x = 0$ равны;

2) количество тепла в этом сечении одинаково для обеих стержней. Из этих условий следует

$$T_2 + 2c_1 \operatorname{ch} a \sqrt{m_2} = T_0 + \frac{2c_2 \delta \operatorname{ch} b \sqrt{m_1}}{\lambda_1}, \quad (6-50)$$

$$\delta_2 \lambda_2 2c_1 \sqrt{m_2} \operatorname{sh} a \sqrt{m_2} = -\frac{\delta_2 \lambda_2 2c_2 \gamma m_1}{m_1} \operatorname{sh} b \sqrt{m_1}, \quad (5-51)$$

$$\Gamma_a = \frac{\alpha_2 T_2 + \alpha_3 T_3}{\alpha_2 + \alpha_3} \quad (5-52)$$

Из равенств (5-50) и (5-51) имеем

$$2c_2 \left[\operatorname{ch} b \sqrt{m_1} + \frac{\delta_2 \lambda_2}{\delta_2 \lambda_2} \frac{\sqrt{m_1}}{m_1} \operatorname{sh} b \sqrt{m_1} \right] = T_2 - T_0 = \frac{\alpha_2 (T_2 - T_3)}{\alpha_2 + \alpha_3} \quad (5-53)$$

Количество тепла, отдаваемое элементом b трубки I ,

$$Q_{b_2} = k_2 b (T_2 - T_3), \quad (5-54)$$

где k_2 — коэффициент теплопередачи через трубку I в случае, когда левая только лента 2, а лента 3 еще не привита. Это же тепло Q_{b_2} можно выразить через температурный интеграл

$$Q_{b_2} = \alpha_2 \int_0^b (T - T_3) dx + \alpha_3 \int_0^b (T_0 - T_3 + \frac{\gamma m_1}{m_1} \operatorname{ch} x \sqrt{m_1}) dx$$

После решения данного интеграла получим с учетом выражений (5-53)

$$Q_{b_2} = \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} (T_2 - T_3) + \frac{(\alpha_2 + \alpha_3) \gamma m_1}{\operatorname{ch} b \sqrt{m_1} + \frac{\lambda_2 \delta_1}{\lambda_2 \delta_2} \frac{\sqrt{m_1}}{m_1} \operatorname{sh} b \sqrt{m_1}} \quad (5-55)$$

Вводим обозначения

$$\frac{\alpha \sqrt{m_2}}{\operatorname{th} a \sqrt{m_2}} = \alpha, \quad \frac{b \sqrt{m_1}}{\operatorname{th} b \sqrt{m_1}} = \bar{b}, \quad (5-55')$$

Приравняв правые части выражений (5-54) и (5-55) и сделав необходимые преобразования, найдем

$$k_2 = \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} \left[1 + \frac{\alpha_2}{\bar{b} + a} \frac{1}{2a} \left(1 + \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \right) \right]. \quad (5-56)$$

На рис. 100, a и b соответственно для сравнения показаны схемы элементов теплообменников фирмы «Эшер — Висс» и обычной

* По предложению автора эту формулу вывел диалогист кафедры Э-3 МВТУ им. Баумана Голубев С. В. в 1966 г.

того, рассмотренного нами выше. Для обычной схемы коэффициент k записывается по формуле (5-4)

$$k = \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} \left[1 + \frac{\alpha_2}{\bar{b} + a} \frac{1}{2a} \left(1 + \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \right) \right]$$

Таким образом, при одинаковых размерах a и b и коэффициентах α_2 и α_3 коэффициент k_2 , как видно из выражений (5-19) и (5-56), в схеме «Эшер — Висс» больше, чем в обычной схеме, так как

$$\bar{b} + a \frac{1}{2a} \left(1 + \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \right) > b + a \frac{1}{2a} \left(1 + \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \right)$$

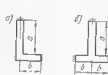


Рис. 100. Схема для расчета оребрения
а — форма «Эшер-Висс», б — обычная

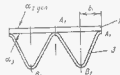


Рис. 101. Схема оребрения аутри трубы (Эшер-Висс)

Окончательные выводы о качестве теплообменника «Эшер — Висс» можно сделать после учета эффекта от приложения внутреннего оребрения.

Формулу (5-56) можно трактовать следующим образом: если снять волнистые ленты 2 (см. рис. 98) и 3, то коэффициент теплопередачи такой «голой» трубки I

$$k_{\text{голая}} = \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} \quad \text{или} \quad \frac{1}{k_{\text{голая}}} = \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3}$$

При этом мы пренебрегаем теплопроводностью стенки, причем $k_2 > k_{\text{голая}}$. Но можно предположить, что при некотором значении $\alpha_2 = \alpha_{2\text{усл}}$ получим $k_2 = k_{\text{голая}}$, т. е.

$$\frac{1}{\alpha_{2\text{усл}}} + \frac{1}{\alpha_3} = \frac{1}{k_2} \quad \text{или} \quad \alpha_{2\text{усл}} = \frac{\alpha_2 k_2}{\alpha_2 - k_2}. \quad (5-57)$$

Рассмотрим теплопередачу через трубку I при отсутствии ленты 2. Но коэффициент теплоотдачи при этом примем $\alpha_{2\text{усл}}$. Внутренняя поверхность трубки оребрена волнистой лентой 3 с характеристическими длинами a (длина полуволны) и b .

На рис. 101 дана схема внутреннего оребрения: $A_1 B_1 = a$ — длина полуволны. Очевидно, применив формулу (5-56) в этом

случае, получим коэффициент теплопередачи с учетом лент 2 и 3. Обозначим его

$$k_{23} = \frac{\alpha_2 \alpha_3 \text{ усл}}{\alpha_2 + \alpha_3 \text{ усл}} \left[1 + \frac{\alpha_1 \gamma r_1}{\alpha_1} \frac{b_1}{b_1 + \alpha_1 \frac{b_1}{2\alpha_1}} \left(1 - \frac{\alpha_2 \text{ усл}}{\alpha_2} \right) \right], \quad (5-58)$$

где $\alpha_2 \text{ усл}$ определяется из формулы (5-57)

$$r_1 = \frac{b_1 \sqrt{m_{21}}}{(1/b_1) \sqrt{m_{11}}}, \quad a_1 = \frac{\sigma_1 \sqrt{m_{21}}}{(1/a_1) \sqrt{m_{11}}}, \quad m_{11} = \frac{2\alpha_2}{\lambda_2 b_2},$$

$$m_{21} = \frac{\alpha_2 + \alpha_3 \text{ усл}}{\lambda_2 b_2}. \quad (5-59)$$

При выводе формулы (5-58) мы допускаем неточность в выражении (5-57) предполагается постоянной температура стенки трубки 1 (см. рис 98) по окружности, т.е. $\alpha_{\text{средн}}$ — это усредненный коэффициент теплоотдачи. При малых величинах b и b_1 такая неточность допустима.

§ 2. ОХЛАЖДЕНИЕ ЛОПАТОК

Повышение рабочей температуры газа T_g — естественный путь развития ГТУ, но одно это мероприятие сравнительно мало увеличивает эффективность ГТУ, если одновременно не повысить давлении газа. Высокие температуры требуют охлаждения деталей проточной части турбины.



Рис 102. Лопатка с охлаждающими лентами

Высокие температура, скорость и давление газа ведут к огромным тепловым потокам. В конкретных условиях всегда существует максимальная достижимая температура лопатки. Важно правильно оценить ее величину. На рис 102, а представлена лопатка с каналами, по которым протекает охлаждающая жидкость, на рис 102, б — схема выходной кромки лопатки AMN . Кромка

состоит из прямолинейного участка x_1 и полутрубки с радиусами r_1 и r_2 , причем $r_1 = r_2 = \delta$.

При $r_2 = 0,5$ мм и $\delta = 1,0$ мм толщина кромки $\Delta = 3,0$ мм, что при хорде $\delta > 100 \dots 200$ мм можно признать вполне допустимым. Для более эффективного охлаждения кромки целесообразно применить каналы эллиптического сечения с осями до 0,5—3 мм, которые технологически возможно изготавливать длиной до 100—120 мм [Л. 3].

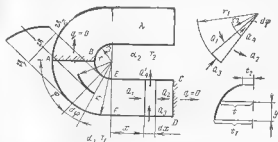


Рис. 103. Расчетная схема выходной кромки охлаждаемой лопатки

На рис. 103 приведена расчетная схема температурного поля кромки лопатки, причем рассматривается плоская задача. Имеем два участка площади $ABEF$ и $CDFE$. Примем, что температура по толщине лопатки изменяется по квадратичной параболе. Текущие значения температуры на первом участке обозначим Φ и выразим ее через координаты ϕ и r

$$\Phi = \Phi_1 + a_1 (r_1 - r) + b_1 (r_1 - r)^2, \quad (5-60)$$

где Φ_1 — температура стенки на дуге AF ,

$$\Phi_1 = \Phi_1(\phi),$$

$$a_1 = a_1(\phi),$$

$$b_1 = b_1(\phi).$$

Текущее значение температуры стенки на втором участке обозначим t , ее координаты — x, y , аналогично выражению (5-60), имеем

$$t = t_1 + ax + by^2, \quad (5-61)$$

где t_1 — температура стенки DF

$t_1 = t_1(x)$,
 $a = a(x)$, $b = b(x)$ — есть функция только x
 Коэффициент теплоотдачи и температура охлаждающего газа
 на поверхностях AFD и BEC — соответственно a_1 , T_1 и a_2 , T_2
 Наша задача — найти функции θ_1 , a_1 , b_1 для первого участка
 и a_2 , a , b — для второго

Из уравнения теплового баланса на дуге $r_1 d\varphi$

$$\alpha_1 r_1 d\varphi (T_1 - \theta_1) = \lambda r_1 d\varphi \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r_1} = -\lambda r_1 d\varphi a_1$$

находим

$$a_1 = -\frac{\alpha_1}{\lambda} (T_1 - \theta_1) \quad (5-62)$$

Тепловой баланс на дуге $r_2 d\varphi$

$$a_2 r_2 d\varphi (\theta_2 - T_2) + \lambda r_2 d\varphi \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r_2} = \lambda r_2 d\varphi (-a_1 - 2a_1 \delta) \quad (5-63)$$

Из формулы (5-60) получаем θ_2

$$\theta_2 = \theta_1 + a_1 \delta + b_1 \delta^2$$

Подставляем это выражение в равенство (5-63), находим b_1

$$b_1 = \frac{\lambda (a_1 T_1 + a_2 T_2) + a_1 a_2 \delta T_1}{\lambda \delta (2a_1 + a_2 \delta)} - \frac{\lambda (a_1 + a_2) + a_1 a_2 \delta}{\lambda \delta (2a_1 + a_2 \delta)} \theta_1 \quad (5-64)$$

Вводим обозначения

$$b_1 = m - n \theta_1 \quad (5-65)$$

где m — первая дробь в формуле (5-64),

n — вторая дробь

Напишем теперь уравнение теплового баланса для элементарного сектора

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4 \quad (5-66)$$

Выражения для Q_1 и Q_2 имеют интегральную форму

$$Q_1 = -\lambda \int_{r_1}^{r_2} \frac{\partial \theta}{\partial r} r dr, \quad Q_2 = -\lambda \int_{r_2}^{r_1} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r_2} r dr$$

Аналогично для Q_3 и Q_4 получаем

$$Q_3 = \lambda \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r_1} r dr, \quad Q_4 = \lambda \int_{r_2}^{r_1} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r_2} r dr \quad (5-67)$$

Здесь θ_1 , a_1 и b_1 — вторые производные по φ от θ_1 , a_1 и b_1

Из уравнений (5-62) и (5-65) следует

$$a_1 = -\frac{\alpha_1}{\lambda} \theta_1; \quad b_1 = -n \theta_1 \quad (5-68)$$

Интегрируем выражение (5-67) и учитываем равенство (5-68)

$$Q_1 - Q_2 = \lambda d\varphi \left[\left(1 + \frac{\alpha_1 r_1}{\lambda} - n r_1^2 \right) \ln \frac{r_1}{r_2} - \frac{\alpha_1 \delta}{\lambda} + n \delta \frac{3r_1 - r_2}{2} \right] \theta_1' \quad (5-69)$$

Из уравнения (5-66) следует, что

$$Q_1 - Q_2 = Q_4 - Q_3,$$

откуда

$$Q_4 - Q_3 = a_2 r_2 d\varphi (\theta_2 - T_2) - a_1 r_1 d\varphi (T_1 - \theta_1) = \\ = d\varphi [a_2 r_2 (\theta_1 + a_1 \delta + b_1 \delta^2 - T_2) - a_1 r_1 (T_1 - \theta_1)] \quad (5-70)$$

Привравняв правые части уравнений (5-69) и (5-70) и используя выражения (5-62) и (5-65), имеем

$$\theta_1' - \varepsilon_1^2 (\theta_1 - \tau_1) = 0, \quad (5-71)$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda (a_1 r_1 T_1 - a_2 r_2 T_2) + a_1 a_2 r_2 \delta T_1 - m r_2 a_1 \lambda \delta^2}{\lambda a_1 r_1 a_2 r_2 \delta - n r_2 a_1 \lambda \delta^2}, \quad (5-72)$$

$$\varepsilon_1^2 = \frac{\lambda (a_1 r_1 + a_2 r_2) - a_1 a_2 r_2 \delta - m r_2 a_1 \lambda \delta^2}{\lambda^2 \left(1 + \frac{\alpha_1 r_1}{\lambda} - n r_1^2 \right) - \frac{\alpha_1 \delta}{\lambda} + n \delta \frac{3r_1 - r_2}{2}} \quad (5-73)$$

Решение уравнения (5-71)

$$\theta_1 = \tau_1 + c_3 e^{\varepsilon_1 x} + c_4 e^{-\varepsilon_1 x} \quad (5-74)$$

Произвольные постоянные c_3 и c_4 определяем из граничных условий и условий стыковки температурных полей в сечении EF (см. рис. 103)

Рассмотрим тепловой баланс полоски шириной dx и высотой h на втором участке ($CDFE$)

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4$$

Аналогично решению задачи для первого участка имеем

$$Q_1 - Q_2 = \lambda \delta r_2 \left(1 + \frac{\alpha_1 \delta}{2\lambda} - \frac{n \delta^2}{3} \right) \theta_1' \quad (5-75)$$

и

$$Q_3 - Q_4 = \lambda \delta r_1 r_2 a_2 \delta - a_1 T_1 r_1 \quad (5-76)$$

откуда

$$\theta_1' - \varepsilon^2 (\theta_1 - \tau) = 0, \quad (5-77)$$

$$\tau = \frac{\alpha_0}{n} \varepsilon^2 + \frac{12\lambda\alpha}{\varepsilon_0 + \delta(3\alpha_0 - 2n\lambda\delta)} \quad (5.78)$$

Решение уравнения (5-77),

$$t_1 = \tau + c_3 e^{2\alpha x} + c_2 e^{-2\alpha x} \quad (5.79)$$

Отметим, что функции α и δ из формулы (5.6.) выражаются как

$$\alpha = \frac{a}{\lambda} T_1 - t_1, \quad \delta = m - m_1, \quad (5.80)$$

причем коэффициенты m и n определяются по формулам (5.64, 5.65). Теперь найдем четыре произвольные постоянные. Первое граничное условие тепловый поток на границе CD равен нулю, поэтому

$$\left. \frac{dt_1}{dx} \right|_{x=\alpha_0} = \delta [c_1 e^{2\alpha x} - c_2 e^{-2\alpha x}] = 0$$

$$c_1 e^{2\alpha\alpha_0} - c_2 = 0$$

Второе условие на границе AB такое: тепловой поток отсутствует

$$\left(\frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = c_3 (c_3 - c_4) = 0, \quad c_3 = c_4$$

Третье условие температуры θ_1 и t_1 в точке F одинаковы

$$c_1 (1 + e^{2\alpha x_1}) + \tau = c_3 (e^{2\alpha x_1} + e^{-2\alpha x_1})$$

где φ_0 — угол, соответствующий дуге AF (вообще φ_0 может отличаться от $\pi/2$, см. рис. 103).

Четвертое условие тепловые потоки в сечении E одинаковы для поля θ и поля t

$$\left(\frac{dt_1}{dx} \right)_{x=0} = \left(\frac{d\theta_1}{d\varphi} \right)_{\varphi=0} = c_2 e (1 - e^{2\alpha x_1}) = c_3 e_1 (e^{2\alpha x_1} - e^{-2\alpha x_1})$$

Решение этой системы

$$c_3 = c_4 = \frac{e \tau + \tau_1 (1 + e^{2\alpha x_1})}{e (1 + e^{2\alpha x_1}) 2 \operatorname{sh} (\alpha_1 \varphi_0) - \frac{\alpha_1}{\tau_1} (1 + e^{2\alpha x_1}) 2 \operatorname{sh} (\alpha_1 \varphi_0)} \quad (5.81)$$

$$c_2 = \frac{2c_3 e_1 \operatorname{sh} (\alpha_1 \varphi_0)}{e \tau_1 (1 + e^{2\alpha x_1})} \quad (5.82)$$

$$c_2 = c_1 e^{2\alpha x_1} \quad (5.83)$$

Окончательно формулы (5-80) и (5-81) для температурных полей θ и t имеют вид

$$\theta = (\tau_1 + 2c_2 \operatorname{sh} \alpha_1 \varphi) \left(1 - \frac{\alpha_1 x}{\lambda} - n x^2 \right) + m x^2 - \frac{\alpha_1 x}{\lambda} T_1, \quad (5.84)$$

$$t = \left(\tau + 2c_1 e^{2\alpha x} \operatorname{ch} \alpha_1 x - x \right) \left(1 + \frac{\alpha_1 x}{\lambda} - n x^2 \right) + m x^2 - \frac{\alpha_1 x}{\lambda} T_1 \quad (5.85)$$

В формуле (5-84) введено обозначение

$$r_1 = z. \quad (5.86)$$

Для удобства пользования перепишем все необходимые формулы в том порядке, в каком ведется расчет

$$n = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2) \lambda + \alpha_1 \alpha_2 \delta}{\lambda \delta (2\lambda + \alpha_2 \delta)},$$

$$m_1 = \frac{\alpha_1 + \frac{T_1}{\lambda} \alpha_2}{\lambda \delta (2\lambda + \alpha_2 \delta)} T_1;$$

$$\tau = \frac{m}{n} = e^2 \frac{12\lambda\alpha}{6\lambda + 3\alpha\alpha_1} \frac{1}{2\alpha\lambda\delta^2};$$

$$T_1 = \frac{(\alpha_1 r_1 T_1 + \alpha_1 r_2 T_2) \lambda + \alpha_1 \delta \alpha_2 r_1 T_1 - m \alpha_2 r_2 \lambda \delta^2}{(\alpha_1 r_1 + \alpha_2 r_2) \lambda + \alpha_1 \delta \alpha_2 r_1 - m \alpha_2 r_2 \lambda \delta^2}$$

$$e^2 = \frac{(\alpha_1 r_1 + \alpha_2 r_2) \lambda + \alpha_1 \delta \alpha_2 r_1 - m \alpha_2 r_2 \lambda \delta^2}{\lambda^2 \left[1 + \frac{\alpha_1 r_1}{\lambda} - n r_1^2 \right] \ln \frac{r_1}{r_2} - \frac{\alpha_1 \delta}{\lambda} + n \delta \frac{3r_1 - r_2}{2}}; \quad (5.87)$$

$$\theta_1 = \tau_1 + c_3 (e^{2\alpha x} + e^{-2\alpha x})$$

$$c_2 = \frac{e (\tau_1 - \tau_2) (1 + e^{2\alpha x_1})}{e_1 (1 + e^{2\alpha x_1}) 2 \operatorname{sh} \alpha_1 \varphi_0 - \frac{\alpha_1}{\tau_1} (1 + e^{2\alpha x_1}) 2 \operatorname{sh} \alpha_1 \varphi_0}$$

$$t_1 = \tau + c_1 (e^{2\alpha x} + e^{-2\alpha x})$$

$$c_1 = \frac{c_2 e_1 2 \operatorname{sh} \alpha_1 \varphi_0}{e \tau_1 (1 + e^{2\alpha x_1})}$$

Пример На рис. 04 даны размеры крышки в исходном состоянии и в рабочем поле. Найти: а) температуру в центре Δ (см. рис. 02); б) коэффициент теплопроводности материала по формулам (5.8) и (5.83).

$$n = 0.8 \cdot 10^{-6} \text{ град } \text{м}^{-2}, \quad m = 480 \cdot 10^6 \text{ град } \text{м}^{-2}, \quad \lambda_1 = 3 \text{ мДт}$$

$$\tau = \frac{m}{n} = 673^\circ \text{К}, \quad e^2 = 1.87 \cdot 10^6 \text{ м}^2$$

$$\tau_1 = 1015^\circ \text{К}, \quad e = 1.2, \quad c_2 = 16.3 \text{ град}, \quad c_1 = 0.029 \text{ град}$$

На рис. 105 даны узловые точки температурного поля, полученные по формулам (5-84) и (5-85). Для удобства оценки различных вариантов были рассчитаны еще семь примеров. Все варианты показаны на рис. 105. Каждый из них отличается от базового (I)

лишь каким-либо одним параметром. Это дает возможность определить семь частных производных от любой температуры, а имея эти производные можно найти любую температуру (в точках A, B, C, D, E) при заданных параметрах. Практически определяются не производные, а отношения конечных приращений

Допустим требуется найти температуру в точке A. Тогда, зная производные данных $\alpha_1 = 3 \text{ град}/^\circ\text{C}$, $\alpha_2 = 8000 \text{ ккал}/\text{м}^2 \cdot \text{град}$, $T_1 = 573^\circ\text{K}$, $\lambda = 0.0256 \text{ ккал}/\text{м} \cdot \text{град}$ и $\delta = 0.001 \text{ м}$, $\tau_0 = 0.001 \text{ с}$, $T_2 = 573^\circ\text{K}$, все остальные параметры совпадают с параметрами базового варианта.

Найдем по формулам рис. 106 следующие частные производные по I и II вариантам измерений

$$\frac{\partial \theta_{20}}{\partial \alpha_1} = \frac{\Delta \theta_{20}}{\Delta \alpha_1} = \frac{58}{200}$$

по I и II —

$$\frac{\Delta \theta_{10}}{\Delta T_1} = \frac{12}{300}$$

по I и IV —

$$\frac{\Delta \theta_0}{\Delta \lambda} = \frac{29}{5}$$

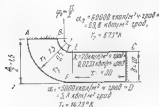


Рис. 104. Схема выходной кромки

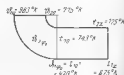


Рис. 105. Температурное поле охлаждаемой кромки

Так же находим остальные необходимые производные

$$\frac{\Delta \theta_{10}}{\Delta \tau_0} = \frac{29}{200}, \quad \frac{\Delta \theta_{10}}{\Delta \delta} = \frac{12}{200}$$

искомая температура $\theta_{10, \text{изм}}$

$$\theta_{10, \text{изм}} = 485 + \frac{95}{2000} \cdot 3000 + \frac{112}{500} \cdot 100 + 29 \cdot 2 + \frac{38}{5} \cdot 0.5 + \frac{22}{200} \cdot (-100) = 108^\circ\text{K}$$

Таким образом, для крайних тяжелых условий $T_1 = 573^\circ\text{K}$ и $\alpha_1 = 3 \text{ град}/\text{град}$ и $\alpha_2 = 8000 \text{ ккал}/\text{м}^2 \cdot \text{град}$ получаем довольно умеренную температуру

Мы рассмотрели охлаждение выходной кромки лопатки. Аналогично можно рассчитать температурное состояние входной кромки. Для изучения температурного состояния основной части лопатки рассмотрим схему расположения двух соседних каналов в зоне кромки (рис. 107)

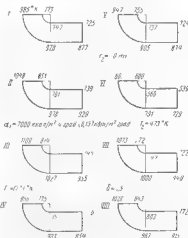


Рис. 106. К расчету охлаждаемой кромки

Нас особенно интересует теплопередача в перемычке между каналами. На рис. 107 заштрихована часть такой перемычки между сечениями MN и M'N'

Жирными линиями обозначены места, где тепловые потоки направлены дуэльно. Для упрощения расчета допустим, что температурные поля симметричны, и упрощаем форму перемычки (показаво пунктиром). В результате приходим к схеме, показанной на рис. 108, где штриховкой обозначена изоляция. Температура жидкости в утрити канала θ_2 , коэффициент теплоотдачи α_2 , а внешняя температура

газа, омывающего лопатку, θ_1 при коэффициенте теплоотдачи α . Вопросы теплопроводности, как и раньше, решаем в рамках классической задачи. Температура в прямоугольнике $1-3-5$ (рис. 108)

в $\theta(x_1, y)$,
в прямоугольнике $1-2-6$
 $t = t(x, z)$

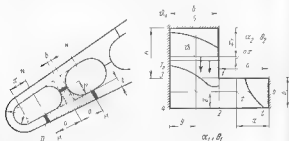


Рис. 97. Расчетная схема для двух охлаждающих каналов лопатки в зоне выходящей створки

Рис. 108. Схема перемены между каналами охлаждения

и в прямоугольнике $1-2-4-3-$
 $T = T(y, z)$

В дальнейшем пользуемся безразмерными координатами для y и z

$$\frac{y}{b} = u, \quad \frac{z}{b_1} = v. \quad (5-88)$$

Аппроксимируем функцию θ зависимостью

$$\theta = \theta_0 + a_1(u^2 + kv^2) \quad (5-89)$$

где s и k — коэффициенты,

$$\theta_0 = \theta_0(x_1)$$

Из граничного условия на стенке, омываемой жидкостью с температурой θ_2 (коэффициент теплоотдачи α)

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha (\theta_2 - \theta)$$

с учетом равенства (5-89) получаем

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha (\theta_2 - \theta_0 - a_1(1 + k)),$$

откуда находим выражение для a_0 через θ_0

$$a_0 = \frac{\alpha b (\theta_0 - \theta_2)}{2\lambda (1 + ks) + \alpha b (1 + k)} = -m_0 (\theta_0 - \theta_2), \quad (5-90)$$

где

$$m_0 = \frac{\alpha b \lambda}{2(1 + ks) + (1 + k) \frac{\alpha b}{\lambda}} \quad (5-91)$$

Таким образом, формула (5-89) принимает вид

$$\theta = \theta_0 - m_0 (\theta_0 - \theta_2) (u^2 + kv^2) \quad (5-92)$$

Рассмотрим тепловой баланс полоски шириной dx_1 (рис. 109) и длиной b . Количество тепла, входящего в эту полоску, q_{x_1} , а количество выходящего тепла выражается суммой $q'_{x_1} + q'_{x_2}$



Рис. 109. Схема теплового баланса в переполюшке

$$q_{x_1} = \lambda \int_0^b \frac{\partial \theta}{\partial x_1} dy = \lambda b \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1} du$$

$$q = \alpha_2 dx_1 (\theta_{a_2} - \theta_2) = \lambda \int_0^b \frac{\partial \theta}{\partial y} dy = \alpha_2 dx_1$$

Уравнение баланса тепла

$$\frac{\partial q_{x_1}}{\partial x_1} dx_1 = -q,$$

используя равенство (5-92) получаем

$$-\lambda b \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1} [1 - m_0 (u^2 + kv^2)] du = -\alpha_2 (\theta_0 - \theta_2) [1 - m_0 (1 + k)]$$

После интегрирования получаем

$$\theta_0 \left[1 - m_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \right] = \frac{\alpha_2}{\lambda b} [1 - m_0 (1 + k)] (\theta_0 - \theta_2)$$

Это дифференциальное уравнение в θ_0 второго выражения q — выходящего тепла — имеет вид

$$\lambda b \frac{\partial \theta_0}{\partial x_1} \left[1 - m_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \right] = \frac{\lambda}{b} 2m_0 (1 + ks) (\theta_0 - \theta_2)$$

Преобразуем оба выражения

$$\vartheta_0'' = \frac{\alpha_2 \left[1 - m_0 \frac{1+k}{3+2s+1} \right]}{\lambda b \left[1 - m_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \right]} (\vartheta_0 - \vartheta_2),$$

$$\vartheta_0'' = \frac{\alpha_2}{b^2 \left[1 - m_0 \frac{1+k}{3+2s+1} \right]} (\vartheta_0 - \vartheta_2)$$

Обозначим

$$B_0^2 = \frac{2m_0(1+k)}{b^2 \left[1 - m_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \right]} = \frac{\alpha_2 [1 - m_0(1+k)]}{\lambda b \left[1 - m_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \right]} \quad (5-93)$$

Тогда дифференциальное уравнение запишется так

$$\vartheta_0'' = B_0^2 (\vartheta_0 - \vartheta_2) \quad (5-94)$$

Следует иметь в виду, что коэффициент k пока не определен. После интегрирования уравнения (5-94) получаем

$$\vartheta_0 = \vartheta_2 + c_0 e^{\sqrt{B_0} x} + c_1 e^{-\sqrt{B_0} x} \quad (5-95)$$

Пропиальные постоянные c_0 и c_1 находим из граничных условий при $x_1 = 0$ $\frac{\partial \vartheta}{\partial x_1} = 0$, так как здесь имеется изоляция

Из этого условия вытекает

$$c_0 = c_1$$

и уравнение (5-92) с учетом равенства (5-95) принимает вид

$$\vartheta = \vartheta_2 + c_0 (e^{\sqrt{B_0} x} + e^{-\sqrt{B_0} x}) [1 - m_0 (k^2 + kx^{2s})] \quad (5-96)$$

Теперь рассмотрим вопрос о точности нашей аппроксимации. Очевидно, уравнение (5-96) для ϑ не удовлетворяет основному уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_2^2} = 0 \quad (5-97)$$

Поэтому нужно оценить точность формулы (5-96) и величину погрешности. Мы рассматривали тепловой баланс всей полоски $dx \cdot b$ (см. рис. 103). Но при выполнении равенства (5-97) тепловой баланс будет выполняться для полоски любой длины u , т. е. для полоски $dx \cdot u$.

Тепловой баланс для полоски $dx \cdot u$, очевидно, запишется так

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda b \int_0^u \frac{\partial \vartheta}{\partial x_1} dx_1 \right] = \lambda \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x_2} \right)_x dx_1$$

Используя уравнение (5-92) и проведя интегрирование, получим

$$\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right] = \lambda_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \quad (5-98)$$

заменим λ_0 (вторая производная по x_1 от ϑ) из равенства (5-94),

$$B_0^2 b^2 \left[1 - m_0 \frac{1+k}{3+2s+1} \right] = \lambda_0 \frac{1}{3} \quad (5-99)$$

В формуле (5-98) мы ставим знак приближенного равенства. Разделив левую часть формулы (5-98) на правую, величиной λ_0 будем характеризовать отклонение полученной дроби от единицы. Как видно из выражения (5-99), $\lambda_0 = 0$ при $u = 1$, что можно считать вполне естественным (см. вывод уравнения (5-94)). В то же время видно, что λ_0 зависит от k и s . Желательно так подобрать значения k и s чтобы во всем диапазоне изменения u (от 0 до 1) величина λ_0 не превосходила определенных величин. Значение λ_0 и будет характеризовать погрешность в определении величин тепловых потоков в рассматриваемой области $1-3-5$. Вначале определим коэффициент k при фиксированном значении s .

Подставим значение B_0^2 , найденное по формуле (5-93), в выражение (5-99):

$$\frac{1 + \frac{2k}{3+2s+1}}{1 - m_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right)} = \frac{1}{\lambda_0} \quad (5-100)$$

Из этого выражения видно, что чем меньше u тем больше λ_0 при $k < 0$. Предположим, что $\lambda_0 = 0$ при $u = 0$. Тогда величина λ_0 будет иметь экстремум при некотором u_0 , $0 < u_0 < 1$. Для получения минимума значения λ_0 следовало бы положить $\lambda_0 = 0$ при $u = u_0$ (см. рис. 110), при этом $k = k_{\text{опт}}$ и $k_{\text{опт}} < k_{\text{кр}}$. Но в этом случае получаются громоздкие вычисления. Поэтому ограничимся требованием $\lambda_0 = 0$ при $u = 0$, откуда формула для определения коэффициента k имеет вид

$$k = \frac{1}{m_0} \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \quad (5-101)$$

Рассмотрим теперь тепловой баланс полоски $x_1 dx_2$ (рис. 111)

$$q = q_x + q_{x_1}, \text{ или } \frac{\partial q_y}{\partial y} dy = -q_x$$

Рассмотрим теперь температурное поле в прямоугольнике $1-6-7-2$ (рис. 113, для $1-2-7-6$ на рис. 109).

Аппроксимируем значение температуры t в сечении x формулой

$$t = t_1 + a_1 \frac{x}{b_1} + a_2 \left[\left(\frac{x}{b_1} \right)^2 + k_1 \left(\frac{x}{b_1} \right)^{2n_1} \right]$$

или, учитывая выражение (5-80),

$$t = t_1 + a_1 v + a_2 (v^2 + k_1 v^{2n_1}) \quad (5-108)$$

Из условий теплопередачи на стенках $1-6$ и $2-7$ находим коэффициенты a_1 и a_2 в функции от t_1 , причем t_1 считаем функцией только x , т. е. $t_1 = t_1(x)$. Теплопередача у стенки $1-6$

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_1 t_{\text{ср}1} - \Theta_1 = \alpha_1 t_1 - \Theta_1 = a_1 a_2 + a_2 i + k_1$$

$$-\frac{\lambda}{b_1} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=b_1} = -\frac{\lambda}{b_1} [a_1 + 2a_2(1 + s_1 k_1)],$$

теплопередача у стенки $2-7$

$$\frac{\lambda}{b_2} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\lambda}{b_2} a_1 = m_1 t_1$$

Отсюда находим a_1 и a_2

$$a_1 = -\frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} (\Theta_1 - t_1), \quad (5-109)$$

$$a_2 = \frac{\alpha_1 \Theta_1 + \alpha_2 \Theta_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2 b_1 \Theta_1}{\lambda}}{\alpha_2 (1 + k_1) + \frac{2\lambda}{b_1} (1 + s_1 k_1)} = \frac{\alpha_1 (1 + k_1) + \frac{2\lambda}{b_1} (1 + s_1 k_1)}{\alpha_2 (1 + k_1) + \frac{2\lambda}{b_1} (1 + s_1 k_1)} t_1, \quad (5-110)$$

Обозначим

$$a_2 = m_1 m_2, \quad (5-111)$$

где m_1 и m_2 — постоянные коэффициенты.

Таким образом, формула (5-108)

$$t = t_1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} (t_1 - \Theta_1) v + (m_1 m_2) (v^2 + k_1 v^{2n_1}). \quad (5-112)$$

Тепловой баланс полосы $dx b_1$ (рис. 114)

$$q_x + q_y = q_x' + q_y'$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} dx = q_x - q_x' \quad (5-113)$$

Выразим q_x и q_x' через параметр теплопередачи

$$q_x = \alpha_1 (\Theta_1 - t_1) dx', \quad q_x' = \alpha_2 (t_{\text{ср}2} - \Theta_2) dx'$$

Количество тепла q_x'

$$q_x' = -\lambda \int_0^{b_2} \frac{\partial t}{\partial x} dz = -\lambda b_1 t' \int_0^1 \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} v - n(v^2 + k_1 v^{2n_1}) \right] dv,$$

где $t' = \frac{dt_1}{dx}$

После интегрирования имеем

$$q_x' = -\lambda b_1 t' \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} - n \left(\frac{1}{3} + \frac{k_1}{2s_1 + 1} \right) \right]$$

Полученные выражения q_x , q_x' и q_x подставляем в уравнение 5-113;

$$-\lambda b_1 t' \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} - n \left(\frac{1}{3} + \frac{k_1}{2s_1 + 1} \right) \right] =$$

$$= \alpha_1 (\Theta_1 - t_1) - \alpha_2 (t_{\text{ср}2} - \Theta_2)$$

Подставляем сюда же выражение для $t_{\text{ср}2}$ из равенства (5-112)

$$-\lambda b_1 t' \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} - n \left(\frac{1}{3} + \frac{k_1}{2s_1 + 1} \right) \right] =$$

$$= \alpha_1 [t_1 - \Theta_2 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} (t_1 - \Theta_1) + (m_1 m_2) (1 + k_2)]$$

После преобразований получаем

$$t' = B^2 (t_1 - B t_2), \quad (5-114)$$

где

$$B = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\lambda} \frac{\alpha_1 \alpha_2 b_1}{n \alpha_2} \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} - n \left(\frac{1}{3} + \frac{k_1}{2s_1 + 1} \right) \right] \quad (5-115)$$

$$B = \frac{\alpha_1 \Theta_1 + \alpha_2 \Theta_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2 b_1 \Theta_1}{\lambda}}{\alpha_1 + \alpha_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2 b_1}{\lambda} n \alpha_2 (1 + k_2)} \quad (5-116)$$

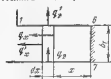
Из выражений (5-110) и (5-111) имеем

$$\frac{\alpha_1}{n} \frac{\alpha_1 t_1 + \alpha_2 b_2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2 b_1}{\lambda}} = \frac{m \alpha_2 (1 + k_1)}{m \alpha_2 (1 + k_1)}$$

Отсюда (по правилу производных пропорций) следует:

$$B_2 = \frac{\pi}{n} = \frac{\alpha_1 \theta_1 + \alpha_2 \theta_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2 b_1 \theta_1}{\lambda}}{\alpha_1 \alpha_2 + \frac{\alpha_1 \alpha_2 b_1}{\lambda}} \quad (5-117)$$

Из формулы (5-117) видно, что B_2 равняется температуре стенки 2-7 (на рис. 103), если размер a равен бесконечности, т. е.



B_2 — это температура, которую имеет стенка бесконечных размеров со стороны θ_1 , если с другой стороны она омывается жидкостью с температурой θ_2 (при коэффициентах теплоотдачи соответственно α_1 и α_2).

После интегрирования дифференциального уравнения (5-114) получим

Рис. 14. элемент перемены

$$t = \frac{\pi}{n} (c_2 e^{B_1 x} + c_3 e^{-B_1 x})$$

Так как при $x=0$ мы имеем изоляцию, то $\frac{dt}{dx} \Big|_{x=0} = 0$, отсюда

$$t = \frac{\pi}{n} + c_2 (e^{B_1 x} + e^{-B_1 x}) \quad (5-118)$$

Подставляем это выражение в формулу (5-112) и после преобразований получаем

$$t = \frac{\pi}{n} + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} \left(\frac{\pi}{n} - 2c_2 \right) \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} \times \right. \\ \left. \times (v^2 + k_1 e^{2v^2}) \right] \operatorname{ch}(x B_1). \quad (5-118')$$

Таким образом, формулы (5-112) и (5-118) определяют температуру в прямоугольнике $1-6-7-2$. Отметим, что при $x \rightarrow \infty$ выражение (5-112) переходит в обычную формулу для плоской стенки. Используя выражение для n из равенств (5-110) и (5-111), запишем другое выражение для B_1^2 :

$$B_1^2 = \frac{2\pi(1 + k_1 k_2)}{b_1^2 \left(1 + \frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} + \frac{1}{3} + \frac{k_1}{2k_2 + 1} \right)}. \quad (5-119)$$

Теперь разберем вопрос о точности нашей аппроксимации. Поступаем аналогично тому, как это мы делали при выводе формул (5-

101) и (5-105), т. е. рассматриваем тепловой баланс полосок xdx и zdz . Для полоски xdx имеем

$$\begin{aligned} & (1 + k_1 k_2) \frac{\alpha_1 \theta_1}{2\lambda} \frac{dx}{n} + \frac{b_1}{2\alpha_1 + 1} \frac{dx}{n} \\ & + \frac{\alpha_1 k_1}{\lambda} \frac{1}{n} \left(1 + k_1 e^{-2v^2} \right) \frac{z}{2} dx \\ & = (1 + k_1 k_2 (2k_2 - 1)) v^2 \frac{dx}{n} = 1 + \xi \end{aligned} \quad (5-120)$$

и для полоски zdz

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_2 b_1}{2\lambda} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{3} + \frac{k_2}{2k_2 + 1} \right) dz \\ & + \frac{\alpha_2 b_1}{2\lambda} \frac{v - a}{n} \frac{1}{3} \frac{k_2 v^{2k_2 + 2}}{2k_2 + 1} v^2 \\ & = \xi_2 \end{aligned} \quad (5-121)$$

где ξ и ξ_2 погрешности на счет аппроксимации. Для того чтобы $\xi=0$ и $\xi_2=0$ при $v=0$ и $v=1$, необходимо выполнить равенства

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{3} + \frac{k_1}{2k_2 + 1} \right) \\ & + \frac{1 + k_1 k_2 (2k_2 - 1)}{n} = 1 \end{aligned}$$

что равносильно равенствам

$$\frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{3} + \frac{k_1}{2k_2 + 1} \right) = k_1 k_2 \quad (5-122)$$

$$\frac{\alpha_2 b_1}{\lambda} \frac{1}{n} (1 + k_1) = k_1 k_2 (2k_2 - 1) \quad (5-123)$$

В заключение для n из формул (5-111) и (5-119)

$$n = \frac{\pi}{b_1} \frac{\alpha_2 + \frac{\alpha_1 x_2 b}{\lambda}}{\frac{\alpha_2}{2\lambda} + \frac{1}{3} + \frac{k_2}{2k_2 + 1}},$$

или

$$n = \frac{\pi}{b_1} \frac{\alpha_2 + \frac{\alpha_1 b}{\lambda}}{\frac{\alpha_2}{2\lambda} + \frac{1}{3} + \frac{k_2}{2k_2 + 1}}. \quad (5-124)$$

В формулах (5-122), (5-123) и (5-124) параметры теплопередачи фигурируют лишь в комплексных

$$\frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} = \alpha_{30} \quad \text{и} \quad \frac{\alpha_2 b_2}{\lambda} = \alpha_{20} \quad (5-125)$$

Два уравнения (5-122) и (5-123) содержат два неизвестных: k_1 и n , находить которые удобно следующим образом. Исключая n из равенств (5-122) и (5-123), получаем квадратное уравнение относительно k_1 , выраженное через α_{30} и α_{20} .

$$k_1^2 - k_1 \left[\frac{(\alpha_1 - 2)(2\alpha_1 + 1)}{3} + \frac{(2\alpha_1 + 1)\alpha_{20}}{4\alpha_2} \right] - \frac{(2\alpha_1 + 1)\alpha_{20}}{12\alpha_2} = 0. \quad (5-126)$$

Определив k_1 (берется отрицательное значение), по формуле (5-123) находим значение n

$$n = \frac{\alpha_{20} - \alpha_2 k_1 (2\alpha_1 + 1)}{1 + k_1}, \quad (5-127)$$

а по формуле (5-124) — α_{20}

$$\alpha_{20} = \frac{\alpha_{20} - 2n(1 + \alpha_1 k_1)}{n(1 + k_1) - (1 + \alpha_{20})}. \quad (5-128)$$

Все расчеты ведем для какого-то α_1 ; изменяя α_1 при известных α_{20} и α_{30} , получаем график (рис. 115) для $\alpha_{20} = \text{const}$. Откладываем на оси ординат значение α_{30} и ведем горизонталь до пересечения кривой $\alpha_{20} = f(\alpha_1)$. Через точку пересечения, по которой определяем значение α_1 , проводим вертикаль, пересечения которой с кривыми $k_1 = k_1(\alpha_1)$ и $n = n(\alpha_1)$ дает искомые значения k_1 и n .

Рассмотрим теперь температурное поле в прямоугольнике $t = 2-4-\beta$ (см. рис. 108). Как уже отмечалось,

$$T = T(x, y, z) = T(x, y)$$

Запишем тепловой баланс полоски cdz (рис. 116)

$$q_x + q_x = q_x' \quad \text{или} \quad \frac{\partial q_x}{\partial x} dz = q_x'. \quad (5-129)$$

Выражение для q_x имеет вид

$$q_x = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} dy = \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dz$$

а для q_x' —

$$q_x' = \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) dx$$

Выражение (5-129) получит вид

$$t_0 = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dy \quad (5-130)$$

Величину t_0 находим по формуле (5-1.8)

$$t_0 = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = 2B_1 c_2 \operatorname{sh}(aB_1) \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{k} \epsilon - n \left(\alpha^2 + k_1 \epsilon^{2\alpha_1} \right) \right]. \quad (5-131)$$

Принтегрируем выражение (5-130) по y

$$\int_0^y t_0 dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y \int_0^y \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dy dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dy = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_0^y$$

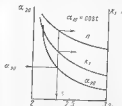


Рис. 115 Порядок графического решения уравнения (5-122) и (5-123)



Рис. 116 элемент горячий

Изменив порядок интегрирования в двойном интеграле, решим его

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^y t_0 dy = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial T}{\partial y} + f(y) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dy, \quad (5-132)$$

где $f(y)$ — произвольная функция от y и определенный интеграл от z по z даст постоянную, которую мы объединили с произвольной постоянной от левого интеграла

Интегрируем левую часть равенства (5-132)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} 2B_1 c_2 \operatorname{sh}(aB_1) \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} - n \left(\alpha^2 + k_1 \epsilon^{2\alpha_1} \right) \right] \epsilon + c_4 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dy. \quad (5-133)$$

Правую и левую части равенства (5.132) еще раз проинтегрируем по v

$$\frac{b_1^2}{b} \int dv \int T_a dv = \int dv \int \frac{\partial T}{\partial v} dv = \int dv \int \frac{\partial T}{\partial v} dv = \int_0^1 T dv \quad (5.134)$$

Подставляя значение T_a из равенства (5.131), интегрируем левую часть уравнения (5.133),

$$\frac{b_1^2}{b} \frac{c_2 \operatorname{sh}(a B_1)}{v^2} \left\{ 1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} v - n \left[\frac{v^3}{b} + \frac{k_1 v^2 b_1}{(2s+1)(b_1+1)} \right] \right\} + c_3 v + c_4 = \int_0^1 T dv \quad (5.135)$$

Теперь можем разделить произвольные постоянные c_0, c_2, c_4 и c_5 . Рассмотрим граничные условия задачи. Из рис. 108 следует:

1) температура в точке I как для поля Φ , так и для поля T одинакова, т.е.

$$B_1 = a_1 = I, \quad (5.136)$$

2) средняя температура в сечении $I-3$ должна быть одинаковой для поля Φ и для поля T . При точном решении значения одинаковы во всех точках сечения $I-3$, но из-за сложности задачи этого требования не столь обязательно, поскольку поле Φ определено нами приближенно. Количественно это граничное условие выражается так

$$\int_0^1 v_{x=0} dv = \int_0^1 T_{m=1} dv, \quad (5.136')$$

3) количество тепла, проходящего через сечение $I-3$, должно быть одинаковым для поля Φ и для поля T

$$\lambda b \int_0^1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right)_{x_1=0} dv = -\lambda \frac{b}{b_1} \int_0^1 \frac{\partial T}{\partial x} dv, \quad (5.136'')$$

4) количество тепла, входящего в стенку 2-4 путем теплоотдачи, должно быть равно теплу отводимому теплопроводностью, т.е.

$$\alpha_1 b \int_0^1 (\Phi - T)_{x=0} dv = -\lambda b \int_0^1 \frac{\partial T}{\partial v} dv, \quad (5.136''')$$

В граничных условиях 2, 3, 4 фигурируют интегралы

$$\int_0^1 T_{m=1} dv, \quad \int_0^1 T_{m=2} dv, \quad \int_0^1 \frac{\partial T}{\partial v} dv, \quad \int_0^1 T dv$$

Все эти интегралы выражаются через функцию T_a , как представлено в формулах (5.133) и (5.135). Таким образом, параметры поля T_a , не исключаются из системы уравнений для определения произвольных постоянных c_0, c_2, c_4, c_5 . Учитывая это, перепишем граничные условия

Опуская достаточно очевидные преобразования, получаем первое граничное условие

$$\Theta_1 + \frac{\alpha_1 b_1 \Theta_1}{\lambda} - \frac{\pi}{n} \left(1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} \right) = c_0 2 \operatorname{ch}(B_0 b_1) [1 - m_0(1+k)],$$

$$-c_2 2 \operatorname{ch}(B_1 a) \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} - n(1+k) \right] = 0, \quad (5.137')$$

второе

$$\Theta_2 + c_0 2 \operatorname{ch}(B_0 b_1) \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} - n(1+k) \right] = \frac{c_2}{b} \operatorname{sh}(B_1 a) \times$$

$$\times \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} - n \left(\frac{1}{3} + \frac{k_1}{(2s+1)(b_1+1)} \right) \right] - c_0 = 0, \quad (5.137'')$$

третье

$$c_2 \frac{b^2}{b} 2 \operatorname{sh}(B_1 a) \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{2\lambda} - n \left(\frac{1}{3} + \frac{k_1}{2s+1} \right) \right] +$$

$$+ c_0 b_1 B_1 2 \operatorname{sh}(B_0 b_1) \left[1 - m_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \right] + c_4 = 0, \quad (5.137''')$$

четвертое

$$\frac{\alpha_1 b_1 \Theta_1}{\lambda} + c_4 - \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} c_2 = 0 \quad (5.137'')$$

Имеем четыре уравнения с четырьмя неизвестными. Вводя обозначения

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \Theta_1 - \frac{\alpha_1 b_1 \Theta_1}{\lambda} - \frac{\pi}{n} \left(1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} \right) \\ A_2 &= 2 \operatorname{ch}(B_0 b_1) [1 - m_0(1+k)], \\ A_3 &= 2 \operatorname{ch}(B_1 a) \left[1 + \frac{\alpha_1 b_1}{\lambda} - n(1+k) \right], \\ A_4 &= 2 \operatorname{ch}(B_0 b_1) \left[1 - m_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{2s+1} \right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (5.138)$$

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= \frac{\lambda^2 \mu}{b} B_1 a \left[1 + \frac{a_1 b_1}{3\lambda} - \mu \left(1 + \frac{b_1}{2a_1 + 1} \right) \right]; \\ A_4 &= \frac{b^2 B_1}{b} 2 \operatorname{sh}(\beta_1 a) \left[1 + \frac{a_1 b_1}{2\lambda} - \mu \left(1 + \frac{b_1}{2a_1 + 1} \right) \right]; \\ A_4 &= 2a_1 B_1 \operatorname{sh}(\beta_1 a) \left[1 - m_0 \frac{1}{3} + \frac{b}{2a_1 + 1} \right]. \end{aligned} \right\}$$

При этих обозначениях система уравнений (5-137'), (5-137''), (5-137'''), (5-137''') принимает вид

$$\left. \begin{aligned} A_0 - A_1 c_1 - A_2 c_2 - \theta + 0 &= 0 \\ \theta_0 - A_3 c_3 - A_4 c_4 - c_5 - 0 &= 0 \\ 0 - A_5 c_5 + A_6 c_3 + c_6 + 0 &= 0, \\ \frac{a_1 b_1}{\lambda} + 0 + 0 + c_4 - \frac{a_1 b_1}{\lambda} c_5 - 0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-139)$$

Решение системы уравнений (5-139):

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= \frac{(\theta_0 - \theta_1) A_2 + A_0 \left[A_3 \left(1 + \frac{\lambda}{a_1 b_1} \right) - A_4 \right]}{1 + \left[\frac{b_1}{a_1} + \frac{\lambda}{a_1 b_1} - A_3 \right] + A_0 \left[A_3 \left(1 + \frac{\lambda}{a_1 b_1} \right) - A_4 \right]}; \\ c_2 &= \frac{A_0 - A_1 c_0}{A_1}; \\ c_4 &= \frac{1}{A_6} (A_5 c_0 + A_3 c_2); \\ c_5 &= \frac{\theta_1}{a_1 b_1} - \frac{\lambda}{a_1 b_1} (A_6 c_2 + A_3 c_4) \end{aligned} \right\} \quad (5-140)$$

Как видно из формулы (5-135), произвольная постоянная c_0 имеет определенный физический смысл — это средняя температура стенки 2—4 (см. рис. 108 и 116) так как при $t = 0$ из уравнения (5-135) получаем

$$c_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} T_2 d\alpha = T_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} T dy \quad (5-140)$$

Раз это так, то легко подсчитать количество тепла, входящего в стенку 2—4

$$Q_{2-4} = a_1 b (\theta_1 - T_2) = a_1 b (\theta_1 - c_0)$$

С другой стороны, из формулы (5-133) следует, что произвольная постоянная c_4 связана со средним градиентом температуры стенки 2—4 равенством

$$c_4 = \int_0^b \frac{\partial T}{\partial x} dy = \frac{1}{b} \int_0^b \frac{\partial T}{\partial x} dy = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (5-140'')$$

Имея это равенство, выражаем тепло Q_{2-4} через c_4 .

$$Q_{2-4} = -\lambda \frac{b}{b_1} c_4 = a_1 b (\theta_1 - c_4). \quad (5-140''')$$

Формула (5-140''') может служить контролем определения всех произвольных постоянных c_0, c_2, c_4 и c_5 .

Приближаем зависимость $T = T(u)$ для стенок 2—4 в виде

$$T = T_4 + a_2 y^2 + a_4 y^4$$

Здесь T_4, a_2, a_4 — искомые коэффициенты, которые находим из следующих условий

1) известна средняя температура стенки 2—4.

$$T_4 = \frac{1}{b} \int_0^b T dy = c_0;$$

2) температура T при $y = 0$ равна T_0 .

3) производная температуры $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = 0$.

Отсюда находим T_4

$$T_4 = \frac{5c_0}{8} - \frac{7a_2}{8} - \frac{5a_4}{8} \quad (5-141'')$$

Изменяя величину a (см. рис. 107 и 108), мы будем получать различную температуру в точке 7 (см. рис. 113). Эта точка соответствует точке D на рис. 107. Местоположение точки D определяется тем, что температура в ней получается одинаковая по двум расчетам — по рис. 103 и 113, причем сумма отрезков $a + x_1$ (см. рис. 107) задается конструктивно. Таким образом, изменение отрезка a (рис. 108) вызывает изменение отрезка x_1 (см. рис. 103).

§ 3. ОХЛАЖДЕНИЕ ХВОСТОВИКОВ ЛОПАТОК И ГРЕБНЕЙ ДИСКОВ ТУРБИНЫ

Задачу определения тепловых потоков в хвосте лопатки и гребне диска разберем вначале в упрощенной постановке, а именно пусть стержень A (рис. 117) представляет собой половину хвоста лопатки, а стержень B — половину гребня диска. Они соприкасаются по

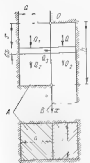


Рис. 17. Схема стержня с полостью и дисками (одномерная задача).

Находим разность $t'' - \theta''$

$$t'' - \theta'' = \alpha \pi (l - \theta) \left(\frac{1}{\lambda_1 f_1} + \frac{1}{\lambda_2 f_2} \right) = \alpha \pi \pi (l - \theta), \quad (5.42)$$

где

$$\pi = \frac{1}{\lambda_1 f_1} + \frac{1}{\lambda_2 f_2}. \quad (5.43)$$

Интегрируем уравнения (5.42) с введением α, π всегда положительная величины,

$$t - \theta = c_1 e^{kx} + c_2 e^{-kx}, \quad k = \sqrt{\pi \alpha}; \quad (5.44)$$

Подставляем полученную разность $t - \theta$ в уравнения (5.14) и получаем два уравнения для t'' и θ''

$$\begin{aligned} t'' &= \frac{\alpha^2 l}{dx^2} \left(\frac{\alpha \pi}{\lambda_1 f_1} c_1 e^{kx} - \frac{c_2 e^{-kx}}{\lambda_2 f_2} \right), \\ \theta'' &= \frac{\alpha^2 l}{dx^2} \left(\frac{\alpha \pi}{\lambda_1 f_1} c_1 e^{kx} + \frac{c_2 e^{-kx}}{\lambda_2 f_2} \right). \end{aligned}$$

После интегрирования этих уравнений имеем

$$t = \frac{\alpha l}{\lambda_1 f_1 k^2} (c_1 e^{kx} + c_2 e^{-kx}) + c_3 x + c_4; \quad (5.45)$$

$$- \frac{\alpha \pi}{\lambda_2 f_2 k^2} (c_1 e^{kx} - c_2 e^{-kx}) + c_3 x + c_4. \quad (5.46)$$

Вычитая равенство (5.46) из (5.45), слева получаем $t - \theta$. Справа мы должны получить то же, что и в формуле (5.44), т.е.

$$c_1 e^{kx} - c_2 e^{-kx}.$$

Для этого необходимо, чтобы произвольные постоянные c_3 и c_4 , c_3 и c_4 были попарно равны

$$c_3 = c_3, \quad c_4 = c_4. \quad (5.47)$$

В результате два уравнения (5.45) и (5.46) имеют одинаковые произвольные постоянные c_1, c_2, c_3 и c_4 .

Для их определения имеем четыре граничных условия: 1) для стержня А при $x = 0$ производная $t_k = 0$, откуда

$$t_k = \frac{dt}{dx} \bigg|_{x=0} = \frac{k}{1+p} (c_1 e^{kx} - c_2 e^{-kx}) + c_3 = 0, \quad (5.48)$$

где

$$p = \frac{\lambda_1 f_1}{\lambda_2 f_2} \quad \text{и} \quad \frac{\alpha \pi}{\lambda_1 f_1 k^2} = \frac{1}{1+p}, \quad \frac{\alpha \pi}{\lambda_2 f_2 k^2} = \frac{p}{1+p}; \quad (5.49)$$

2) температура стержня А при $x = 0$ задана

$$t_0 = \frac{1}{1+p} (c_1 + c_2) + c_4. \quad (5.50)$$

3) температура стержня В при $x = l$ задана

$$\theta_0 = - \frac{p}{1+p} (c_1 e^{kl} + c_2 e^{-kl}) + c_3 l + c_4. \quad (5.51)$$

4) тепловой поток в стержне В при $x = 0$ отсутствует

$$\theta_k = \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=0} = - \frac{pk}{1+p} (c_1 - c_2) + c_3 = 0. \quad (5.52)$$

Из четырех уравнений (5.48), (5.50), (5.51), (5.52) можно найти все произвольные постоянные c_1, c_2, c_3, c_4

$$c_1 = \frac{c_3}{4p + k^2(1 + pk\lambda + p^2)} + \frac{pk\lambda(1 - pk\lambda + p^2)}{4p + k^2(1 + pk\lambda + p^2)}, \quad (5.53)$$

$$\begin{aligned} c_2 &= \frac{\rho h}{\lambda} \frac{e^{\lambda x} + 1}{e^{\lambda x} - 1} c_1 \\ c_3 &= \frac{\rho h}{\lambda} \frac{e^{\lambda x} - 1}{e^{\lambda x} + 1} c_1 \\ c_4 &= \frac{\rho h}{\lambda} \frac{e^{\lambda x} + 1}{e^{\lambda x} - 1} c_1 \end{aligned} \quad (5-154)$$

Формулы (5-145) и (5-146) принимают окончательный вид.

$$t = \frac{1}{1 + \rho} (c_1 e^{\lambda x} + c_2 e^{-\lambda x}) + c_3 x + c_4 \quad (5-155)$$

$$t = \frac{\rho}{1 + \rho} (c_1 e^{\lambda x} + c_2 e^{-\lambda x}) + c_3 x + c_4 \quad (5-156)$$

Производные от этих температур

$$\begin{aligned} t' &= \frac{h\rho}{1 + \rho} (c_1 e^{\lambda x} - c_2 e^{-\lambda x}) + c_3 \\ t'' &= \frac{h\rho}{1 + \rho} c_1 e^{\lambda x} - c_2 e^{-\lambda x} \end{aligned} \quad (5-157)$$

Граничные условия могут быть и другие. В частности, удобно задать тепловой поток в стержень A при $x = 0$, т. е. задать t_0 вместо t_0 , так как тепловой поток q_0 выражается следующим образом

$$q_0 = \lambda \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=0} = \lambda_1 t_0 \quad (5-158)$$

В этом случае вместо равенства (5-150) получаем

$$t_0 = \frac{h}{1 + \rho} (c_1 - c_2) + c_3 \quad (5-159)$$

В систему уравнений для определения новых постоянных c_1, c_2, c_3, c_4 входят равенства (5-148), (5-151), (5-152) и (5-159). Ее решение

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{\rho + e^{\lambda h} t_0}{\rho + e^{\lambda h} - 1} c_2 \\ c_3 &= \frac{\rho h}{1 + \rho} t_0 + c_4 \\ c_4 &= t_0 + \frac{\rho}{1 + \rho} [c_1 (e^{\lambda h} - h h) + c_2 (e^{-\lambda h} - h h)] \end{aligned} \quad (5-160)$$

Изменяя t_0 легко достигается изменение толщины перемычки (см. рис. 117) хвоста лопатки. При этом происходит как бы дросселирование теплового потока q_0 . Увеличение длины этой перемычки также уменьшает величину q_0 . Таким образом, в руках конструктора имеется достаточно эффективное средство для регулирования q_0 , причем удлинение перемычки более эффективно, так как в меньшей степени влияет на напряжение разрыва в хвосте лопатки. Теперь режим эту задачу в рамках координатной задачи теплопроводности.

На рис. 118 представлена схема соединения хвоста лопатки (стержень A) и гребня диска (стержень B). Ось Oy является осью симметрии хвоста лопатки, а линия $x = H$ ось симметрии гребня. Таким образом, на схеме (рис. 118, а) изображена половина хвоста лопатки и гребня диска. Штриховка по контуру обозначает тепловую изоляцию — отсутствие теплового потока. Тепло в количестве Q входит в половину хвостовика лопатки сверху и уходит в диск внизу. На рис. 118, б дан график изменения температуры в сечении y в хвостовике

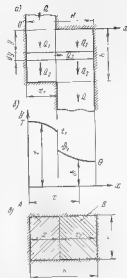


Рис. 118. Схема стыка лопатки и диска (квадратная заделка).

и в гребне

$$t = t(x)$$

Аппроксимируем эти функции уравнениями парабол, вершинами которых лежат на осях симметрии хвоста и гребня, т. е.

$$t = T - b_1 x^2 \text{ и } t = \theta + b_2 (H - x)^2, \quad (5-161)$$

где T, θ — температуры на линиях Oy и $x = H$ зависят они лишь от y . b_1 и b_2 — параметры парабол, также зависят только от y . Следовательно, t и $\frac{dt}{dx}$ являются функциями x и y . На рис. 118, в показаны сечения стержня A и B . Через их стык идет тепло Q_0 (для полоски dy).

Запишем тепловой баланс полоски толщиной δy , длиной $H - x_1 + x_2$ и шириной a

$$Q_1 - Q_2 = Q_3 = \left[\lambda_1 \int_0^{\delta} \frac{\partial \theta}{\partial y} dx \right] \delta y = \alpha_0 (t_1 - \theta) \delta y =$$

$$Q_2 - Q_1 = \left[\lambda_2 \int_0^H \frac{\partial \theta}{\partial y} dz \right] \delta y$$

или после преобразований,

$$\lambda_1 \int_0^{\delta} \frac{\partial \theta}{\partial y} dx = \alpha_0 (t_1 - \theta) \delta y, \quad \lambda_2 \int_0^H \frac{\partial \theta}{\partial y} dz = \alpha_0 (t_1 - \theta) \delta y, \quad (5-162)$$

где λ_1, λ_2 — коэффициенты теплопроводности стержней A и B , t_1, θ — температура в сечении на стыке стержней, из равенства (5-161) имеем

$$t_1 - T = \frac{\alpha_0}{\lambda_1} x_1^2, \quad \theta = \theta + b_2 H - \frac{\alpha_0}{\lambda_2} x_2^2, \quad (5-163)$$

α — условный коэффициент теплопередачи на стыке стержней. Кроме уравнения (5-162), используем уравнение, дающее выражение Q_3 через производные по x от t_1 и θ , т. е.

$$Q_3 = \lambda_1 \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x_1} \delta y = \lambda_2 \left(\frac{d\theta}{dz} \right)_{x_2} \delta y = \alpha_0 (t_1 - \theta) \delta y, \quad (5-164)$$

Используя равенства (5-161) и (5-163), после некоторых преобразований и формуле (5-164) перепишем ее в таком виде

$$2b_1 x_1 \lambda_1 = 2b_2 x_2 \lambda_2 = \alpha_0 [T - b_1 x_1^2 - \theta - b_2 (H - x_1)^2], \quad (5-165)$$

Пронтегрируем уравнение (5-162)

$$\lambda_1 x_1 \left(T - \frac{b_1 x_1^2}{3} \right) = \alpha (t_1 - \theta) = -\lambda_2 x_2 \left(\theta + \frac{b_2 x_2^2}{3} \right) \quad (5-166)$$

Из четырех уравнений (5-160) и (5-166) находим выражения b_1, b_2 и T, θ через остальные параметры. Из (5-165) получаем

$$\frac{\alpha \lambda_1 (T - \theta)}{x_1 [2\lambda_2 + \alpha (\lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_1)]} = B_1 (T - \theta); \quad (5-167)$$

$$t_1 = \frac{\alpha \lambda_1 (T - \theta)}{x_1 [2\lambda_2 + \alpha (\lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_1)]} = B_2 (T - \theta) \quad (5-168)$$

Функции b_1 и b_2 пропорциональны разности $(T - \theta)$, которая является функцией y , а B_1 и B_2 — постоянные. Дифференцируем равенства (5-167) и (5-168) два раза по y

$$b_1 = B_1 (T'' - \theta''); \quad b_2 = B_2 (T'' - \theta''). \quad (5-169)$$

Подставляем полученные вторые производные в уравнение (5-166)

$$\lambda_1 x_1 \left[T'' - \frac{x_1^2}{3} B_1 (T'' - \theta'') \right] = -\lambda_2 x_2 \left[\theta'' + \frac{x_2^2}{3} B_2 (T'' - \theta'') \right] \quad (5-170)$$

Отсюда находим отношение

$$\frac{T''}{\theta''} = \frac{\lambda_1 x_1 B_2 (x_2^2 - x_1^2) - 3\lambda_2 x_2}{\lambda_1 x_1 B_1 (x_2^2 - x_1^2) - 3\lambda_1 x_1} \quad (5-171)$$

Здесь учтено равенство $\lambda_1 x_1 B_1 = \lambda_2 x_2 B_2$, которое вытекает из равенств (5-165) и (5-167), (5-168)

Запишем в развернутом виде первое уравнение (5-166)

$$\lambda_1 x_1 \left[T'' - \frac{x_1^2}{3} B_1 (T'' - \theta'') \right] = \alpha [T - b_1 x_1^2 - \theta - b_2 x_2^2] = \\ = T - \theta - \frac{\alpha}{\lambda_1} B_1 x_1^2 (T - \theta) - \frac{\alpha}{\lambda_2} B_2 x_2^2 (T - \theta) \\ = (T - \theta) [1 - B_1 x_1^2 - B_2 x_2^2]$$

Вместо θ'' подставляем $\frac{T''}{\beta}$

$$\alpha (T - \theta) (1 - B_1 x_1^2 - B_2 x_2^2) = \lambda_1 x_1 T'' \left[1 - \frac{x_1^2}{3} B_1 \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \right],$$

откуда и находим T''

$$T'' = \frac{\alpha (1 - B_1 x_1^2 - B_2 x_2^2) (T - \theta)}{\lambda_1 x_1 \left[1 - \frac{x_1^2}{3} B_1 \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \right]} = \beta M (T - \theta), \quad (5-172)$$

где β, M — постоянные величины

Из равенств (5-171) и (5-172) следует

$$T'' = M (T - \theta), \quad (5-173)$$

Вычитая почленно (5-173) из (5-172), получаем

$$T'' - \theta'' = \beta M (T - \theta), \quad (5-174)$$

Так как при малых x_1, x_2 — а лишь для малых x_1, x_2 применимы формулы (5-161) — значения β и M отрицательны, то $\beta = -1/M$ — положительная величина. Получим дифференциальное уравнение того же типа, как (5-42). Вводим обозначение

$$x_1^2 = M (\beta - \eta) \quad (5-175)$$

Тогда решение уравнения (5-174) имеет вид

$$T - \theta = c_1 e^{\beta_1 \eta} + c_2 e^{-\beta_1 \eta}, \quad (5-176)$$

Подставляем это выражение в равенство (5.72)

$$T'' = \beta M \left(c_1 e^{k_1 y} + c_2 e^{-k_1 y} \right)$$

Интегрируем два раза и получаем искомую функцию T

$$T = \frac{\beta M}{k_1^2} (c_1 e^{k_1 y} + c_2 e^{-k_1 y}) + c_3 y + c_4, \quad (5.177)$$

где c_1, c_2, c_3 и c_4 — произвольные постоянные. Подставляя выражение (5.176) в (5.173) и интегрируя два раза, находим вторую искомую функцию θ

$$\theta = \frac{M}{k_1} (c_1 e^{k_1 y} + c_2 e^{-k_1 y}) + c_3 y + c_4, \quad (5.178)$$

Вычитаем из уравнения (5.177) уравнение (5.178), учитывая равенство (5.175)

$$(c_1 - c_2) e^{k_1 y} + (c_3 - c_4) = 0$$

Так как это равенство должно выполняться при любом значении y , то

$$c_1 = c_2, \quad c_3 = c_4, \quad (5.179)$$

Подные выражения для t и θ с учетом равенств (5.161), (5.167), (5.168) и (5.176) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} t &= T - B_1 x^2 = \frac{\beta M}{k_1^2} (T - \theta) + c_3 y + c_4 - B_1 (T - \theta) x^2 = \\ &= (T - \theta) \left(\frac{\beta M}{k_1^2} - B_1 x^2 \right) + c_3 y + c_4 \\ \theta &= \theta_0 + B_2 H^{-1} x^2 = \frac{M}{k_1} T + \theta_0 + c_3 y + c_4 + B_2 (T - \theta) x^2 = \\ &= \frac{M}{k_1} T + \theta_0 + \left[\frac{M}{k_1^2} - B_2 H^{-1} x^2 \right] + c_3 y + c_4 \end{aligned} \right\} \quad (5.180)$$

Разность $(T - \theta)$ берем по уравнению (5.76). Для произвольного сечения $y = \text{const}$ напишем выражения средних температур стержней A и B см. рис. 1.18)

$$t = \frac{1}{x_1} \int_0^{x_1} t dx = \theta - \frac{1}{x_1} \int_0^{x_1} \theta dx.$$

После соответствующих преобразований с использованием равенства (5.80) получим

$$\left. \begin{aligned} t &= (T - \theta) \left(\frac{\beta M}{k_1^2} - B_1 \frac{x_1^2}{3} \right) + c_3 y + c_4 \\ \theta &= (T - \theta) \left(\frac{M}{k_1} + B_2 \frac{x_1^2}{3} \right) + c_3 y + c_4 \end{aligned} \right\} \quad (5.181)$$

Выражения для средних производных по y

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{x_1} \int_0^{x_1} t dx = \frac{1}{x_1} \int_0^{x_1} \frac{\partial t}{\partial y} dy \\ \theta &= \frac{1}{x_1} \int_0^{x_1} \frac{\partial \theta}{\partial y} dy \end{aligned}$$

После очевидных преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} t &= (T - \theta) \left(\frac{\beta}{3} - B_1 \frac{x_1^2}{3} \right) + c_3 \\ \theta &= (T - \theta) \left(\frac{1}{3} + B_2 \frac{x_1^2}{3} \right) + c_3 \end{aligned} \right\} \quad (5.182)$$

Вводим сокращенные обозначения постоянных, используя равенства (5.175)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\beta M}{k_1^2} - B_1 \frac{x_1^2}{3} &= \frac{\beta}{3} - B_1 \frac{x_1^2}{3} = B_1 \\ \frac{M}{k_1} + B_2 \frac{x_1^2}{3} &= \frac{1}{3} - B_2 \frac{x_1^2}{3} = B_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.183)$$

Теперь сформулируем граничные условия. Они будут аналогичны условиям (5.44), (5.150), (5.151) и (5.152)

1) для стержня A тепловой поток в сечении $y = 0$ должен быть равен нулю, т.е.

$$\bar{t}_A' = 0 = (T_A' - \theta_A') \bar{B}_1 + c_3, \quad (5.184)$$

2) температура стержня A в сечении $y = 0$ задана

$$\bar{t}_A = (T_A - \theta_A) \bar{B}_1 + c_4, \quad (5.185)$$

3) температура стержня B в сечении $y = 0$ задана

$$\bar{\theta}_A = (T_A - \theta_A) \bar{B}_2 + c_3 + c_4; \quad (5.186)$$

4) для стержня В тепловой поток в сечении $y=0$ должен быть равен нулю

$$\dot{q}_0 = (T_0' - \theta_0) \bar{B}_0 + c_9 = 0 \quad (5-187)$$

Во все разности $(T_0 - \theta_0)$ и $(T_h - \theta_h)$ и их производные включены произвольные постоянные c_4 и c_5 .

Уравнения (5-184) - (5-187) в развернутом виде

$$\left. \begin{aligned} k_1 (c_1 e^{k_1 h} - c_2 e^{-k_1 h}) \bar{B}_1 + c_8 &= 0, \\ c_1 + c_2 \bar{B}_1 + c_4 &= T_0, \\ (c_1 e^{k_1 h} + c_2 e^{-k_1 h}) \bar{B}_2 + c_3 h + c_4 &= \bar{\theta}_h, \\ k_1 (c_1 - c_2) \bar{B}_2 + c_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-188)$$

Решение этой системы.

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{(\bar{B}_1^2 + \bar{B}_2^2) (e^{k_1 h} + e^{-k_1 h}) - \bar{B}_1 \bar{B}_2 (A + k_1 h) (e^{k_1 h} - e^{-k_1 h})}{\dots} \\ c_2 &= \frac{e^{k_1 h} \bar{B}_1 - \bar{B}_2}{\dots} \\ c_3 &= -\bar{B}_1 (c_1 + c_2) \end{aligned} \right\} \quad (5-189)$$

Для удобства пользования всеми необходимыми формулами при определении параметров температурного поля стержней А и В (см. рис. 118) перепишем эти формулы в порядке их использования.

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\alpha \lambda_2}{\lambda_2 [2\lambda_2 \lambda_3 + \alpha (\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3)]} \\ B_2 &= \frac{\alpha \lambda_1}{\lambda_2 [2\lambda_1 \lambda_2 + \alpha (\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3)]} \\ \beta &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 (x_1^2 - x_2^2) + 2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1^2 B_1 (A^2 - x_1^2) - 2\lambda_1 \lambda_2} \\ M &= \frac{B_1 x_1^2 - B_2 x_2^2}{\lambda_1 x_1 \beta - B_1 x_1^2 - B_2 x_2^2} \\ &= \frac{1}{\lambda_1^2 \beta - B_1 \beta - 1} \end{aligned}$$

$$\bar{B}_1 = \beta - 1, \quad \bar{B}_2 = \beta - 1 + B_2 \frac{x_2^2}{\beta - 1}$$

Запишем формулы (5-80) с использованием выражений 5-175) и (5-176)

$$t = \frac{\beta}{\beta - 1} - \bar{B}_2 x^2 [c_1 e^{k_1 y} + c_2 e^{-k_1 y}] + c_3 y + c_4, \quad (5-190)$$

$$\theta = \left[\frac{1}{\beta - 1} + \bar{B}_2 (T_0 - T_0') + c_1 e^{k_1 y} + c_2 e^{-k_1 y} + c_3 y + c_4 \right]$$

Выражения для средних температур t и θ формулы (5-181) также перепишем, используя равенства (5-175) и (5-183)

$$\begin{aligned} t &= B_1 c_1 e^{k_1 y} + c_2 e^{-k_1 y} + c_3 y + c_4, \\ \theta &= B_2 (c_1 e^{k_1 y} + c_2 e^{-k_1 y}) + c_3 y + c_4 \end{aligned} \quad (5-191)$$

Итак, имеем два решения задачи о температурных полях двохсторонних лопатки (стержень А, см. рис. 114 и 118) и гребня диска (стержень В) одно с одномерной постановкой формулы (5-145), (5-146) и (5-154), другое — с параболической аппроксимацией температур в сечении стержней формулы (5-180), (5-181), (5-189).

Для количественного анализа этих методов проведем расчет конкретной конструктивной схемы обоних металлов.

Геометрические размеры $x_1 = 0,01$ м, $x_2 = 0,02$ м, $x_3 = 0,03$ м, сечения стержней А и В — прямоугольники $x_1 \times x_2$ и $x_2 \times x_3$, параметры температурных полей:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 16 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{град} = 66 \text{ ват/м}^2 \cdot \text{град}, \\ \lambda_2 &= 24 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{град} = 100 \text{ ват/м}^2 \cdot \text{град}, \\ \alpha &= 1000 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{град} = 4180 \text{ ват/м}^2 \cdot \text{град} \end{aligned}$$

граничные условия

$$\begin{aligned} t_0 &= 973^\circ \text{К}, \quad t_h = 473^\circ \text{К}, \quad t_0' = 0^\circ \text{ (рис. 117)} \\ t_p &= 973^\circ \text{К}, \quad \theta_0 = 473^\circ \text{К}, \quad \theta_h = 0^\circ \text{ (рис. 118)} \end{aligned}$$

Таким образом, все условия теплопередачи выписаны, различия лишь методы аппроксимации. 1) температура по сечению стержней А и В рассчитана по рис. 117; 2) температура стержней А и В следует параболическому закону по сечению стержней и в границах обоних лопатки в обоних случаях (рис. 1) 8).

Расчет по первому методу. Из формул (5-143) и (5-144) получаем

$$\begin{aligned} M^2 &= \frac{1}{\alpha \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2} = \frac{1}{16 \cdot 0,01 + 24 \cdot 0,02} = \frac{1}{0,64} = 1,5625 \\ M &= 1,25 \end{aligned}$$

имеем также

$$\beta = \frac{\lambda_1 x_1}{\lambda_2 x_2} = \frac{16 \cdot 0,01}{24 \cdot 0,02} = 0,333$$

Далее

$$\begin{aligned} M^2 &= 2,96; \quad e^{M^2} = e^{2,96} = 19,5; \quad e^{-M^2} = 0,0512 \\ M^2 &= 98,5 \cdot 0,056 = 5,52; \quad M^2 = 0,556 = 0,5 \end{aligned}$$

Теперь по формулам (5-153) и (5-154) определяем все постоянные c_1, c_2, c_3, c_4

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{(t_0 - \theta_0) (0,052 + 0,556) + 0,556}{2,22 + 19,5 (1 + 1,65 + 0,31) + 0,556 (1 + 1,65 + 0,31)} = \\ &= 0,581_{10} - \theta_0 \\ c_2 &= \frac{19,5 + 0,556}{0,052 + 0,556} c_1 = 0,521 (t_0 - \theta_0), \end{aligned}$$



Рис. 119 Сравнение температур в хвостовике лопатки и гребне диска (для двух методов расчета)

лодных волокон и сжатие в горячих. При наложении растягивающих напряжений от центробежных сил получаем в сумме более низкое напряжение в горячих волокнах и более высокое в холодных. Это обстоятельство как раз благоприятно для металла, так как допустимое напряжение для холодных волокон более высокое, чем для горячих.

Количественно это можно проиллюстрировать приблизительно, так как температурные напряжения в стержнях конечной длины поддаются расчету с большим трудом, а использовать очень простые формулы температурных напряжений бесконечно длинного стержня вряд ли целесообразно.

При расчете подобного соединения хвостовик - гребень особое внимание следует обращать на температуру гребня у его вершины, т. е. θ_0 . Как видно из рис. 119, эта температура почти по всему сечению гребня (стержня B) получается заметно меньше, при расчете по второму методу, который, очевидно, более точно отражает действительный процесс теплопередачи.

Подчеркнем, что аппроксимация температурной кривой параболой соответствует тому, что мы как бы ограничили членом второго порядка при разложении температурной функции в ряд Тейлора, тогда как первый метод базировался на разложении до первого — нулевого порядка.

В обоих сечениях ΔT_0 заметно меньше ΔT_1 , температура гребня стержня B также ниже, но по этому методу

$$t_0 = 704^\circ \text{K},$$

а по второму — средняя температура в сечении $y = 0$

$$\theta_0 = 677^\circ \text{K},$$

т. е. на 27° ниже. Температура на стенке, в сечении $y = 0$, по первому методу равна 744°K , а по второму 718°K , т. е. на 26° ниже.

С точки зрения прочности хвоста (стержень A) и гребня диска (стержень B) распределение температур благоприятно. Действительно, суммарное напряжение в рабочем состоянии будет складываться из температурных напряжений и растягивающих напряжений от центробежных сил. Температурное поле дает растяжение в хо-

ТРАПЕЦИЕВИДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ

Второй метод позволяет еще больше приблизить расчетную схему к реальной картине. Дело в том, что при конструктивном выполнении соединения «хвостовик - гребень» и хвост лопатки, и гребень имеют трапециевидную форму. На рис. 120, а изображена конструктивная схема подобного соединения A — половина хвоста

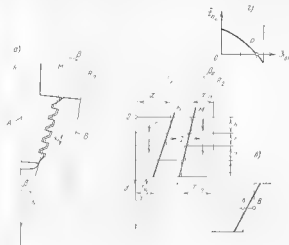


Рис. 120 Трапециевидное соединение хвостовика лопатки и гребня диска и его расчетная схема

ста лопатки, B — половина гребня. Радиусы R_1 и R_2 идут под углом $\frac{\pi}{z}$ (z — число лопаток на диске). Чувствительный стык заменяем линией MN , притом углы мал, этой линией и радиусами R_1 и R_2 заменяем. Упростим далее нашу схему (рис. 120, б). Здесь радиальные линии R_1 и R_2 заменим параллельными, а линия MN заменит ступенчатой линией (пунктир на рис. 120, б). Таким образом, обе трапеции (хвостовик и гребень) заменяются суммой прямоугольников, по площади равных площадям соответствующих трапеций. Высоту всех прямоугольников примем одинаковой h , а их ос-

поверхности будут различны от x_{11} до x_{1n} — у хвостовика и от x_2 до x_{2n} у гребня. На рис. 120, б рассмотрим четыре прямоугольника. Разумеется, можно брать любое число этих прямоугольников. Для первой пары прямоугольников с основаниями x_{11} и x_{21} и высотой h в качестве граничных условий принимаем 1) при $y = 0$ значение t_0 задано (обозначения такие же, как на рис. 118), 2) задано значение t_0' при $x = 0, 3$ при $y = 0$ значения $\bar{\theta}_0$ и $\bar{\theta}_0'$ заданы. Постоянные для рассматриваемого прямоугольника коэффициенты B_1, B_2 и т. д. имеют двойной индекс, причем второй индекс означает порядковый номер прямоугольника. Коэффициенты β M и K имеют од. индексы, соответствующий номеру прямоугольника. Так, например, коэффициенты для третьего прямоугольника $B_{13}, B_{23}, \beta_3, M_3, K_3, B_{23}$. Так как каждому прямоугольнику соответствуют свои произвольные постоянные, то они также имеют два индекса так, для третьего прямоугольника $c_{13}, c_{23}, c_{23}, c_{24}$.

Сформулированные выше граничные условия для первого прямоугольника с использованием формул (5-17С), (5-181), (5-182) можно выразить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} B_{11} \cdot c_{11} \cdot t_{01} + c_{11} \cdot t_{01}' \\ B_{21} \cdot c_{21} \cdot t_{01} + c_{21} \cdot t_{01}' \\ B_{11} \cdot c_{11} + c_{11} \cdot \bar{\theta}_{01} \\ B_{21} \cdot c_{21} + c_{21} \cdot \bar{\theta}_{01} \end{aligned} \right\} \quad (5-192)$$

Решение этой системы

$$\left. \begin{aligned} c_{11} = \frac{B_{11} \Delta t_1 + \Delta t_1'}{2B_{11} \Delta B_1}; \quad c_{21} = \frac{B_{21} \Delta t_1 - \Delta t_1'}{2B_{21} \Delta B_1}; \\ c_{11} = \bar{\theta}_{01} - \frac{B_{11} \Delta t_1}{\Delta B_1}; \quad c_{21} = \bar{\theta}_{01} - \frac{B_{21} \Delta t_1}{\Delta B_1} \end{aligned} \right\} \quad (5-193)$$

где

$$\Delta t_1 = \bar{t}_{01} - \bar{\theta}_{01}; \quad \Delta t_1' = \bar{t}_{01}' - \bar{\theta}_{01}'; \quad \Delta B_1 = B_{21} - B_{11} \quad (5-194)$$

В общем виде для i -го прямоугольника формулы (5-193)

$$\left. \begin{aligned} c_{1i} = \frac{B_{1i} \Delta t_i + \Delta t_i'}{2B_{1i} \Delta B_i}; \quad c_{2i} = \frac{B_{2i} \Delta t_i - \Delta t_i'}{2B_{2i} \Delta B_i}; \\ c_{1i} = \bar{\theta}_{0i} - \frac{B_{1i} \Delta t_i}{\Delta B_i}; \quad c_{2i} = \bar{\theta}_{0i} - \frac{B_{2i} \Delta t_i}{\Delta B_i} \end{aligned} \right\} \quad (5-195)$$

в формулы (5-194)

$$\Delta t_i = \Delta t_{0i} - \bar{\theta}_{0i}; \quad \Delta t_i' = \bar{t}_{0i}' - \bar{\theta}_{0i}'; \quad \Delta B_i = B_{2i} - B_{1i} \quad (5-196)$$

На стыке двух соседних прямоугольников должны выполняться следующие условия: 1) температура обоих прямоугольников в плоскости стыка одинакова

$$t_{01} = t_{02}; \quad t_{02} = t_{03}; \quad \bar{\theta}_{01} = \bar{\theta}_{02} \text{ и т. д.}$$

2) средние градиенты температур на стыке обратно пропорциональны основаниям прямоугольников

$$t_{01} \cdot x_{01} = t_{02} \cdot x_{02}; \quad t_{02} \cdot x_{02} = t_{03} \cdot x_{03} \text{ и т. д.}$$

что эквивалентно полной изоляции ступенек AB (см. рис. 120, в). В общем виде эти граничные условия перехода записываем так:

$$\left. \begin{aligned} t_{01} \cdot x_{01} = t_{02} \cdot x_{02}; \quad t_{02} \cdot x_{02} = t_{03} \cdot x_{03} \text{ и т. д.} \\ t_{01} \cdot x_{01} = t_{02} \cdot x_{02}; \quad t_{02} \cdot x_{02} = t_{03} \cdot x_{03} \text{ и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (5-197)$$

Граничные условия (5-197) требуют некоторых пояснений. Дело в том, что третье условие задать нельзя, так как температура $\bar{\theta}_{01}$ верхних гребня заранее не известна, а задать можно градиент $\bar{t}_{01}' = 0$, т. е. условие полной изоляции конца хвостовика (см. рис. 120, в). Задавая произвольное значение $\bar{\theta}_{01}$, мы, вообще говоря, будем получать различные градиенты $\bar{t}_{01}'$. Но по условию изоляции этот градиент должен быть равен нулю. Задавая произвольными значениями $\bar{\theta}_{01}$, мы строим кривую зависимости t_{04} от $\bar{\theta}_{01}$ (см. рис. 120, в) и в точке P получаем искомое значение $\bar{\theta}_{01}$.

Пример. На рис. 121 приведена схема трапециевидного соединения. Размеры среднего уступа взяты такими же, как на рис. 119, т. е. $x_{01} = 10$ мм, $x_{02} = 12$ мм. Средний градиент температуры t_0 для хвостовика лопатки в сечении $y = 0$ برابرит из условия одинаковых количеств тепла для схем, приведенных на рис. 118 и рис. 12, откуда получаем

$$(t_0)'_{\text{рис. 111}} = 22560 \cdot \frac{10}{13} = 17300 \text{ град/м.}$$

Средняя температура в сечении $y = 0$ для стержня A сохранена такой же, как на схеме, изображенной на рис. 119, т. е. $t_0 = 973^\circ \text{K}$. Коэффициент теплопроводности в стыке также остается прежним — $\alpha = 0.00 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град} = 1163 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ (двойная линия на рис. 121). Составлены табл. 29.

Результаты расчетов, приведенные в табл. 29, получены на 25-сантиметровой счетной линейке. Задаем среднюю температуру верхних гребня $\bar{\theta}_0$ для первого расчета принимаем ее близкой к приведенной в табл. 29, т. е. $\bar{\theta}_0 = 575^\circ \text{K}$ (или 23°C или 675°F). Результаты расчетов сведены в табл. 30. Для второго и третьего расчетов задаем $\bar{\theta}_0 = 750^\circ \text{K}$, 723°K соответственно, переход от уступа к уступу осуществляется по формулам (5-197). Например, во втором расчете для второго участка $t_{02} = -6280 \text{ град/м}$,

§ 4. ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ХОЛОДИЛЬНИКОВ ГТУ

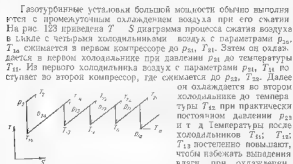


Рис. 123. Процесс многоступенчатого сжатия и охлаждения воздуха в ГТУ в $T-S$ -диаграмме

в нем доведено до более низкой температуры T_{14} . По соображениям техники и экономической целесообразности сепараторов может быть больше одного или они могут совсем не устанавливаться.

Сформулируем поставленную задачу при заданных параметрах процесса сжатия воздуха, расходе воды на все холодильники W , суммарном гидравлическом сопротивлении всех холодильников $\sum \frac{\delta p}{\rho}$ и принятых формах холодильной поверхности определить

условия, при которых получится минимальная поверхность всех холодильников. На рис. 124 приведена конструктивная схема поверхности холодильника. Такая схема, в частности, используется ХТГЗ им С. М. Кирова [Л.22]. Расход воздуха G задан и, следовательно, известен теплоотвод в каждом холодильнике Q_i .

$$Q_i = G c_p (T_{2i} - T_{1i}), \quad (5-198)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$ — порядковый номер холодильника ($n = 4$, см. рис. 123).

Поверхность i -го холодильника F_i можно выразить так

$$F_i = \frac{Q_i}{k \Delta T_{i, \text{ср}}} \quad (5-199)$$

где k — коэффициент теплопередачи, отнесенный к оребренной поверхности F

c_p — скорость воздуха. Логарифмическую разность температур мы аппроксимируем гиперолой следующего образом:

$$\frac{1}{\Delta T} = \frac{\ln \frac{T_{2i} - \theta_i}{T_{1i} - \theta_i}}{T_{2i} - \theta_i} \approx \frac{1}{T_{2i} - \theta_i} \ln \frac{\Delta_{2i}}{\Delta_{1i}}$$

где θ_i — температура воды при входе в i -й холодильник

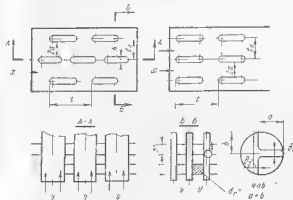


Рис. 124. Конструктивная схема оребрения поверхности холодильника

θ_{2i} — температура воды при выходе из i -го холодильника. Умножив правую и левую части написанного равенства на Δ_{1i} , получим

$$\Delta_{1i} = \frac{1}{\Delta_{1i} - 1} \ln \frac{\Delta_{2i}}{\Delta_{1i}} \approx \frac{1}{\Delta_{1i} - 1} \ln \frac{\Delta_{2i}}{\Delta_{1i}}$$

где

$$z = \frac{T_{2i} - \theta_{2i}}{T_{1i} - \theta_{1i}} = \frac{\Delta_{2i}}{\Delta_{1i}}$$

При $a = 1,2$, $b = 0,08$ и $c = 2$ в диапазоне значений z от 1 до 10 аппроксимация составит $\pm 1\%$.

Получаем

$$\frac{1}{\Delta T_1} = \frac{b}{\Delta t_1} + \frac{c}{\theta_{21} - \theta_{21}'} + \frac{b}{\Delta t_1} + \frac{c}{(\theta_{21} - \theta_{21}')}, \quad (5-200)$$

где

$$\tau = T_{21} - \theta_{21} + a(T_{21} - \theta_{21}'), \quad (5-200')$$

В выражении (5-99) подставлено

$$\theta_{21} = \frac{\theta_{21}}{\theta_{21}} \quad (5-201)$$

Показатель степени m и коэффициент k_{01} определяем следующим образом коэффициент теплопередачи для оребренной поверхности определяем по формуле (5-99) [умножая правую часть на

а

$$k = \alpha_L \left[\frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{b}{a} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{b}{a} \right) \right], \quad (5-202)$$

где α_1 — коэффициент теплоотдачи со стороны воздуха на оребренной поверхности.

α_2 — коэффициент теплоотдачи со стороны воды на гладкой поверхности.

a, b — размеры см. рис. 124),

$$a = \frac{a' \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad b = \frac{b' \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad \alpha_1 = \frac{2\alpha_2}{\delta_1 \lambda_2}, \quad \alpha_2 = \frac{2\alpha_2}{\delta_2 \lambda_2}.$$

Коэффициент α_1 определяем по формуле

$$\alpha_1 = \alpha_0 \left(\frac{g}{\delta_1} \right)^{0.25}, \quad (5-203)$$

где

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Так как все размеры оребрения и материал ребер и труб нам заданы, то k_1 будет зависеть от α_2 и α_1 .

На рис. 125 представлена такая зависимость для $a = 0,005$ м, $b = 0,0015$ м, $\delta_1 = 0,0001$ м, $\delta_2 = 0,001$ м.

$$\lambda_1 = 300 \text{ ккал/м ч град} = 349 \text{ вт/м град}$$

$$\lambda_2 = 0,60 \text{ ккал/м ч град} = 16 \text{ вт/м град}$$

где

трубки латунные, а ребра медные, $\alpha_0 = 8 \cdot 10^{-5}$. Берем две точки на графике рис. 125 так, чтобы кривая $k_1 = k_{01} \alpha_1^m$ наиболее близко подходила к кривой, показанной на рис. 125 во всем ожидаемом диапазоне изменения α_1 . После этого вместо α_1 подставляем его выражение из формулы (5-203)

$$k_{01} \alpha_0^m \left(\frac{g}{\delta_1} \right)^{0.25m} = k_{01} \alpha_0^m \left(\frac{g}{\delta_1} \right)^{0.25m} = k_{01} \alpha_0^m \left(\frac{g}{\delta_1} \right)^{0.25m}, \quad (5-204)$$

где i — порядковый номер холодильника

Из равенства (5-204) находим

$$k_{01} = k_{01} \left[\frac{\alpha_0}{\alpha_0^2} \left(\frac{g}{\delta_1} \right)^{0.25} \right]^m; \quad m = 0,8m_1. \quad (5-205)$$

Значения k_{01} и m изменятся с изменением α_2 и прочих характеристик ребристой поверхности. Рекомендуется проводить кривую $k_1 = k_{01} \alpha_1^m$ так, чтобы она пересекалась с кривой, изображенной на рис. 125, при малых значениях α_1 (0,175—0,230 ккал/м² град), так как эта область соответствует холодильнику низкого давления, поверхность которого обычно оказывается наибольшей.

Значение k_{01} , найденное по формуле (5-205), подставляем в формулу (5-20) при подсчете коэффициентов k_1 .

Гидравлическое сопротивление рассчитываем [Л. 23] с учетом формулы (5-200)

$$\frac{\Delta p_{12}}{G} = 1,85 \left(\frac{\xi_0}{L} + \frac{\xi_1}{L} \right) \frac{d_p}{L} \text{Re}^{0.25} \times \\ \times \frac{T_{21} + T_{11}}{T_{21} - T_{11}} \left(\frac{T_{21} - T_{11}}{T_{21} - T_{11}} \right)^2 = 1,85 \frac{G^2}{\rho \lambda_1 \lambda_2} \quad (5-206)$$

где $\xi_0 = 0,36$ — постоянная в формуле Блауэнуса для труб,

$\xi_1 = \left(1 - \frac{2a}{L} \right)^2$ — коэффициент Борда, учитывает потери при внезапном расширении,

$$\text{Re} = \frac{3600 G}{\pi^2 \delta_1 \rho_1 d_p} — \text{число Рейнольдса};$$

$$L = \frac{T_2 - T_1}{2}$$

$$\chi_{\text{реб}} = \frac{k_1}{\alpha_1} — \text{коэффициент оребрения}$$

Используя для k_1 равенство $k_1 = R_{01} \alpha_1^{0.75}$, получаем

$$\tau_{01} = R_{01} \alpha_1^{0.75} \quad (5-207)$$

В формуле (5-206) второе слагаемое обычно составляет 10—20% от первого. Кроме того для α_1 в формуле (5-206) не требуется расчет. Поэтому для более точного расчета мы можем считать, что $\alpha_1 = 20\%$ увеличим значение τ_{01} суммарно, что приведет к увеличению потерь (по воздушной стороне) в холодильнике, т.е. будем считать $\eta_{\text{хвд}} < 1$.

$$P = \eta_{\text{хвд}} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta p}{\rho} \right)_i \quad (5-208)$$

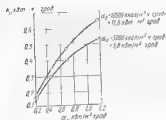


Рис. 25 Зависимость коэффициента теплопередачи k_1 от скорости воздуха w_1 при различных режимах обтекания

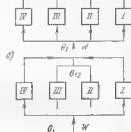


Рис. 25 Схемы коммутаций холодильников

Преобразуем формулу (5-206) с использованием равенств (5-203) и (5-207)

$$\eta_{\text{хвд}} = \frac{\lambda p_{01}}{\rho_1} = \eta_{\text{хвд}} \frac{\Delta p}{\rho} \quad (5-209)$$

$$3.78 \cdot 10^{-6} \left(\frac{1}{\rho_1} \right)^{0.75} \alpha_1^{0.75} (T_{01} - T_{02}) \times \left(\frac{\Delta p}{\rho} \right)_i = \frac{\Delta p}{\rho} \quad (5-210)$$

Неизвестная величина $\eta_{\text{хвд}}$ в (5-209) является переменной, так как

Число R_{01} определяем при постоянной скорости (примерно 20 м/сек) для всех холодильников, это вносит незначительную погрешность в результаты расчета. Вводим обозначения

$$\beta_1 = \frac{3.78 \cdot 10^{-6} \left(\frac{1}{\rho_1} \right)^{0.75} \alpha_1^{0.75} (T_{01} - T_{02})}{\left(\frac{\Delta p}{\rho} \right)_i} \times \left(\frac{\Delta p}{\rho} \right)_i = \frac{\beta_1 \alpha_1^{0.75}}{\Delta T_i} \quad (5-210)$$

$$2.75 - m = m_0 \quad (5-21)$$

Из выражений (5-208) — (5-211) получаем

$$\eta_{\text{хвд}} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta p}{\rho} \right)_i = P = \sum_{i=1}^n \frac{\beta_1 \alpha_1^{0.75}}{\Delta T_i} \quad (5-212)$$

Выражение для суммарной поверхности всех холодильников по формуле (5-199) имеет вид

$$\sum_{i=1}^n F_i = F = \sum_{i=1}^n \frac{\beta_1}{\Delta T_i \alpha_1^n} \quad (5-213)$$

Нам задан расход воды на все холодильники W . В зависимости от способа распределения воды по холодильникам будет изменяться их поверхность. На рис. 126 для примера приведены две схемы с четырьмя холодильниками. Приведем решение для схемы, показанной на рис. 125, а. Для любой другой схемы идея решения сохраняется. Расход воды через i -й холодильник обозначим W_i , тогда

$$W = \sum_{i=1}^n W_i \quad (5-214)$$

Тепловой баланс этого холодильника

$$Q = W (\beta_2 - \beta_1) = \frac{Q}{c_w} \quad (5-215)$$

где c_w — теплоемкость воды.

Для нашей схемы все значения β_{1i} одинаковы, так как охлаждающая вода на входе во все холодильники имеет одну и ту же температуру.

Из формулы (5-200) с учетом выражения (5-215) получим

$$\frac{1}{\Delta T_i} = \frac{\beta}{T_{01} - T_{02}} + \frac{c}{T_{02} - T_{01}} \quad (5-216)$$

Из этой формулы видно, что ΔT_1 зависит только от W_1 . Все остальные величины заданы (см. рис. 123). Значения всех W_i не могут быть произвольными, поскольку должно выполняться равенство (5-214). Зная, что, практически мы имеем $n-1$ независимых W . Это обстоятельство мы учитываем таким образом

$$\Delta T_1 = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \Delta T_1}{\partial W_i} \Delta W_i \quad (5-217)$$

Второй переменной величиной является скорость воздуха в n -ом холодильнике c_n . Мы также не можем произвольно изменять эту скорость во всех холодильниках, так как должно выполняться равенство (5-212). Следовательно, мы имеем $(n-1)$ независимых c_i , а значение первой c_1 определяем из равенства (5-212)

$$c_1 = \frac{\Delta T_1}{\beta_1} \left(p - \sum_{i=2}^n \beta_i c_i^m \right) \quad (5-218)$$

Перепишем формулу (5-213), выделяя из-под знака Σ первое слагаемое

$$F = \Delta T_1 c_1^m + \sum_{i=2}^n \Delta T_i c_i^m \quad (5-219)$$

В этом выражении ΔT_1 определяется по формуле (5-217) и c_1 по формуле (5-218). Получим, что суммарная поверхность всех холодильников F зависит от $2(n-1)$ независимых переменных W_i и c_i ($i=2, 3, \dots, n$). Взяв 214-1) производных от F по этим переменным и приравняв их нулю, получим $2(n-1)$ уравнений с теми же количеством неизвестных (W_i и c_i). Фактически придется решать лишь две производные — по W_1 и по c_1 . Производная по W_1 более громоздка, приведем ее в качестве примера

$$\frac{\partial F}{\partial W_1} = \frac{\partial}{\partial W_1} \left(\Delta T_1 c_1^m + \sum_{i=2}^n \Delta T_i c_i^m \right) = \frac{\partial \Delta T_1}{\partial W_1} c_1^m + m \Delta T_1 c_1^{m-1} \frac{\partial c_1}{\partial W_1} + \sum_{i=2}^n \frac{\partial \Delta T_i}{\partial W_1} c_i^m$$

При обращении под знаком суммы

$$\Delta T_1 = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Delta T_1}{\partial W_i} \Delta W_i \quad (5-220)$$

Производные c_i из уравнения (5-218) и $\left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'$ из (5-216) и (5-217) подставим соответственно в равенства (5-220) и (5-221),

$$c_1' = - \frac{c_1}{\beta_1} \frac{\left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'}{\left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)} - \frac{c_1}{m \beta_1} \left(\frac{c_1}{\beta_1} \right)^{m-1} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)' + \left(1 + \frac{m}{\beta_1} \right) \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)' + \left(\frac{c_1}{\beta_1} \right)^{m-1} \times \left[\frac{m}{m \beta_1} \left(\frac{c_1}{\beta_1} \right)^{m-1} + \frac{1}{\beta_1} \right] \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)' = 0 \quad (5-221)$$

$$\left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)' = - \frac{c_1 Q_1}{(c_1 W_1 - Q_1)^2} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)' = \frac{c_1 Q_1}{c_1 W_1 - Q_1} \times \left(1 + \frac{m}{\beta_1} \right) \frac{Q_1}{(c_1 W_1 - Q_1)^2} = \frac{Q_1}{(c_1 W_1 - Q_1)^2} \times \left(\frac{m}{\beta_1} \left(\frac{c_1}{\beta_1} \right)^{m-1} + \frac{1}{\beta_1} \right) \left(\frac{c_1}{\beta_1} \right)^m \quad (5-222)$$

Производная от F по c_1 после преобразований имеет вид

$$c_1' = m c_1^{m-1} = \frac{\beta_1 c_1}{\beta_1 c_1} \quad (5-223)$$

Исключаем отношение скоростей из уравнения (5-222) используя (5-223)

$$\frac{(c_1 W_1 - Q_1)^2}{c_1 W_1 - Q_1} = \frac{Q_1}{\beta_1} \left(\frac{c_1}{\beta_1} \right)^{m-1} \left(\frac{\beta_1}{c_1} \right)^{m-1} \quad (5-224)$$

Из этого равенства выразим $\frac{c_1}{\beta_1}$ через W_1 , введя обозначение

$$B_{11} = \left(\frac{\beta_1}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{m-1}} \left(\frac{\beta_1}{c_1} \right)^{\frac{m}{m-1}} \quad (5-225)$$

Тогда

$$c_1 W_1 - Q_1 = (c_1 W_1 - Q_1) B_{11} \sqrt{\frac{Q_1}{c_1}}$$

и

$$W = c_1 W_1 B_{11} \sqrt{\frac{Q_1}{c_1}} - B_{11} \sqrt{\frac{Q_1}{c_1}} \quad (5-226)$$

При $i=1$ это равенство становится тождеством, так как $B_{11} = \dots$. Просуммировав все B_{ii} от единицы до n , получим

$$W = \sum_{i=1}^n B_{ii} \sqrt{\frac{Q_i}{c_i}} = \sum_{i=1}^n B_{ii} \sqrt{\frac{Q_i}{c_i}} = \sum_{i=1}^n B_{ii} \sqrt{\frac{Q_i}{c_i}}$$

Отсюда определяем W_1 :

$$W_1 = \frac{V Q_1}{\tau_1} \left[\sqrt{\zeta} + \frac{W - \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\tau_i}}{\sum_{i=1}^n B_{1i} \sqrt{Q_i}} \right] \quad (5-227)$$

В этом уравнении справа стоят известные величины. По формуле (5-226) найдем все остальные значения W_i ($i = 2, 3, \dots, n$). Для определения скоростей c_i подставим значение c_1 из формулы (5-223) в формулу (5-212)

$$P = \beta_1 c_1^{\alpha_1} \sum_{i=1}^n \frac{B_{1i}^2}{\Delta T_i} \quad (5-228)$$

Из равенств (5-26) и (5-226) определим $\frac{1}{\Delta T_i}$, обозначив

$$\Gamma_{1i} = \theta_1 - \theta_i$$

и опуская преобразования

$$\frac{1}{\Delta T_i} = \frac{b}{\Delta t} + \frac{c}{\tau_i} \left[1 + \frac{1}{B_{1i}} \sqrt{\frac{Q_i}{W_1}} \right] \quad (5-229)$$

Из выражения (5-227) получим

$$\frac{W_1 W_1 - Q_1}{1 - Q_1} = \frac{W - \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\tau_i}}{\sum_{i=1}^n B_{1i} \sqrt{\frac{Q_i}{W_1}}}$$

Подставим это выражение в уравнение (5-229)

$$\frac{1}{\Delta T_i} = \frac{b}{\Delta t} + \frac{c}{\tau_i} \left[1 + \frac{1 - Q_1 \sum_{i=1}^n \frac{B_{1i}}{\tau_i} \sqrt{\frac{Q_i}{W_1}}}{B_{1i} \left(W - \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\tau_i} \right)} \right] \quad (5-230)$$

и в уравнение (5-231)

$$P = \beta_1 c_1^{\alpha_1} \left[b \sum_{i=1}^n \frac{B_{1i}^2}{\Delta t} + c \sum_{i=1}^n \frac{B_{1i}^2}{\tau_i} + \frac{c}{W} \left(\sum_{i=1}^n \frac{B_{1i} \sqrt{Q_i}}{\tau_i} \right)^2 \right] \quad (5-231)$$

В этой формуле не известна только c_1 - скорость воздуха в первом холодильнике. Обозначим

$$A = b \sum_{i=1}^n \frac{B_{1i}^2}{\Delta t} + c \sum_{i=1}^n \frac{B_{1i}^2}{\tau_i} + \frac{c \left(\sum_{i=1}^n \frac{B_{1i} \sqrt{Q_i}}{\tau_i} \right)^2}{W \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\tau_i}}$$

тогда

$$P = \beta_1 c_1^{\alpha_1} E \quad (5-231)$$

$$1 = \frac{P}{\beta_1 E} \quad (5-232)$$

Найдя c_1 по формуле (5-223) найдем остальные c_i ($i = 2, 3, \dots, n$).

Значения W_i и c_i ($i = 1, 2, \dots, n$) определяют минимальную величину F - суммарную поверхность всех холодильников при подводе воды по схеме, представленной на рис. 126, а

Из формул (5-13), (5-223) и (5-230) получим F

$$F = \frac{\beta_1}{\rho} \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{c_i} F^{\alpha_i + \alpha_0} \quad (5-233)$$

Напомним значения коэффициентов b , c и α , входящих в выражение для τ_i , L и ΔT_i

$$\alpha = 1,2 \quad b = 0,08 \quad c = 2,0$$

Преобразуем выражение (5-226) для B_{1i} , используя формулы (5-201) и (5-205) для b_i и формулу (5-210) для β_1 . Необходимые параметры определены по диаграмме (см. рис. 123). Из уравнений (5-21) и (5-215) получим

$$\theta_i = \frac{Q_i}{F_{1i}} \left[\frac{a_i^{0,2} T_i^{0,6}}{\alpha_0 \left(\frac{1}{g} P_{1i} \right)^{0,6}} \right]^{\frac{1}{\alpha_1}} \quad (5-234)$$

Тогда

$$B_{1i} = \frac{T_{1i} - T_{1i}^0}{T_{1i} - T_{1i}^0} \frac{T_i}{T_i} \frac{c_{1i}}{c_{1i}} \frac{\rho_{1i}}{\rho_{1i}} \frac{\pi}{\pi + \pi_0} \quad (5-235)$$

Принимая

$$\left(\frac{\xi_0 + \xi_i}{\xi_0 + \xi_0} \frac{d_i}{d_i} \frac{Re_i^{0,25}}{Re_i^{0,25}} \right)^{\frac{m}{(m+1) \cdot 25}}$$

где $j = 1, 2, \dots, n_1$ совпадает с формулой (5-216)

$$\Delta T_{1j} = T_{1j} - \theta_1$$

Для второй группы холодильников значение ΔT_{2j} определяем по формуле (5-200)

$$\Delta T_{2j} = \frac{b}{\tau_{12}} + \frac{c}{\tau_{12} (\theta_{12} - \theta_{11})} = T_{12} - \theta_{12} - \tau_{12} (\theta_{12} - \theta_{11})$$

Но здесь в первом слагаемом имеется величина θ_{12} , которая зависит от W_1 . Это же слагаемое $\theta_{12} = \theta_{21}$ имеется и в выражении (5-200) для τ_{12}

$$\tau_{12} = T_{12} - \theta_{12} + a(T_{12} - \theta_{12})$$

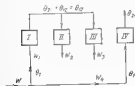


Рис. 127. Схема коммуникаций холодильника ITU



Рис. 128. Схема коммуникаций холодильника IT2

Значение θ_{12} из формулы (5-239) подставим в выражение для ΔT_{2j} с учетом равенства

$$\theta_{21} = \theta_{12} = \frac{Q_1}{W_1}$$

$$\Delta T_{2j} = \frac{b}{\tau_{12} - \theta_{12}} + \frac{c}{\tau_{12} - \theta_{12} + a(T_{12} - \theta_{12})} = T_{12} - \theta_{12} - \tau_{12} (\theta_{12} - \theta_{11}) + a(T_{12} - \theta_{12} - \tau_{12} (\theta_{12} - \theta_{11}))$$

Введем обозначения

$$T_{12} - \theta_{12} = f_2, \text{ или в общем виде } T_{1j} - \theta_{1j} = f_j$$

$$a(T_{12} - \theta_{12} - \tau_{12} (\theta_{12} - \theta_{11})) = \tau_{12}$$

или

$$a(T_{12} - \theta_{12}) + (T_{12} - \theta_{12}) = \tau_{12} \quad (5-240)$$

примем значение τ_{12} отличающегося от τ_{11} (см. формулу (5-200))

Тогда в общем случае для i -го холодильника второй группы получим (для $i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_2$)

$$\Delta T_{2i} = \frac{b}{\tau_{12}} + \frac{c}{\tau_{12} (\theta_{12} - \theta_{11})} = T_{12} - \theta_{12} - \tau_{12} (\theta_{12} - \theta_{11}) + a(T_{12} - \theta_{12} - \tau_{12} (\theta_{12} - \theta_{11})) \quad (5-241)$$

где n_2 — число холодильников второй группы (на рис. 128 $n_2 = 4$ и $n_1 = 3$)

Формула (5-241) уже не совпадает с формулой (5-2,6). Для дальнейшего расчета будем привносить к схеме, представленной на рис. 127. Выпишем все температурные напоры, отбросив двойную индексацию у ΔT

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= T_{11} - \theta_{11} = \tau_{11} I_1 - Q_1 \\ \Delta T_2 &= T_{12} - \theta_{12} = \tau_{12} (W_1 - W_2) - Q_1 \\ \Delta T_3 &= T_{21} - \theta_{21} = \tau_{21} (W_1 - W_2) - Q_1 \\ \Delta T_4 &= T_{22} - \theta_{22} = \tau_{22} (W_1 - W_2) - Q_2 \\ \Delta T_5 &= T_{23} - \theta_{23} = \tau_{23} (W_1 - W_2) - Q_2 \\ \Delta T_6 &= T_{24} - \theta_{24} = \tau_{24} (W_1 - W_2) - Q_2 \end{aligned} \quad (5-242)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta T_{11} &= T_{11} - \theta_{11} = \tau_{11} I_1 - Q_1 \\ \Delta T_{12} &= T_{12} - \theta_{12} = \tau_{12} (W_1 - W_2) - Q_1 \\ \Delta T_{21} &= T_{21} - \theta_{21} = \tau_{21} (W_1 - W_2) - Q_1 \\ \Delta T_{22} &= T_{22} - \theta_{22} = \tau_{22} (W_1 - W_2) - Q_2 \\ \Delta T_{23} &= T_{23} - \theta_{23} = \tau_{23} (W_1 - W_2) - Q_2 \\ \Delta T_{24} &= T_{24} - \theta_{24} = \tau_{24} (W_1 - W_2) - Q_2 \end{aligned}$$

Величины ΔT_i , как видно из равенств (5-242), зависят от W_1 и W_2 , причем ΔT_1 и ΔT_2 — только от величины W_1

Формула (5-2,8) действительна и в этом случае, если при определении ΔT_i использовать равенство (5-242)

$$c_i^{(n)} = \frac{\Delta T_i}{\theta_{1i}} \left(P - \sum_{j=1}^n \frac{P_j c_j^{(n)}}{\Delta T_j} \right)$$

И, решив для удобства формулу (5-2,3) в виде

$$F = \sum_{j=1}^n \frac{\theta_{1j}}{\Delta T_j c_j^{(n)}}$$

Значение скорости c_i подсчитывается по формуле (5-2,6). Таким образом, имеем всего пять независимых переменных

Дифференцируем равенство (5-2,3) пять раз по этим независимым переменным и приравняем полученные производные нулю. Решение полученной системы пяти уравнений с пятью неизвестными представляет собой решение поставленной задачи. Подчерк-

нем, что все величины ΔT_i не зависят от скорости. Поэтому производные от F по скоростям c_1, c_2 и c_3 дадут предельный результат — см. формулу (5-223)

$$\frac{c_i}{c_1} \left(\frac{1}{c_i} \right)^{m_i+m} = \beta_i \frac{b_i}{c_1}.$$

Вследствие этого необходимо определить лишь производные от F по W_1 и W_2 . Перепишем формулу (5-213) в развернутом виде

$$F = \frac{b_1}{c_1^m} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)^{m_1+m} + \frac{b_2}{c_2^m} \left(\frac{1}{\Delta T_2} \right)^{m_2+m} + \frac{b_3}{c_3^m} \left(\frac{1}{\Delta T_3} \right)^{m_3+m}.$$

В правой части от W_1 зависят все четыре слагаемых, а от W_2 три (кроме второго).

Производная по W_1 от F

$$\frac{\partial F}{\partial W_1} = b_1 \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)^{m_1+m} \frac{c_1^{m_1+m}}{c_1^{2m_1}} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)' + \frac{b_2}{c_2^m} \left(\frac{1}{\Delta T_2} \right)^{m_2+m} \left(\frac{1}{\Delta T_2} \right)'_{W_1} +$$

$$+ \frac{b_3}{c_3^m} \left(\frac{1}{\Delta T_3} \right)^{m_3+m} \left(\frac{1}{\Delta T_3} \right)'_{W_1}.$$

Из формулы (5-2,8) найдем $(c_1)'_{W_1}$

$$m_1 c_1^{m_1-1} (c_1)'_{W_1} = \frac{(\Delta T_1)'_{W_1}}{\beta_1} \frac{c_1^{m_1} \beta_1}{\Delta T_1},$$

$$\frac{\Delta T_1}{\beta_1} \frac{1}{c_1^{m_1}} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'_{W_1} =$$

так как

$$\Delta T_1 W_1 = \Delta T_1^2 \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'_{W_1}.$$

то

$$(c_1)'_{W_1} = -\Delta T_1 \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'_{W_1} \frac{c_1}{m_1} = -\frac{\Delta T_1}{\beta_1 m_1 c_1^{m_1-1}} \frac{1}{\Delta T_1} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'_{W_1}.$$

Подставим это равенство в выражение для $\frac{\partial F}{\partial W_1}$

$$\frac{\partial F}{\partial W_1} = 1 + \frac{m_1}{m_0} \frac{b_1}{c_1^m} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'_{W_1} +$$

$$+ \frac{1}{m_0} \left[\frac{m_1}{m_2} \frac{b_1}{c_1} \frac{\beta_1}{c_2} \frac{c_1}{c_1} \frac{m_1+m_2}{c_1} + 1 \right] \frac{b_1}{c_1^m} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'_{W_1}.$$

или с учетом равенства (5-223)

$$\frac{\partial F}{\partial W_1} = 1 + \frac{m_1}{m_0} \left[\frac{\Delta T_1}{c_1^m} \frac{b_1}{c_1^{m_1}} + \sum_{i=2}^3 \frac{b_i}{c_i^m} \left(\frac{1}{\Delta T_i} \right)'_{W_1} \right].$$

Из равенства (5-242), взяв частную производную по W_1 от ΔT_1 , найдем

$$\left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'_{W_1} = \frac{c Q_1}{(c_1 W_1 - Q_1)^2} \quad (5-241')$$

Из двух последних равенств после преобразований окончательно получим, положив $\frac{\partial F}{\partial W_1} = 0$

$$\frac{c Q_1}{(c_1 W_1 - Q_1)^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{b_1}{c_1} \right)^{m_1+m} \left(\frac{1}{\beta_1} \right)^{m_1+m} \left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'_{W_1} \quad (5-243)$$

или, используя формулу (5-225)

$$\frac{c Q_1}{(c_1 W_1 - Q_1)^2} = \sum_{i=2}^3 B_{1i}^2 \left(\frac{1}{\Delta T_i} \right)'_{W_1}. \quad (5-243')$$

Таков результат дифференцирования F по W_1 . Если учесть, что $B_{11} = 1$, то формулу (5-243) можно переписать с учетом равенства (5-242')

$$\sum_{i=1}^3 B_{1i}^2 \left(\frac{1}{\Delta T_i} \right)'_{W_1} = 0 \quad (5-243'')$$

Здесь суммирование идет уже от единицы. Переходим к определению производной от F по W_2 . Сначала найдем производную $\frac{\partial c_1}{\partial W_2} = (c_1)'_{W_2}$, пользуясь формулой (5-218)

$$m_1 c_1^{m_1-1} (c_1)'_{W_2} = -\frac{\Delta T_1}{\beta_1} \left[\beta_1 c_2^m \left(\frac{1}{\Delta T_2} \right)'_{W_2} + \beta_2 c_3^m \left(\frac{1}{\Delta T_3} \right)'_{W_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\Delta T_1}{\beta_1} \sum_{i=2}^3 \beta_i c_i^m \left(\frac{1}{\Delta T_i} \right)'_{W_2} \right].$$

Производная от F по W_2

$$\frac{\partial F}{\partial W_2} = \frac{b_1}{\Delta T_1} \frac{m_1 (c_1)'_{W_2}}{c_1^{m_1+1}} + \sum_{i=2}^3 \frac{b_i}{c_i^m} \left(\frac{1}{\Delta T_i} \right)'_{W_2} =$$

$$= \frac{b_1}{m_0 c_1^{m_1+m_1+1} \beta_1} \sum_{i=2}^3 \beta_i c_i^m \left(\frac{1}{\Delta T_i} \right)'_{W_2} + \sum_{i=2}^3 \frac{b_i}{c_i^m} \left(\frac{1}{\Delta T_i} \right)'_{W_2}.$$

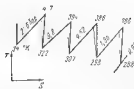


Рис. 29 Процесс сжатия и охлаждения воздуха в Т-S диаграмме (к примеру расчета)

По формулам (5-245), (5-244) и (5-243') можно определить W_1 и W_2 , но решение получается достаточно громоздким. Раньше по формулам (5-227) и (5-229) можно было сразу получить все значения W_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Теперь в этом распоряжении имеется уравнение (5-243'), а также уравнения (5-245) и (5-244') с двумя неизвестными W_1 и W_2 , которые решаются, как обычно, методом подбора заданного значения W_1 , по формуле (5-244) находим значение W_2 , по ним подсчитываем по равенствам (5-245) все производные и подставляем их в уравнение (5-243'). Если оно не удовлетворяется, то задаем другим значением W_1 . В результате строим кривую

$$\sum_1^4 B_{1i}^2 \left(\frac{1}{\Delta T_i} \right)'_{W_1} = y = y(W_1) \quad (5-246)$$

При $y = 0$ имеем решение системы уравнений (5-243') и (5-244'). Найдя W_1 и W_2 по формулам (5-242), определим все ΔT_i ($i = 1, 2, 3, 4$), а по формуле (5-229) находим скорость c_i

$$c_i^* = \frac{\rho}{\beta_i} \sum_1^4 \frac{B_{1i}^2}{\Delta T_i}$$

Наконец, по формуле (5-223) находим все скорости c_i ($i = 2, 3, 4$). Однако получить решение в явном виде, как было сделано для схемы, данной на рис. 126, а и 126, б, нельзя. При решении конкретной задачи все уравнения упрощаются.

Рассмотрим пример. На рис. 129 дана Т-S-диаграмма процесса сжатия в схеме с четырьмя холодильниками. Расход воздуха $G = 460$ кг/сек, что соответствует мощности ГТУ 200 Мвт. Паровая турбина ПТВ-200 ДМЗ такой же мощности имеет расход циркуляционного воды 6950 кг/сек. Мы примем для ГТУ расход воды во всех холодильниках как в семь раз меньший, т. е. $W = 1000$ кг/сек, зададим $\theta_1 = 285^\circ \text{К}$ (в ПТВ-200 эта температура составляет 285°К).

По графику (см. рис. 125) подбираем коэффициенты k_{21} и k_{12} для того типа обрешетки, которое использовано при ее построении: $\tau = 0,005$ м, $b = 0,005$ м, $\delta_1 = 0,001$ м, $\delta_2 = 0,001$ м, $\lambda_1 = 300$ ккал/м·ч·град = 343 Вт/м·град, $\lambda_2 = 100$ ккал/м·ч·град = 116 Вт/м·ч·град (см. рис. 124).

Получим $k_{21} = 0,596$ Вт/м²·град, $k_{12} = 0,74$.

Схема включения холодильника показана на рис. 127, расположение и размер трубок — на рис. 130. Шаг листов $2\delta = 0,003$ м. Трубки имеют

перед сжатием диаметр 20 мм и толщину стенки 1 мм. Материал трубок — латунь Л-68. Результаты расчетов сведены в табл. 31*. Значения температур и давлений даны на рис. 128. Число Re в этой таблице задано для постоянной скорости $c_1 = 20$ м/сек. Значения W_1 и W_2 находим по уравнению (5-244), которое в данном случае имеет вид

$$W_2 = \frac{W_1 - 120}{1,76 - W_1} \quad (5-247)$$

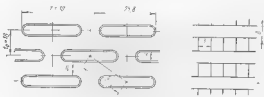


Рис. 130 Конструктивная схема обрешетки холодильника (к примеру расчета)

В табл. 32 приведены значения производных записанных уравнений при различных значениях W_1 .

Порядок расчета остается прежним. Прикинем произвольное значение $W_1 = 900$ кг/сек. По формулам (5-247) найдем $W_2 = 505$ кг/сек. По этим двум значениям подсчитываем все производные ΔT_i по формуле (5-246). Имеем значения коэффициентов B_{1i}^2 (см. табл. 3), по формуле (5-246) определяем $y = 38 \cdot 10^{-6}$.

При $W_1 = 800$ кг/сек $y = 18,5 \cdot 10^{-6}$. Отсюда видно, что искомое значение W_1 лежит в интервале 800—900 кг/сек. Проведем значение $W_1 = 840$ кг/сек и получим $y = -8,23 \cdot 10^{-6}$.

По этой таблице значений $y = f(W_1)$ строим кривую. Точка пересечения с осью $y = 0$ дает значение $W_1 = 879$ кг/сек. Тогда $W_2 = 484$ кг/сек. Таким образом, система уравнений (5-244') и (5-244) решена. Определим значения W_1 и W_2 в последовательности, W_2 и W_1 .

$$W_2 = W_1 - W_2 = 1000 - 321 = 679 \text{ кг/сек}$$

* Далее не будем брать во внимание значение W_1 более точное, $W_1 = 879,10$ и $W_2 = 484,90$. Однако это не является существенным образом для точности расчета, так как обусловлено тем, что максимальная погрешность при вычислении площади F_1 не превышает 3%.

Затем по формулам 5-242) подсчитываем значения ΔT_1 для каждого холодильника и результаты приводим в табл. 31. Зная ΔT_1 и задавая величину

$$P = \text{числ} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_i = 4520 \text{ Дж кг}$$

по формуле (5-223) находим c_1

$$c_1 = c_2 = \frac{4520}{\sum_{i=1}^n \frac{\Delta T_1}{\Delta T_1}} = 62 \text{ мкс}$$

Отсюда $c_1 = 22,2 \text{ мкс}$

Скорости в остальных холодильниках находим по формуле (5-223), зная все ΔT_1 и ΔT_2

Как видно из табл. 31, скорость воздуха c_2 все время падает и в IV холодильнике составляет всего 0,7 м/сек. За счет этого изменяется вес числа R_2 , что влияет на собой изменение ΔT_2 для каждого из холодильников, и ΔT_2 не является постоянным. Определим все значения c_2 по известным ΔT_1 и ΔT_2 по формуле (5-223) $c_2 = \frac{4520}{\sum_{i=1}^n \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$. Считая, что для каждого из холодильников, $\Delta T_2 = 1560 \text{ м}^2$ в том числе поверхности трубок 2440 м², а медных листов — 9130 м², считая две стороны. Таким образом, суммарный вес всей поверхности составляет удельная плотность металла в среднем принята 8300 кг/м³

трубок $2440 \cdot 0,001 \cdot 8300 = 20200 \text{ кг}$

листов $9,130 \cdot 0,5 \cdot 0,004 \cdot 8300 = 3900 \text{ кг}$

Итого, 24000 кг

Полученные результаты интересно сравнить с соответствующими параметрами установки ПВК-200, у которой поверхность двух конденсаторов составляет 9000 м² регенеративных подогревателей — 2630 м², что в сумме составляет 11,630 м². Общий вес поверхности, составляющей из трубок равен 97 000 кг, т. е. в четыре раза больше, чем вес всей поверхности холодильников ГТУ 200-750

Если мы увеличим расход воды до 1400 м³/сек (т. е. примем его в 5 раз меньшим, чем у ПВК-200), то придется вновь решать систему уравнений (5-243') (5-244'). Очевидно решение теперь, потребуются меньше времени, так как все производные $\left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)'$, (см. табл. 33) не изменятся, кроме

$$\left(\frac{1}{\Delta T_1} \right)' = \frac{0,425}{(1360 - W_1)^2}$$

В табл. 33 даны результаты подсчетов. Эта таблица является продолжением табл. 31.

При $W = 400 \text{ м}^3/\text{сек}$ $\sum F = 10040 \text{ м}^2$ вместо 11 560 м² при $W = 1000 \text{ м}^3/\text{сек}$. Сравнен и вариант тов необходимо проводить на ос-

нове технико-экономического анализа. При этом необходимо учитывать уменьшение $\sum F$ примерно на 1500 м², что соответствует снижению затрат цветного металла примерно на 3 м, увеличение мощности циркуляционных насосов холодильников, удорожание всех водопроводов

Рассмотрим теперь схему, представленную на рис. 126. б, изменив ее так, что в первой группе холодильников остается лишь один первый (см. схему на рис. 131). Результаты расчета этой схемы сведены в табл. 34, 35, причем значимая величина, остающиеся неизменными и приведенные ранее в табл. 31, в табл. 34 опущены.

Таблица 31

№ Холодильника	W_1 м ³ /сек	ΔT_1 град	c_1 м/сек	R_1 м ²	$\sum F$ м ²
I	2,0	35,5	23,60	4300	—
II	1,1	1,1	2,2	1,1	0,040
III	530	63,7	14,45	15,0	—
IV	190	70,0	11,40	980	—

Таблица 34

i		D ₃₄		E ₂₇		Q		V ₁		Δ ₁		Δ ₂		Δ ₃		Δ ₄		Δ ₅		Δ ₆		Δ ₇		Δ ₈		Δ ₉		Δ ₁₀		Δ ₁₁		Δ ₁₂		Δ ₁₃		Δ ₁₄		Δ ₁₅		Δ ₁₆		Δ ₁₇		Δ ₁₈		Δ ₁₉		Δ ₂₀		Δ ₂₁		Δ ₂₂		Δ ₂₃		Δ ₂₄		Δ ₂₅		Δ ₂₆		Δ ₂₇		Δ ₂₈		Δ ₂₉		Δ ₃₀		Δ ₃₁		Δ ₃₂		Δ ₃₃		Δ ₃₄		Δ ₃₅		Δ ₃₆		Δ ₃₇		Δ ₃₈		Δ ₃₉		Δ ₄₀		Δ ₄₁		Δ ₄₂		Δ ₄₃		Δ ₄₄		Δ ₄₅		Δ ₄₆		Δ ₄₇		Δ ₄₈		Δ ₄₉		Δ ₅₀		Δ ₅₁		Δ ₅₂		Δ ₅₃		Δ ₅₄		Δ ₅₅		Δ ₅₆		Δ ₅₇		Δ ₅₈		Δ ₅₉		Δ ₆₀		Δ ₆₁		Δ ₆₂		Δ ₆₃		Δ ₆₄		Δ ₆₅		Δ ₆₆		Δ ₆₇		Δ ₆₈		Δ ₆₉		Δ ₇₀		Δ ₇₁		Δ ₇₂		Δ ₇₃		Δ ₇₄		Δ ₇₅		Δ ₇₆		Δ ₇₇		Δ ₇₈		Δ ₇₉		Δ ₈₀		Δ ₈₁		Δ ₈₂		Δ ₈₃		Δ ₈₄		Δ ₈₅		Δ ₈₆		Δ ₈₇		Δ ₈₈		Δ ₈₉		Δ ₉₀		Δ ₉₁		Δ ₉₂		Δ ₉₃		Δ ₉₄		Δ ₉₅		Δ ₉₆		Δ ₉₇		Δ ₉₈		Δ ₉₉		Δ ₁₀₀		Δ ₁₀₁		Δ ₁₀₂		Δ ₁₀₃		Δ ₁₀₄		Δ ₁₀₅		Δ ₁₀₆		Δ ₁₀₇		Δ ₁₀₈		Δ ₁₀₉		Δ ₁₁₀		Δ ₁₁₁		Δ ₁₁₂		Δ ₁₁₃		Δ ₁₁₄		Δ ₁₁₅		Δ ₁₁₆		Δ ₁₁₇		Δ ₁₁₈		Δ ₁₁₉		Δ ₁₂₀		Δ ₁₂₁		Δ ₁₂₂		Δ ₁₂₃		Δ ₁₂₄		Δ ₁₂₅		Δ ₁₂₆		Δ ₁₂₇		Δ ₁₂₈		Δ ₁₂₉		Δ ₁₃₀		Δ ₁₃₁		Δ ₁₃₂		Δ ₁₃₃		Δ ₁₃₄		Δ ₁₃₅		Δ ₁₃₆		Δ ₁₃₇		Δ ₁₃₈		Δ ₁₃₉		Δ ₁₄₀		Δ ₁₄₁		Δ ₁₄₂		Δ ₁₄₃		Δ ₁₄₄		Δ ₁₄₅		Δ ₁₄₆		Δ ₁₄₇		Δ ₁₄₈		Δ ₁₄₉		Δ ₁₅₀		Δ ₁₅₁		Δ ₁₅₂		Δ ₁₅₃		Δ ₁₅₄		Δ ₁₅₅		Δ ₁₅₆		Δ ₁₅₇		Δ ₁₅₈		Δ ₁₅₉		Δ ₁₆₀		Δ ₁₆₁		Δ ₁₆₂		Δ ₁₆₃		Δ ₁₆₄		Δ ₁₆₅		Δ ₁₆₆		Δ ₁₆₇		Δ ₁₆₈		Δ ₁₆₉		Δ ₁₇₀		Δ ₁₇₁		Δ ₁₇₂		Δ ₁₇₃		Δ ₁₇₄		Δ ₁₇₅		Δ ₁₇₆		Δ ₁₇₇		Δ ₁₇₈		Δ ₁₇₉		Δ ₁₈₀		Δ ₁₈₁		Δ ₁₈₂		Δ ₁₈₃		Δ ₁₈₄		Δ ₁₈₅		Δ ₁₈₆		Δ ₁₈₇		Δ ₁₈₈		Δ ₁₈₉		Δ ₁₉₀		Δ ₁₉₁		Δ ₁₉₂		Δ ₁₉₃		Δ ₁₉₄		Δ ₁₉₅		Δ ₁₉₆		Δ ₁₉₇		Δ ₁₉₈		Δ ₁₉₉		Δ ₂₀₀		Δ ₂₀₁		Δ ₂₀₂		Δ ₂₀₃		Δ ₂₀₄		Δ ₂₀₅		Δ ₂₀₆		Δ ₂₀₇		Δ ₂₀₈		Δ ₂₀₉		Δ ₂₁₀		Δ ₂₁₁		Δ ₂₁₂		Δ ₂₁₃		Δ ₂₁₄		Δ ₂₁₅		Δ ₂₁₆		Δ ₂₁₇		Δ ₂₁₈		Δ ₂₁₉		Δ ₂₂₀		Δ ₂₂₁		Δ ₂₂₂		Δ ₂₂₃		Δ ₂₂₄		Δ ₂₂₅		Δ ₂₂₆		Δ ₂₂₇		Δ ₂₂₈		Δ ₂₂₉		Δ ₂₃₀		Δ ₂₃₁		Δ ₂₃₂		Δ ₂₃₃		Δ ₂₃₄		Δ ₂₃₅		Δ ₂₃₆		Δ ₂₃₇		Δ ₂₃₈		Δ ₂₃₉		Δ ₂₄₀		Δ ₂₄₁		Δ ₂₄₂		Δ ₂₄₃		Δ ₂₄₄		Δ ₂₄₅		Δ ₂₄₆		Δ ₂₄₇		Δ ₂₄₈		Δ ₂₄₉		Δ ₂₅₀		Δ ₂₅₁		Δ ₂₅₂		Δ ₂₅₃		Δ ₂₅₄		Δ ₂₅₅		Δ ₂₅₆		Δ ₂₅₇		Δ ₂₅₈		Δ ₂₅₉		Δ ₂₆₀		Δ ₂₆₁		Δ ₂₆₂		Δ ₂₆₃		Δ ₂₆₄		Δ ₂₆₅		Δ ₂₆₆		Δ ₂₆₇		Δ ₂₆₈		Δ ₂₆₉		Δ ₂₇₀		Δ ₂₇₁		Δ ₂₇₂		Δ ₂₇₃		Δ ₂₇₄		Δ ₂₇₅		Δ ₂₇₆		Δ ₂₇₇		Δ ₂₇₈		Δ ₂₇₉		Δ ₂₈₀		Δ ₂₈₁		Δ ₂₈₂		Δ ₂₈₃		Δ ₂₈₄		Δ ₂₈₅		Δ ₂₈₆		Δ ₂₈₇		Δ ₂₈₈		Δ ₂₈₉		Δ ₂₉₀		Δ ₂₉₁		Δ ₂₉₂		Δ ₂₉₃		Δ ₂₉₄		Δ ₂₉₅		Δ ₂₉₆		Δ ₂₉₇		Δ ₂₉₈		Δ ₂₉₉		Δ ₃₀₀		Δ ₃₀₁		Δ ₃₀₂		Δ ₃₀₃		Δ ₃₀₄		Δ ₃₀₅		Δ ₃₀₆		Δ ₃₀₇		Δ ₃₀₈		Δ ₃₀₉		Δ ₃₁₀		Δ ₃₁₁		Δ ₃₁₂		Δ ₃₁₃		Δ ₃₁₄		Δ ₃₁₅		Δ ₃₁₆		Δ ₃₁₇		Δ ₃₁₈		Δ ₃₁₉		Δ ₃₂₀		Δ ₃₂₁		Δ ₃₂₂		Δ ₃₂₃		Δ ₃₂₄		Δ ₃₂₅		Δ ₃₂₆		Δ ₃₂₇		Δ ₃₂₈		Δ ₃₂₉		Δ ₃₃₀		Δ ₃₃₁		Δ ₃₃₂		Δ ₃₃₃		Δ ₃₃₄		Δ ₃₃₅		Δ ₃₃₆		Δ ₃₃₇		Δ ₃₃₈		Δ ₃₃₉		Δ ₃₄₀		Δ ₃₄₁		Δ ₃₄₂		Δ ₃₄₃		Δ ₃₄₄		Δ ₃₄₅		Δ ₃₄₆		Δ ₃₄₇		Δ ₃₄₈		Δ ₃₄₉		Δ ₃₅₀		Δ ₃₅₁		Δ ₃₅₂		Δ ₃₅₃		Δ ₃₅₄		Δ ₃₅₅		Δ ₃₅₆		Δ ₃₅₇		Δ ₃₅₈		Δ ₃₅₉		Δ ₃₆₀		Δ ₃₆₁		Δ ₃₆₂		Δ ₃₆₃		Δ ₃₆₄		Δ ₃₆₅		Δ ₃₆₆		Δ ₃₆₇		Δ ₃₆₈		Δ ₃₆₉		Δ ₃₇₀		Δ ₃₇₁		Δ ₃₇₂		Δ ₃₇₃		Δ ₃₇₄		Δ ₃₇₅		Δ ₃₇₆		Δ ₃₇₇		Δ ₃₇₈		Δ ₃₇₉		Δ ₃₈₀		Δ ₃₈₁		Δ ₃₈₂		Δ ₃₈₃		Δ ₃₈₄		Δ ₃₈₅		Δ ₃₈₆		Δ ₃₈₇		Δ ₃₈₈		Δ ₃₈₉		Δ ₃₉₀		Δ ₃₉₁		Δ ₃₉₂		Δ ₃₉₃		Δ ₃₉₄		Δ ₃₉₅		Δ ₃₉₆		Δ ₃₉₇		Δ ₃₉₈		Δ ₃₉₉		Δ ₄₀₀		Δ ₄₀₁		Δ ₄₀₂		Δ ₄₀₃		Δ ₄₀₄		Δ ₄₀₅		Δ ₄₀₆		Δ ₄₀₇		Δ ₄₀₈		Δ ₄₀₉		Δ ₄₁₀		Δ ₄₁₁		Δ ₄₁₂		Δ ₄₁₃		Δ ₄₁₄		Δ ₄₁₅		Δ ₄₁₆		Δ ₄₁₇		Δ ₄₁₈		Δ ₄₁₉		Δ ₄₂₀		Δ ₄₂₁		Δ ₄₂₂		Δ ₄₂₃		Δ ₄₂₄		Δ ₄₂₅		Δ ₄₂₆		Δ ₄₂₇		Δ ₄₂₈		Δ ₄₂₉		Δ ₄₃₀		Δ ₄₃₁		Δ ₄₃₂		Δ ₄₃₃		Δ ₄₃₄		Δ ₄₃₅		Δ ₄₃₆		Δ ₄₃₇		Δ ₄₃₈		Δ ₄₃₉		Δ ₄₄₀		Δ ₄₄₁		Δ ₄₄₂		Δ ₄₄₃		Δ ₄₄₄		Δ ₄₄₅		Δ ₄₄₆		Δ ₄₄₇		Δ ₄₄₈		Δ ₄₄₉		Δ ₄₅₀		Δ ₄₅₁		Δ ₄₅₂		Δ ₄₅₃		Δ ₄₅₄		Δ ₄₅₅		Δ ₄₅₆		Δ ₄₅₇		Δ ₄₅₈		Δ ₄₅₉		Δ ₄₆₀		Δ ₄₆₁		Δ ₄₆₂		Δ ₄₆₃		Δ ₄₆₄		Δ ₄₆₅		Δ ₄₆₆		Δ ₄₆₇		Δ ₄₆₈		Δ ₄₆₉		Δ ₄₇₀		Δ ₄₇₁		Δ ₄₇₂		Δ ₄₇₃		Δ ₄₇₄		Δ ₄₇₅		Δ ₄₇₆		Δ ₄₇₇		Δ ₄₇₈		Δ ₄₇₉		Δ ₄₈₀		Δ ₄₈₁		Δ ₄₈₂		Δ ₄₈₃		Δ ₄₈₄		Δ ₄₈₅		Δ ₄₈₆		Δ ₄₈₇		Δ ₄₈₈		Δ ₄₈₉		Δ ₄₉₀		Δ ₄₉₁		Δ ₄₉₂		Δ ₄₉₃		Δ ₄₉₄		Δ ₄₉₅		Δ ₄₉₆		Δ ₄₉₇		Δ ₄₉₈		Δ ₄₉₉		Δ ₅₀₀		Δ ₅₀₁		Δ ₅₀₂		Δ ₅₀₃		Δ ₅₀₄		Δ ₅₀₅		Δ ₅₀₆		Δ ₅₀₇		Δ ₅₀₈		Δ ₅₀₉		Δ ₅₁₀		Δ ₅₁₁		Δ ₅₁₂		Δ ₅₁₃		Δ ₅₁₄		Δ ₅₁₅		Δ ₅₁₆		Δ ₅₁₇		Δ ₅₁₈		Δ ₅₁₉		Δ ₅₂₀		Δ ₅₂₁		Δ ₅₂₂		Δ ₅₂₃		Δ ₅₂₄		Δ ₅₂₅		Δ ₅₂₆		Δ ₅₂₇		Δ ₅₂₈		Δ ₅₂₉		Δ ₅₃₀		Δ ₅₃₁		Δ ₅₃₂		Δ ₅₃₃		Δ ₅₃₄		Δ ₅₃₅		Δ ₅₃₆		Δ ₅₃₇		Δ ₅₃₈		Δ ₅₃₉		Δ ₅₄₀		Δ ₅₄₁		Δ ₅₄₂		Δ ₅₄₃		Δ ₅₄₄		Δ ₅₄₅		Δ ₅₄₆		Δ ₅₄₇		Δ ₅₄₈		Δ ₅₄₉		Δ ₅₅₀		Δ ₅₅₁		Δ ₅₅₂		Δ ₅₅₃		Δ ₅₅₄		Δ ₅₅₅		Δ ₅₅₆		Δ ₅₅₇		Δ ₅₅₈		Δ ₅₅₉		Δ ₅₆₀		Δ ₅₆₁		Δ ₅₆₂		Δ ₅₆₃		Δ ₅₆₄		Δ ₅₆₅		Δ ₅₆₆		Δ ₅₆₇		Δ ₅₆₈		Δ ₅₆₉		Δ ₅₇₀		Δ ₅₇₁		Δ ₅₇₂		Δ ₅₇₃		Δ ₅₇₄		Δ ₅₇₅		Δ ₅₇₆		Δ ₅₇₇		Δ ₅₇₈		Δ ₅₇₉		Δ ₅₈₀		Δ ₅₈₁		Δ ₅₈₂		Δ ₅₈₃		Δ ₅₈₄		Δ ₅₈₅		Δ ₅₈₆		Δ ₅₈₇		Δ ₅₈₈		Δ ₅₈₉		Δ ₅₉₀		Δ ₅₉₁		Δ ₅₉₂		Δ ₅₉₃		Δ ₅₉₄		Δ ₅₉₅		Δ ₅₉₆		Δ ₅₉₇		Δ ₅₉₈		Δ ₅₉₉		Δ ₆₀₀		Δ ₆₀₁		Δ ₆₀₂		Δ ₆₀₃		Δ ₆₀₄		Δ ₆₀₅		Δ ₆₀₆		Δ ₆₀₇		Δ ₆₀₈		Δ ₆₀₉		Δ ₆₁₀		Δ ₆₁₁		Δ ₆₁₂		Δ ₆₁₃		Δ ₆₁₄		Δ ₆₁₅		Δ ₆₁₆		Δ ₆₁₇		Δ ₆₁₈		Δ ₆₁₉		Δ ₆₂₀		Δ ₆₂₁		Δ ₆₂₂		Δ ₆₂₃		Δ ₆₂₄		Δ ₆₂₅		Δ ₆₂₆		Δ ₆₂₇		Δ ₆₂₈		Δ ₆₂₉		Δ ₆₃₀		Δ ₆₃₁		Δ ₆₃₂		Δ ₆₃₃		Δ ₆₃₄		Δ ₆₃₅		Δ ₆₃₆		Δ ₆₃₇		Δ ₆₃₈		Δ ₆₃₉		Δ ₆₄₀		Δ ₆₄₁		Δ ₆₄₂		Δ ₆₄₃		Δ ₆₄₄		Δ ₆₄₅		Δ ₆₄₆		Δ ₆₄₇		Δ ₆₄₈		Δ ₆₄₉		Δ ₆₅₀		Δ ₆₅₁		Δ ₆₅₂		Δ ₆₅₃		Δ ₆₅₄		Δ ₆₅₅		Δ ₆₅₆		Δ ₆₅₇		Δ ₆₅₈		Δ ₆₅₉		Δ ₆₆₀		Δ ₆₆₁		Δ ₆₆₂		Δ ₆₆₃		Δ ₆₆₄		Δ ₆₆₅		Δ ₆₆₆		Δ ₆₆₇		Δ ₆₆₈		Δ ₆₆₉		Δ ₆₇₀		Δ ₆₇₁		Δ ₆₇₂		Δ ₆₇₃		Δ ₆₇₄		Δ ₆₇₅		Δ ₆₇₆		Δ ₆₇₇		Δ ₆₇₈		Δ ₆₇₉		Δ ₆₈₀		Δ ₆₈₁		Δ ₆₈₂		Δ ₆₈₃		Δ ₆₈₄		Δ ₆₈₅		Δ ₆₈₆		Δ ₆₈₇		Δ ₆₈₈		Δ ₆₈₉		Δ ₆₉₀		Δ ₆₉₁		Δ ₆₉₂		Δ ₆₉₃		Δ ₆₉₄		Δ ₆₉₅		Δ ₆₉₆		Δ ₆₉₇		Δ ₆₉₈		Δ ₆₉₉		Δ ₇₀₀		Δ ₇₀₁		Δ ₇₀₂		Δ ₇₀₃		Δ ₇₀₄		Δ ₇₀₅		Δ ₇₀₆		Δ ₇₀₇		Δ ₇₀₈		Δ ₇₀₉		Δ ₇₁₀		Δ ₇₁₁		Δ ₇₁₂		Δ ₇₁₃		Δ ₇₁₄		Δ ₇₁₅		Δ ₇₁₆		Δ ₇₁₇		Δ ₇₁₈		Δ ₇₁₉		Δ ₇₂₀		Δ ₇₂₁		Δ ₇₂₂		Δ ₇₂₃		Δ ₇₂₄		Δ ₇₂₅		Δ ₇₂₆		Δ ₇₂₇		Δ ₇₂₈		Δ ₇₂₉		Δ ₇₃₀		Δ _{731</}	
---	--	-----------------	--	-----------------	--	---	--	----------------	--	----------------	--	----------------	--	----------------	--	----------------	--	----------------	--	----------------	--	----------------	--	----------------	--	----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	------------------	--	-----------------------	--

рается отличным от того значения, которое получается при выполнении условия $\Sigma F = \text{min}$.

Например, уменьшив P_2 на 20%, по сравнению со значением, приведенным в табл. 35 ($P_2 = 1835 \text{ дж/кг}$, $P_3 = 2685 \text{ дж/кг}$), и примем $P'_2 = 0,8 P_2$. Получим

$$P_1 = 1835 + 0,2 P_2 + 2370 \text{ дж/кг}$$

Из формулы (5-237) следует, что все площади F_i второй группы холодильников увеличатся в отношении $(P_2/P'_2)^{1/n}$, что для нашего случая составляет 1,063, т.е.

$$\sum_2 F_i = 6630 \cdot 1,063 = 7047 \text{ м}^2,$$

т.е. увеличатся на 417 м².

За счет этого уменьшится площадь первого холодильника F_1

$$F_1 = \frac{4460}{1,072} = 4,155 \text{ м}^2$$

В итоге суммарная площадь холодильников $\sum_1 F$ увеличится на 112 м². В этих подсчетах мы допускаем некоторую неточность, а именно: увеличение P_1 на 5,5 дж/кг соответственно увеличит тепловод в первом холодильнике Q_1 на ту же величину, уменьшатся Q_2 , Q_3 , Q_4 .

Отметим, что установки с встроенными и выносными холодильниками существенно различаются по стоимости. Кроме того, величина поверхности F_1 встроеного холодноильника лимитируется габаритами установки, если, например, холодноильник с $F_1 = 4,155 \text{ м}^2$ конструктивно можно выполнить встроеным, то холодноильник с $F_1 = 4,460 \text{ м}^2$ уже может не вписаться в габариты установки. В последнем случае необходимо переходить к выносной конструкции холодноильника, что заметно удорожает установку.

Второй способ уменьшения поверхности первого холодноильника (без увеличения работы сжатия во всех компрессорах) состоит в том, что мы повысим температуру воздуха после первого холодноильника до значения, при котором работа сжатия во втором компрессоре увеличится на величину, эквивалентную уменьшению сопротивления P_{21} , т.е. на 535 дж/кг. Так как во втором компрессоре повышение температуры составляет 88°K, что эквивалентно увеличению работы сжатия на 88,3 кДж/кг, то мы должны увеличить $T_{11} = 298^\circ \text{K}$ на $\frac{535}{88,3} \cdot 100\% = 0,6\%$ или

$$298 \cdot 0,006 = 1,8^\circ \text{C}.$$

Таким образом, температура воздуха после первого холодноильника должна быть

$$T_{11} = 298 + 1,8 = 299,8^\circ \text{K},$$

а перед холодноильником сохранился (366 K). Изменение температуры T_{11} вызовет соответствующее изменение Q_1 , ΔT_1 . Вследствие увеличения температуры T_{11} придется либо принять повышенную температуру T_{21} (см. рис. 123), либо перераспределить работу сжатия, увеличив ее на четвертом компрессоре. В последнем случае возрастет температура T_{24} . Если пойти на увеличение T_{21} , которая повысится на 0,6%, и станет равной 368,3°K, то

$$T_{12} - T_{11} = 81,3^\circ \text{K}$$

вместо 79°K.

Соответственно увеличится Q_2

$$\bar{Q}_2 = 37600 \text{ кДж/сек}.$$

Изменяются также значения β_2 , δ_2 , $c_2 \left[\left(\frac{\Delta p}{\rho} \right)^{1/2} \cdot 1,17 \text{ кДж/кг} \right]$ и ΔT_2 .

В результате получили $F_2 = 3770 \text{ м}^2$ (вместо 3640 м²) — весьма неожиданный результат. Суммарная площадь ΣF уменьшилась на 100 м². Причем, что особенно важно, заметно уменьшилась поверхность первого холодноильника (до 4040 м² вместо 4460 м²). Отсюда можно сделать важный вывод: нельзя решать задачу об оптимальных параметрах холодноильников без учета особенностей протекания процесса сжатия. При этом необходимо изменять процесс сжатия, сохраняя неизменными параметры воздуха в начале и конце процесса при соблюдении условия о невыпадении влаги в холодноильниках*.

За счет увеличения температуры до $T_{11} = 30,^\circ \text{K}$ гидравлическое сопротивление во второй группе холодноильников уменьшается до $P_2 = 1795 \text{ дж/кг}$. Высвободившую энергию мы используем для увеличения работы сжатия во втором компрессоре. Поверхность первого холодноильника еще более уменьшилась, но общая поверхность (ΣF_i) незначительно возросла (см. табл. 36).

При составлении табл. 36 мы допускаем неточности: мы сохраняем расход воды по холодноильникам второй группы неизменным, а как видно из формул (5-227) и (5-229), все W_{1i} ($i = 2, 3, 4$) на самом деле изменяются. Это допущение приводит к тому, что F_{1i} ($i = 2, 3, 4$) в действительности будут меньше значений, приведенных в табл. 36. Все это еще больше подчеркивает необходимость учета особенностей протекающего процесса сжатия при определении оптимальных параметров всего процесса сжатия и охлаждения.

* Последнее условие, по нашему мнению, не является обязательным.

Таблица 36

[illegible]

Таблица 37

[illegible]

Прокалистрируем вышеизложенное расчётом. Значения гидравлических сопротивлений по второй фазе холодохода, когда до 303,5°Ж не было СОС (ж.ж.) Значит не огулом замораживали работу сдвиг по от.ром компрессоре для чего возьмём температуру T_1 по 302,5°Ж. Так как $T_2 = 296^\circ\text{Ж}$ мы сохраним неизменной то величину Q_1 δ_1 , β_1 увеличатся соответственно да. вым тил β_2 в отношении

226-302,55	63 4	0,93
256-298	68	

Как видно из формул (6-2) и (6-24), значения β_1 и β_2 главным образом зависят от разности $(T_{21} - T_{22})$.

Результаты расчетов сведены в табл. 37. Из нее видо, что поверхность первого колодца увеличивается с увеличением диаметра с 44 м² до 44 м², а затем увеличивается поверхность второго колодца с 4310 м² до 4310 м². Суммарная поверхность колодцев увеличивается с 4354 м² до 4354 м².

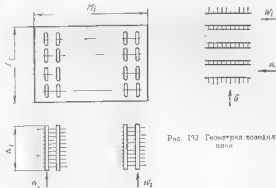
12.5 4.7340 sec 6

Таким образом, в данном случае получены более благоприятное распределение суммарной поверхности по холодильникам, обеспечивающее применение встроеного холодильника после первого или второго

Из сравнения табл. 33, 34 видно, что расходы воды W_2 и W_3 заметно изменились, за счет чего увеличилась величина F_2 при сжигании W_2 . Также заметно упали скорости c_2 в холодном, низкая вторая группа.

ГАЗАРНТЫ ХОЛДИЛЬНИКОВ

Известные значения холодильников, скорость воздуха v в нем, давление температуры и расход воздуха G можно легко определить: разделив холодильника площадь флонта f_f и глубину L_f (рис. 132),



Имеем F_c — поверхность холодильника,
 v_1 — средний удельный объем воздуха,
 $v_1 = \frac{RT_1}{p_{m1}}$ (T_1 и p_{m1} берем из табл. 31),
 K — компактность поверхности,
 c_1 — скорость воздуха,
 φ_x — коэффициент стеснения площади прохода, $\varphi_x = \frac{f_{x1}}{f_1}$,

где f_{x1} — живое сечение.

Из уравнения расхода

$$f_{x1} = \frac{Gv_1}{c_1} \text{ и } f_1 = \frac{f_{x1}}{\varphi_x} = \frac{Gv_1}{\varphi_x c_1}.$$

Объем холодильника

$$V_1 = \frac{F_1}{k} = f_1 L_1. \quad (5-248)$$

Отсюда определяем глубину холодильника L_1 :

$$L_1 = \frac{F_1}{kf_1} = \frac{F_1 \varphi_x c_1}{k G v_1}. \quad (5-249)$$

Коэффициенты компактности K и стеснения φ_x могут быть разными для первого и i -го холодильников, но обычно в одной ГТУ конструкция поверхности холодильников сохраняется одинаковой. Фронтная площадь

$$f_1 = M_1 N_1,$$

где N_1 — длина оребренных трубок (см. рис. 132);

M_1 — длина секции холодильника;

L_1 , M_1 — площадь трубной решетки.

Определим число трубок z_1 в секции (см. рис. 130):

$$z_1 = \frac{L_1}{t} \cdot \frac{M_1}{l_0}.$$

Если площадь для прохода охлаждающей жидкости — живое сечение одной трубки (см. рис. 130)

$$f_{x1} = 1,41 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

то скорость воды c_{w1} в трубках

$$c_{w1} = \frac{0,001 W_1}{z_1 f_{x1}} = \frac{0,001 W_1 t_0}{f_{m1} M_1 L_1}. \quad (5-250)$$

Фактически скорость воды c_{w1} уже была предопределена при построении диаграммы, изображенной на рис. 125, поскольку коэффи-

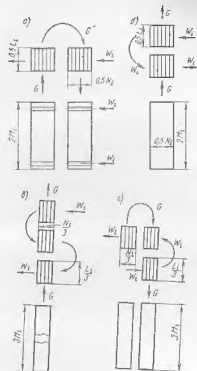


Рис. 133. Компоненты холодильников ГТУ:
а — двухконтурный; б — одноконтурный; в — с льющимся теплоносителем; г — с возвратом обих теплоносителей

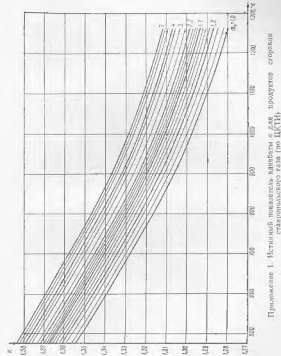
ивент теплоотдачи от стенки к воде в основном определяется скоростью воды. Таким образом, из формулы (5—250) находим размер M_1 , а следовательно, и все размеры сечения холодильника, имея V_1 по формуле (5—248).

Формулы (5—248)—(5—250) определяют размеры холодильника для однопоточной компоновки при взятых размерах элементов поверхности (см. рис. 130).

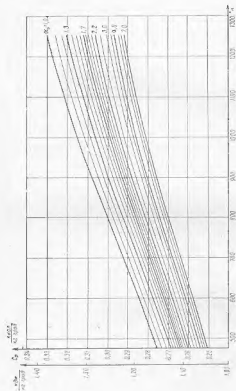
Очевидно, значения L , M , N также зависят от размеров этих элементов.

При многопоточных компоновках должны быть сохранены: 1) суммарная глубина L_1 . При этом воздушный тракт можно разбить на несколько частей, но суммарная их длина должна быть равна L_1 ; 2) суммарная длина оребренных трубок N_1 — длина пути волны; 3) полный объем V_1 при сохранении компактности; 4) скорость воздуха C_1 и скорость воды C_{w1} , что соответствует условию $M_1 N_1 = \text{const}$ и $M_1 L_1 = \text{const}$ для каждого потока. На рис. 133, а дана схема двухпоточной компоновки. Воздух (G) проходит последовательно два отрезка длиной $0,5L_1$ каждый, вода (W_1) также проходит два отрезка длиной $0,5N_1$. Поток воздуха поворачивается, а поток воды идет без поворота.

На рис. 133, б рассматривается обратная схема: поток воды (W_1) имеет поворот, а поток воздуха идет без поворота. Для этой схемы выполняются все вышеуказанные требования и сохранен противоток (отклонение от чистого противотока составляет около 5%) (Л.22). В конкретной обстановке можно допустить и двойной поворот, когда либо один теплоноситель поворачивается два раза (рис. 133, в), либо оба теплоносителя поворачиваются по одному разу (рис. 133, г). Характерным для этих схем является то, что размер M_1 увеличивается пропорционально числу поворотов плюс единица.



Приложение 1. Истинный коэффициент теплоотдачи α для продуктов сгорания старательского газа (по ЦКТИ)



Приложение 2. Истинная теплоемкость продуктов сгорания степенного газа (по ЦКТИ)

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Уваров. К вопросу о развитии газотурбостроения в СССР. «Известия вузов, сер. Машиностроение», № 1, 1958.
2. В. М. Давыдовский. О ГТУ с регенерацией при повышенном давлении греющего газа. Труды института теплоэнергетики, № 7, 1962.
3. В. В. Уваров. Авторское свидетельство СССР № 158752.
4. Справочник по свойствам сталей, применяемых в котлотурбостроении. Под ред. А. А. Казеева. Машгиз, 1958.
5. Н. И. Белокоп. Термодинамика. Госэнергоиздат, 1954.
6. Г. Ю. Степанов. Гидродинамика решеток турбомашин. Физматгиз, 1962.
7. В. В. Уваров. К исследованию турбины Парсонса. «Вестник инженеров и техников», № 3, 1929.
8. П. К. Казлиджа. Нерасчетный режим работы авиационной газовой турбины. Труды ВВИА им. Н. Е. Жуковского, № 400, 1951.
9. В. Д. Поляничкин. Результаты испытаний головного и серийного образцов газотурбинных установок ГТН-9-750 ЛМЗ им. ХХII съезда КПСС. «Энергомашиностроение», № 4, 1965.
10. В. В. Уваров. Газовая турбина и перспективы ее применения в энергетике и транспорте. «Теплоэнергетика», № 5, 1955.
11. Я. М. Рубинштейн, Е. И. Боревский. Экономичность турбины К-160-130 (ПК-150) ХТЗ им. Кирова. «Теплоэнергетика», № 4, 1963.
12. В. В. Уваров. Профилирование длинных лопаток газовых и паровых турбин. Труды ЦИАМ, № 99, 1945.
13. В. В. Уваров и др. Локомобильные газотурбинные установки. Машгиз, М., 1962.
14. С. С. Кутателадзе, В. М. Борншанский. Справочник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1955.
15. С. М. Шахтено. Эффективность различных форм лабиринтовых уплотнений. «Обзорный бюллетень», № 2—3, 1947.
16. B. Eckert. Axialkompressoren und Radialkompressoren. Anwendung, Theorie, Berechnung. Springer — Verlag Berlin — Göttingen — Heidelberg, 1953.
17. В. В. Уваров. К расчету гидродинамических решеток. Труды ЦИАМ, № 89, 1946.
18. В. В. Уваров. Всплывающее устройство центробежного компрессора и его расчет. «Вопросы газотурбостроения», Сб. статей, Машгиз, 1955.
19. Н. Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Т. III, ОНТИ, 1936.
20. D. Kirschmann. Tafeln für die Strömungsfunktion und die Geschwindigkeitskomponenten von Quelling und Wirbelring. «Jahrbuch DLF», 1940.
21. K. Bammert, C. Keller, H. Kress. Heißluftturbineanlage mit Kohlenstaubfeuerung für Stromerzeugung und Heißwasserlieferung. «Brennstoff — Wärme — Kraft», № 10—1956.
22. Keys. London. Compact heat exchangers, 1955.
23. В. В. Уваров, А. П. Чернобровкин. Газовые турбины. Машгиз, 1960.
24. В. В. Уваров и др. Высокоэффективная базовая газотурбинная установка мощностью 200 Мвт. «Теплоэнергетика», № 5, 1965.
25. В. И. Газаябиков и др. Исследование серии решеток заборника центробежного компрессора при больших дозвуковых скоростях. Сб. работ по аэродинамике центробежных компрессоров. ЦАТИ, 1958.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Глава I. Термодинамика газотурбинных установок (ГТУ)	5
§ 1. Карноцикл и цикл ГТУ	5
§ 2. Оптимальные параметры цикла	14
Оптимальные параметры цикла при двухкратной схеме ГТУ	32
§ 3. ГТУ с регенеративным отбором газа	42
Оптимальные параметры цикла с регенеративным отбором газа	44
§ 4. Сравнение циклов	52
Глава II. Теплоэнергетическая способность топлива и уравнение сгорания	58
§ 1. Теплоэнергетическая способность топлива	58
§ 2. Элементы теплового расчета компрессора и тур- бины	73
Глава III. Газодинамический расчет турбины	85
§ 1. Поплощадный коэффициент полезного действия	86
§ 2. Оценка коэффициентов η и η_p по результатам ис- пытаний установки ГТН-9-150	119
§ 3. Оценка коэффициентов η и η_p по испытаниям мно- гоступенчатых турбин	128
Глава IV. К расчету центробежных компрессоров	136
§ 1. Расчет центробежного компрессора с воздушной турбиной	136
Трение диска о воздух в турбинном компрессоре	152
Учет перетекания через лабиринт	154
§ 2. Анализ результатов испытаний компрессора по данным Б. Энжера	157
§ 3. Элементы расчета процесса всасывания в центро- бежном компрессоре	175
Глава V. Теплообмен в газотурбинных установках	224
§ 1. О ребристых поверхностях	224
Сетка с совыщенными ребрами (крестообразное расположение поверхностей)	235
Сетка со смещенными ребрами	231
§ 2. Охлаждение лопаток	241
§ 3. Охлаждение хвостовиков лопаток и гребней дисков турбины	267
Трансформационное соединение	281
§ 4. Оптимальные параметры холодильников ГТУ	285
Габариты холодильников	313
Приложение 1	317
Приложение 2	318
Литература	319